UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO

CLEBER HAUBRICHS DOS SANTOS

ÉTIENNE BOBILLIER (1798-1840): PERCURSOS MATEMÁTICO, DOCENTE E PROFISSIONAL

Volume 1

RIO DE JANEIRO

2015

Cleber Haubrichs dos Santos

ÉTIENNE BOBILLIER (1798-1840): PERCURSOS MATEMÁTICO, DOCENTE E PROFISSIONAL

Volume 1

Tese de doutorado em co-tutela apresentada ao Programa de Pós-Graduação História das Ciências e das Técnicas e Epistemologia, Universidade Federal do Rio de Janeiro, e à École Doctorale "Langages, Temps, Sociétés" da Université de Lorraine, como requisito parcial à obtenção do título de Doutor em História das Ciências e das Técnicas e Epistemologia.

Orientadores:

Tatiana Roque (UFRJ/Brasil)

Philippe Nabonnand (UL/França)

Rio de Janeiro

2015

Cleber Haubrichs dos Santos

ÉTIENNE BOBILLIER (1798-1840):
PERCURSOS MATEMÁTICO, DOCENTE E PROFISSIONAL

Tese de doutorado em co-tutela apresentada ao Programa de Pós-Graduação História das Ciências e das Técnicas e Epistemologia, Universidade Federal do Rio de Janeiro, e à École Doctorale "Langages, Temps, Sociétés" da Université de Lorraine, como requisito parcial à obtenção do título de Doutor em História das Ciências e das Técnicas e Epistemologia.

Aprovada em: 03 de dezembro de 2015.

Tatiana Roque, Dr., Universidade Federal do Rio de Janeiro

Philippe Nabonnand, Dr., Université de Lorraine

Gert Schubring, Dr., Universidade Federal do Rio de Janeiro

Harold Rosenberg, Dr., Instituto Nacional de Matemática Pura e Aplicada

Antônio Augusto Passos Videira, Dr., Universidade do Estado do Rio de Janeiro

Frédéric Brechenmacher, Dr., École Polytechnique

Meu pai sempre me dizia

Meu filho tome cuidado

Quando eu penso no futuro

Não me esqueço do passado

(Paulinho da Viola na voz de Marisa Monte)

Viens, je t'emmène derrière le miroir de l'autre côté

Viens, je t'emmène au pays du vent au pays des fées

J'ai tellement fermé les yeux

J'ai tellement rêvé

Que j'y suis arrivé

(Michel Berger par la voix de France Gall)

EBdM,

Esta tese é pra você.

Agradecimentos institucionais.

Agradecimentos a escolas, programas, bibliotecas, estabelecimentos, instituições, sociedade e agrupamentos diversos.

Remerciments à écoles, bibliothèques, établissements, institutions, sociétés et groupements divers.

UFRJ. Universidade Federal do Rio de Janeiro.

UFRJ / HCTE. Programa de pós-graduação em História das Ciências e das Técnicas e Epistemologia.

UFRJ / BOR. Biblioteca de Obras Raras.

UFRJ / CCMN. Centro de Ciências Matemáticas e da Natureza.

UFRJ / CT. Centro de Tecnologia.

UFRJ / Setor de Convênios e Acordos Internacionais.

UFRJ / PR2. Pró-reitoria de Pós-Graduação.

UL, ancienne UN2. Université de Lorraine, ancienne Université de Nancy 2.

LHSP / AHP. Laboratoire d'Histoire des Sciences et de Philosophie / Archives Henri Poincaré (UMR 7117).

École Doctoral Stanislas, ancienne École Doctoral Language, Temps et Société.

MSH Lorraine. Maison des Sciences de l'Hommes Lorraine (Nancy).

CROUS. Cité Universitaire Boudonville (Nancy).

IFRJ. Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio de Janeiro.

IFRJ / Alunos, administrativos e docentes do Campus Nilópolis.

IFRJ / Direção do Campus Nilópolis (gestão 2010-2013).

IFRJ / Gabinete da Reitoria (gestão 2010-2013).

Archives Départementales de la Marne (Châlons-en-Champagne).

Archives Départementales du Jura (Lons-le-Saunier).

Archives Municipales de Châlons-en-Champagne.

Archives Nacionales de France (Paris).

École Nationale Supérieure d'Arts et Métiers (Châlons-en-Champagne) / Bibliothèque.

École Polytechnique (Paris) / Bibliothèque et Archives.

Bibliothèque de l'Institut Henri Poincaré (Paris).

Bibliothèque de l'Observatoire de Paris.

Bibliothèque / Médiathèque Municipale de Nancy.

Bibliothèque Nationale de France (Paris).

IMPA. Instituto Nacional de Matemática Pura e Aplicada (Rio de Janeiro).

CEI Idiomas. Centro de Ensino e Intercâmbio de Idiomas (Nilópolis).

Le Verre Anis (Nancy).

Lucky Cópias (Niterói).

Gráfica Sonimar (Nova Iguaçu).

Muito obrigado!

Merci beaucoup!

Cleber Haubrichs dos Santos

Agradecimentos pessoais.

Alessandra Gontijo Faro

Alexander Andrey Lopes

Alexandre Guilbaud

Aline Caetano Bernardes

Ana Maria do curso CEI

Andrea Motta

Angela Maria da Costa e Silva Coutinho

Anny Begard

Antônio Augusto Passos Videira

Antônio Ladeira

Armelle Le Goff

Carlos Henrique Barbosa Gonçalves

Carlos Koehler

Caroline Ehrhardt

Caroline Jullien

Catherine Goldstein

Cécile Bertrand Dagenbach

Céline Perez

Charles Braverman

Christian Gerini

Christine Muller

Christophe Bouriau

Christophe Chappon

Cindy Neves

Clémentine Le Monnier

Cyone Haubrichs dos Santos

Dario Tavares

David Thomasette

Denise Leal de Castro

Dominique Flament

Edson Barros de Menezes

Edilma Haubrichs dos Santos

Edith Pirio

Eduardo Esteves

Elenir Haubrichs

Elodie Tréhet

Elzy Haubrichs dos Santos

Fabienne Dumont

Florian Forster

Frédéric Brechenmacher

Gabriela Evangelista

Geneviève Schwartz

Gérard Grimberg

Gerhard Heinzmann

Gert Schubring
Gregory Joublin
Guillaume Schuppert
Harold Rosenberg
Hilário Alencar da Silva
Isabelle de Moraes
Isabelle Thibaud
Jansley Chaves
Jarbas Antônio dos Santos
Jean Delcourt
Jean Pierre Frieldelmeyer
Jeanine Souquières
Jeferson Fernandes Rodrigues
Jesper Lutzen
João Bosco Pitombeira
Jorge Caê Pinto Rodrigues
José Heleno Faro
Joseli Haubrichs
Joselita Maria dos Santos
Jules Henri Greber
Julia Schaetzle Wrobel
Juliana Coelho Chaves
Julie Litzahn
Juscelino Bezerra dos Santos
Karine François
Karl Otto Stöhr
Karla Gomes de Alencar Pinto
Kelling Cabral Souto
Laurent Rollet
Leandro da Silva Dias
Léna Soler
Lisa Giombini
Lydie Mariani
Manuel Rebuschi
Marc Henry
Marcello Santos Amadeo
Marco Aurélio Passos Louzada
Margarida do Espírito Santo
Mariah Martins
Marie Christine Thooris
Marie Courouve
Marie L'Etang
Martina Schiavon
Martine Clochette
Mércio Pereira Gomes
Mikael Santa Rita
Myllena Martins Medeiros
Nadja Paraense
Natsouu Faustine Mogadji
Nicole Dubois
Norbert Verdier
Olivier Bruneau

Pascal Denis

Pascaline Watier

Patricia Guyard

Philippe Nabonnand

Pierre Couchet

Pierre Edouard Bour

Príscila Marques de Siqueira

Rafael Haubrichs dos Santos

Regina Celi Neri Gonalves

Regina Dantas

Regina Manso

Ricardo Kubrusly

Roger Pouivet

Rogério Monteiro de Siqueira

Rossana Tazzioli

Sandrine Avril

Scott Walter

Sheila Presentin Cardoso

Sylvie Albenque

Tatiana Roque

Teresa Piva

Thomas Preveraud

Tiago Giannerini da Costa

Vanda Haubrichs

Véronique Losseroy

Vitor Luiz Bastos de Jesus

Muito obrigado!

Merci beaucoup!

Cleber Haubrichs dos Santos

Resumo

HAUBRICHS DOS SANTOS, Cleber. Étienne Bobillier (1798-1840): Percursos matemático, docente e profissional. Tese (Doutorado em História das Ciências e da Técnicas e Epistemologia) – Programa de Pós Graduação História das Ciências e da Técnicas e Epistemologia, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2015.

Este trabalho é uma biográfia de Étienne BOBILLIER (1798-1840), um geômetra francês da primeira metade do século dezenove e professor numa escola provincial de formação profissional de nível secundário. Inicialmente apresentam-se considerações sobre o uso das *biografias em história das ciências* e sobre a sua importância para compreensão do caráter coletivo da produção científica. Na sequência, defende-se a necessidade de uma biografia de Bobillier que traga novas contribuições à historiografia das geometrias na primeira metade do século 19; bem como à historiografia da educação matemática neste mesmo período. A seguir, acompanha-se a vida de Bobillier desde os anos iniciais em sua cidade natal, sua passagem pela Escola Politécnica de Paris e a sua primeira temporada na cidade de Châlons-sur-Marne. Ali ele atua como docente na *Escola de Artes e Ofícios*. Para esse tipo de escola, onde o protagonista fez toda sua carreira profissional, descreve-se a organização administrativa e pedagógica e o perfil dos alunos e professores. Na sequência o foco está nas *pesquisas matemáticas originais* de Bobillier, onde é apresentado um panorama geral dessa produção. O trabalho prossegue com dois detalhados estudos de casos tomados das pesquisas de Bobillier. O primeiro é sobre a *geometria de situação*, onde são contempladas as concepções divergentes entre Gergonne e Poncelet em torno desse tema e as contribuições originais de Bobillier. Contempla-se também a fabricação coletiva da geometria de situação no periódico *Annales de Gergonne* entre 1810 e 1830, por meio do método heurístico da rede de textos. O segundo estudo trata da evolução do *método da notação abreviada*, usado como estratégia de demonstração em geometria analítica. Mostra-se como o referido método aparece ao longo das décadas de 1810 e 1820 nas pesquisas de quatro autores, a saber, Lamé, Gergonne, Plücker e Bobillier. Acompanha-se a continuação da carreira docente de Bobillier na cidade de Angers e na segunda temporada em Châlons. Ali há uma ampliação da sua atuação profissional: por um lado, Bobillier assume *cargos de chefia* nas escolas de artes e ofícios; por outro, ele é nomeado para atuar em outra escola. A seguir, faz-se uma apresentação geral das *produções didáticas* de Bobillier. Em particular, há um estudo do seu principal livro didático, o *Curso de Geometria*, que alcançou dezenas de edições. Finalmente relatam-se os *anos finais* de Bobillier, seu casamento tardio, sua vida em sociedade e sua morte. Ao final da tese estão encartados diversos apêndices que complementam o trabalho. Em particular, mostra-se um resumo sumário do *percurso matemático, docente e profissional* do protagonista, enquadrado por um cronograma num intervalo de 110 anos de história.

Palavras-chave: biografias em história das ciências; Escola da Artes e Ofícios; geometria de situação; notação abreviada; metodologia de rede de textos.

Resumé

HAUBRICHS DOS SANTOS, Cleber. Étienne Bobillier (1798-1840): parcours mathématique, enseignant et professionnel. Thèse (Doctorat en Histoire des Sciences et Techniques et Épistémologie) – Programa de Pós Graduação História das Ciências e da Técnicas e Epistemologia, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2015.

Ce travail est une biographie d'Étienne BOBILLIER (1798-1840), un géomètre français de la première moitié du dix-neuvième siècle et enseingnant à une école d'arts et métiers française provinciale de niveau secondaire. Tout d'abord, nous présentons des considérations sur l'usage de la *biographie en histoire des sciences* et sur son importance pour la compréhension du caractère collective de la production scientifique. Puis, nous defendons la necessité d'une biographie de Bobillier qu'apporte de nouvelles contributions pour l'historiographie de la géométrie à la première moitié du 19ème siècle (notament la géométrie analytique projective) ; bien aussi pour l'historiographie de l'éducation mathématique dans la même période. On suit la vie de Bobillier dès les premières années dans sa ville natale, puis son passage par l'École Polytechnique de Paris, et puis son premier sejour à la ville de Châlons-sur-Marne. Là, il travaille en tant que professeur à l'*École des Arts et Métiers*. Pour ce type d'école, où le protagoniste a fait toute sa carrière professionnelle, on décrit l'organisation administrative et pédagogique et le profil des étudiants et des enseignants. Ensuite, l'accent est mis sur la *recherche mathématique originale* Bobillier où un aperçu de cette production est présentée. Le travail avance avec deux études detaillés autour des recherches géométriques de Bobillier. Le premier étude est sur la *géométrie de situation*, où nous jetons un regard sur les conceptions divergents de Gergonne et Poncelet, aussi bien sur les contributions originales de Bobillier. Nous regardons, également, la fabrication collective de la géométrie de situation dans le périodique *Annales de Gergonne* entre 1810 et 1830, par le bies de la méthode heuristique de la réseau de textes. Le deuxième étude s'agit de l'évolution de la méthode dit de la *notation abregée*, utilisé comme stratégie de demontration en géométrie analytique. Nous montrons comment cette méthode apparaît le longe des décennies 1810 et 1820 dans les recherches de quatre auteurs, à savoir, Lamé, Gergonne, Plücker et Bobillier. On suit la carrière d'enseignant de Bobillier dans à ville d'Angers et à une deuxième sejour à Châlons. Alors, il y a une extension de leurs activités professionnelles: d'une part, Bobillier assume des *postes de chef* dans les écoles d'arts et métiers; de l'autre, il est nommé pour enseigner dans une autre école. Ensuite, on donne un aperçu des *productions didactiques* de Bobillier. En particulier, il y a une étude de son manuel didactique principale, le *Cours de Géométrie*, qui a atteint des dizaines d'éditions. Enfin, nous présentons les *dernières années* de Bobillier: son mariage tardif, sa vie sociale et sa mort. Attaché à la fin de la thèse, il y a bref résumé du *parcours mathématique, enseignant et professionnel* du protagoniste, encadré par un chronograme dans un lapse de 110 ans d'histoire.

Mots-clé: biographie en histoire des sciences; École des Arts et Métiers; géométrie de situation; notation abregée; méthode de la réseau de textes.

Abstract

HAUBRICHS DOS SANTOS, Cleber. Étienne Bobillier (1798-1840): mathematical, teaching and professional career. Thesis (Doctorate in History of Science and Techniques and Epistemology) – Programa de Pós Graduação História das Ciências e da Técnicas e Epistemologia, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2015.

This work is a biography of Étienne BOBILLIER (1798-1840), a French geometer of the first half of the nineteenth century and a teacher in a school of arts and crafts, a secondary school in a provincial town in France. First, we present some considerations on the use of *biography in history of science* and its importance for understanding the collective nature of scientific production. Then, we defend the necessity of a Bobillier's biography that brings new contributions to the historiography of the geometry to the first half of the 19th century (especially projective analytic geometry); and the history of mathematics education in the same period. Then we follow up the life of Bobillier from the early years in his hometown, its passage through the École Polytechnique in Paris and his first season in the town of Châlons-sur-Marne. In this town, he works as a teacher at the *School of Arts and Crafts*. For this type of school, where the protagonist has made all his professional career, we describe the administrative and pedagogical organization and the profile of the students and teachers. In the continuation, we focuses on the *original mathematical research* of Bobillier, where an overview of this production is presented. This work continues with two detailed studies around the geometrics research of Bobillier. The first study is about the *geometry of situation*, where we take a look at the divergent conceptions of Gergonne and Poncelet, although also on the original contributions of Bobillier. It also includes the collective fabrication of the geometry of situation in the periodic *Annales de Gergonne* between 1810 and 1830 through the heuristic method of network of texts. The second study is about the evolution of the method said *method of abridge notation*, used as a demonstration strategy in analytic geometry. We show how this method appears along the decades 1810 and 1820 in the research of four authors, namely, Lamé, Gergonne, Plücker and Bobillier. We follow the continuation of the teaching career of Bobillier in the city of Angers and the second season in Châlons. There's an extension of their professional activities: on the one hand, Bobillier assume leadership positions in arts and crafts schools; on the other, he is appointed to work in another school. Next, we made an overview of the *educational productions* of Bobillier. In particular, there is a study of its main teaching manual, the *Geometry Course*, which reached many editions. Finally we report the *final years* of Bobillier: his late marriage, his social life and his death. Attached to the end of this thesis there is a brief summary of the *mathematical and teaching career* of the protagonist, framed by a period of 110 years of history.

Keywords: biography in history of science; School of Arts and Crafts; geometry of situation; abridge notation; method of network of texts.

Conteúdo

Lista de Figuras

Lista de Tabelas

Nota prévia sobre traduções, nomenclaturas e abreviações.

Nesta tese são mencionados os nomes de diversas instituições francesas, bem como nomes de periódicos, livros e artigos. Além disso, a maioria das fontes primárias são documentos manuscritos ou textos redigidos no idioma francês na primeira metade do século dezenove. Assim sendo, adotei como orientação geral a tradução de todos esses termos ou citações, embora haja algumas exceções, que informo aqui nesta *Nota prévia*.

Justifico a adoção deste critério, pois o domínio do idioma francês não é tão comum no meio acadêmico brasileiro e menos ainda entre um público mais amplo. Consequentemente, na expectativa que essa tese seja lida não somente por pesquisadores em história da matemática, mas também por professores, estudantes universitários e leitores em geral, optei por traduzir a maioria dos nomes mencionados.

Instituições de ensino ou pesquisa.

As duas principais instituições de ensino que aparecem nesta tese são a *École Polytechnique* e as *Écoles des Arts et Métiers*, que eu traduzi respectivamente por *Escola Politécnica* e *Escolas de Artes e Ofícios*. Devido a importância delas nesta tese, e ao fato de evocá-las recorrentemente ao longo do texto, inventei para ambas, siglas que as identifique. Onde for conveniente e não houver dificuldade de entendimento, abrevio "Escola Politécnica" por "EP". Abrevio também o nome da "Escola de Artes e Ofícios" por "EdA&M". Observe que apesar de usar o português para escrever o nome por extenso, preferi inventar e usar uma abreviação *à francesa* para me referir ao nome das Escolas de Artes e Ofícios.

Por conta das diversas mudanças de regime no governo francês, a EP e as EdA&M eventualmente ganhavam um *adjetivo extra*, digamos assim, compatível com o regime vigente. Assim, em diversos documentos de diferentes épocas, essas escolas são denominadas Escola *Real* Politécnica, Escola *Imperial* de Artes e Ofícios, Escola *Nacional* de Artes e Ofícios, etc. No texto da tese, por simplicidade de tratamento, vou omitir todas essas qualificações regimentares, exceto, naturalmente, quando estiver citando um documento que não seja da minha autoria.

Além das duas principais, eventualmente outras instituições são mencionadas no texto: a École des Ponts et Chaussées (traduzida como Escola de Pontes e Calçamentos), a Académie des Sciences de Paris (Academia de Ciências de Paris), a École Normale Supérieure (Escola Normal Superior), além dos Archives Départementales e dos Archives Municipales (traduzidos por Arquivos Departamentais e Arquivos Municipais) e da Bibliothèque Nacional de France (Biblioteca Nacional da França), entre outras.

Observo que os nomes de todas as instituições aparecem sempre grafados com letra comum, sem ênfase ou itálico.

Periódicos.

O caso dos periódicos é o que tem mais exceção à regra geral de tradução dos nomes.

Os dois jornais científicos mais mencionados nesta tese são o *Annales des mathématiques pures et apliquées* (1810-1832) e a *Correspondance mathématiques et physique* (1825-1838), editados respectivamente por Joseph Diaz Gergonne e Adolphe Quetelet. Para o primeiro jornal, a tradução do título é *Anais de matemáticas puras e aplicadas*, embora eu não pretenda chamá-lo assim. Nesta tese adoto o apelido com o qual ele é mais conhecido entre os historiadores: *Annales de Gergonne* (ou tão simplesmente *Annales*, quando não houver risco de confusão). Quanto ao segundo jornal, adoto a tradução *Correspondência matemática e física*. Quando não há possibilidade de desentendimento, chamo o jornal simplesmente de *Correspondência* ou de *Correspondência* de Quetelet.

Diversos outros periódicos do século dezenove são mencionados nesta tese. Para quase todos mantenho o apelido já consagrado pelo uso entre os historiadores (que quase sempre se refere ao nome do editor ou do patrocinador) e não faço a tradução: *Journal de Crelle*, *Journal de Liouville*, *Bulletin de Ferussac*, *Nouvelles Annales*, etc.

Informo que os nomes de todos os periódicos aparecem grafados em *itálico*.

Livros, artigos, memória e outros textos.

Quase todos os títulos de livros, artigos, memórias ou seções de textos, mencionados nesta tese aparecem traduzidos e grafados em itálico. Essa regra é adotada para os documentos de fontes primárias (independente se o idioma é francês, inglês ou alemão).[1] Adota-se também essa diretriz para os estudos e referências redigidos em francês.[2]

Quero deixar bem claro que ao apresentar o título traduzido, isso não implica a existência de uma tradução em português para os textos mencionados. Na verdade, para a maioria ainda não há. Os títulos originais aparecem na bibliografia geral da tese, para onde o leitor é sistematicamente remetido em notas de rodapé ao longo da tese. Também na bibliografia geral informa-se, quando há, traduções dos textos para o português.

Citações.

Todas as citações feitas no corpo do texto principal da tese estão em português, independente do idioma original em que a obra citada foi redigida. Essas traduções foram feitas por mim mesmo, salvo indicação contrária informada nas notas de rodapé ou na bibliografia. Para as citações de trechos de documentos de fontes primárias, a tradução aparece no corpo do texto, e a transcrição integral do trecho citado é posta em nota de rodapé. Para citações de trechos de estudos ou referências, aparecem apenas a tradução no corpo do texto e a menção em nota de rodapé da página da obra citada.

Termos técnicos em matemática, termos específicos de documentos do século dezenove e palavras de uso restrito à uma época ou uma região.

Para os objetos matemáticos, procurei adotar nomenclatura compatível com os livros didáticos correntes no Brasil. Nos pontos da tese em que os objetos matemáticos aparecem pela primeira vez, eles são devidamente definidos. Quando há algum risco de desentendimento na tradução do termo original em francês para a nomenclatura em português, as palavras e os termos escolhidos são informados em notas de rodapé.

Finalmente, há os termos incomuns que aparecem em documentos do século dezenove, tais como gírias, apelidos e palavras usadas em contextos específicos de uma época, de

[1] Esses itens aparecem na bibliografia geral da tese nas seções K.1, K.2 e K.3.
[2] Esses aparecem na seção K.4 da bibliografia geral.

um grupo ou de uma região. Para essas palavras, eu forneço em nota de rodapé uma definição do significado e uma tradução (igualmente específica e contextualizada) que melhor aproxima o termo original para o português brasileiro.

Capítulo 1

Considerações iniciais a propósito de uma biografia de Bobillier.

Esta tese é uma biografia de Étienne Bobillier, um geômetra e professor de matemática francês, do início do século dezenove.

À primeira pergunta pertinente sobre esse trabalho – *Quem é Bobillier* ? – pode-se oferecer uma resposta ingênua, do tipo verbete de pequena enciclopédia, como a que segue: Étienne Bobillier nasceu em Lons-le-Saunier, na França, em 17 de abril de 1798. Nos anos 1817 e 1818, o jovem Bobillier esteve em Paris como aluno da Escola Politécnica. Após isso, ao longo de duas décadas, fez sua carreira docente nas Escolas de Artes e Ofícios das cidades de Châlons-Sur-Marne e de Angers e no Colégio Real de Châlons. Ele publicou dois livros didáticos, o primeiro de álgebra e o segundo de geometria, ambos reeditados diversas vezes. Publicou ainda pouco mais de quarenta artigos de pesquisa, quase todos sobre geometria. Paralelamente às suas atividades docentes, ele foi membro de algumas sociedades científicas provinciais da sua época. Finalmente, Bobillier faleceu no dia 22 de março de 1840, em Châlons-Sur-Marne, pouco antes de completar 42 anos.

Embora as informações listadas acima estejam corretas, e que talvez algumas delas possam despertar o interesse ou a curiosidade de um certo público leitor, está claro que essa apresentação sumária não parece ser suficiente para convencer ninguém de assumir a tarefa de escrever (ou de ler) uma tal biografia. Depois desse primeiro contato com Bobillier, diversas perguntas ainda podem ser feitas. Por que falar desse personagem? Trata-se de alguém importante, excepcional ou raro? Sim ou não? Como e por quê? O que há de interessante em sua vida que motive a escrita ou a leitura de sua biografia? Sua produção matemática, tanto os trabalhos voltados para o ensino, quanto os voltados para a pesquisa, é relevante? E se sim, ela é relevante como, quando ou para quem? Qual é o ganho que se tem em conhecer e analisar sua trajetória nas diversas escolas pelas quais passou, seja como aluno, seja como professor ou como gestor?

Esse capítulo está dividido em três grandes partes, contendo as *considerações teóricas*, as *considerações historiográficas* e as *considerações metodológicas*, a propósito de uma biografia de Étienne Bobillier. Na primeira parte apresento um enquadramento teórico em torno da questão das biografias em história das ciências (e, em particular, em história da matemática). Nesta parte eu me apoio em alguns sociólogos e historiadores, na expectativa de responder quais são os cientistas ou matemáticos que merecem ser biografados. O enquadramento teórico serve ainda para tentar estabelecer no que consiste exatamente uma biografia científica.[1] Na segunda parte, o objetivo geral é o de responder *por que escrever* esta biografia de Bobillier. Essa parte começa apresentando Bobillier mais detalhadamente, dizendo quem ele é, e também quem ele não é. Em particular, argumento sobre o porquê de se escolher Bobillier como objeto de estudo, mesmo sendo ele um personagem reputado como "menor" pela historiografia tradicional. Veremos quais são e como são as poucas menções a Bobillier ou os seus esboços biográficos na historiografia dos séculos dezenove e vinte. São esboçados alguns painéis historiográficos ligados direta ou indiretamente ao matemático e professor Étienne Bobillier. Em particular, mostra-se onde e como situar a(s) história(s) de sua vida nas lacunas dos quadros historiográficos ali esboçados.[2] Na terceira parte, o objetivo é dizer *como escrever* essa biografia de Bobillier. Ali apresento as perspectivas adotadas nesta redação, a coleta e o tratamento de fontes primárias, a estratégia da rede de textos e outras questões metodológicas.[3] Como complemento a esse capítulo há o apêndice B contendo o currículo do protagonista dessa tese, com informações sumárias sobre sua formação, sua carreira docente e sua produção matemática.

[1] São as seções 1.1.1 e 1.1.2.
[2] Estas são as seções 1.2.1, 1.2.2 e 1.2.3.
[3] Trata-se das seções 1.3.1 e 1.3.2.

1.1 Sobre biografias em história das ciências (e, em particular, sobre biografias em história da matemática).

Consultando qualquer dicionário básico de idioma, encontra-se uma definição geral de *biografia* como a narração da história da vida de uma pessoa. Ou ainda, que uma biografia é um gênero literário que relata a história de um indivíduo.[4] De modo geral, é do interesse de escritores e leitores desse gênero literário, a biografia de figuras públicas das mais diversas posições sociais: políticos, artistas, esportistas, militares, cientistas, pensadores, líderes religiosos, etc. Eventualmente, uma biografia pode incluir a apresentação da obra do biografado. Nesse caso, o biógrafo pode abordar essa obra de um ponto de vista crítico, e não apenas pelo viés puramente factual.

Recentemente observa-se que há um renovado interesse em se escrever e ler biografias, no mercado editorial em geral. O historiador François Dosse, professor no Instituto de Estudos Políticos de Paris, observa que desde os anos 1980, "assistimos a uma verdadeira explosão biográfica que se apossa dos autores e do público num acesso de febre coletiva que dura até hoje."[5] Essa *explosão biográfica* se faz ouvir também no ambiente acadêmico. Além dos estudos biográficos em si mesmo (tendo como protagonistas intelectuais, cientistas, políticos e até *desconhecidos*), há ainda um aumento no interesse em se debater questões de modos, de usos e de potencialidades das biografias em história geral, e em história das ciências em particular. Esses textos, acadêmicos ou comerciais, são produzidos e consumidos por historiadores profissionais, mas também por sociólogos, jornalistas, cientistas, educadores, romancistas, outros profissionais e curiosos em geral.

No caso de história das ciências, diversos pesquisadores da atualidade, vêm se debruçando sobre o tema das *biografias científicas* e sobre temas correlatos como *prosopografias*, *história das instituições*, *documentação e arquivos*, etc. Destacam-se nessa área, os trabalhos dos historiadores franceses Laurent Rollet e Philippe Nabonnand, vinculados aos Archives Henri Poincaré (em Nancy, na França). Esses pesquisadores organizaram um amplo painel contemporâneo sobre o tema das biografias em histórias

[4] Eu consultei o verbete "biografia" em alguns dos dicionários de língua portuguesa mais populares no Brasil: Aurélio, Bechara e Houaiss. Também em língua portuguesa, consultei o Priberam. Em francês, consultei o verbete "biographie" nos dicionários Larousse e Robert. Já em inglês, li o verbete "biography" no clássico dicionário Oxford. As definições ali contidas não diferem muito umas das outras e são compatíveis com a compreensão do senso comum do que seja mesmo uma biografia.

[5] [DOSSE 2005, p. 16].

das ciências, que pode ser conferido num livro coletivo intitulado *Uns e Outros... Biografias e prosopografias em história das ciências*.[6] As contribuições que aparecem no referido livro, trazidas por pesquisadores de diversas áreas das ciências humanas e sociais, bem como das ciências exatas e da natureza, apontam para algumas tendências atuais em biografias científicas, que são consequências de diálogos e debates entre as ciências sociais e a história geral, debates nos quais se inserem, entre outros, o sociólogo Pierre Bourdieu e os historiadores Giovanni Levi, Jacques Revel e François Dosse.

Ao pensar em biografias de cientistas, algumas perguntas se impõem. Para começar, que cientistas, afinal, "merecem" uma biografia? E uma vez escolhido um biografado, pode-se perguntar em seguida, em que consiste, exatamente, uma *biografia científica*? Nas duas seções a seguir, pretendo responder a essas perguntas, ao mostrar algumas das tendências inspiradas nos autores acima mencionados. Na terceira seção, esboço um breve comentário sobre o caso particular de biografias em história da matemática.

1.1.1 Que cientista (ou matemático) merece ser biografado?

Para começar esta seção, faz-se necessário precisar o que se quer dizer com a palavra *historiografia* ao longo deste capítulo. A pesquisadora Tatiana Roque, professora na Universidade Federal do Rio de Janeiro, registra que é importante

> diferenciar a história da historiografia, que é a produção dos historiadores. Diferente da história, que pode ser definida como o conjunto do acontecer humano, objeto de estudo dos historiadores, a historiografia é a escrita sobre esse acontecer, que pode incluir uma atividade crítica, procurando mostrar as bases epistemológicas e políticas sobre as quais os discursos históricos são construídos, exibindo suas pressuposições tácitas.[7]

Assim, quando se disser neste trabalho algo como "historiografia da geometria no início do século dezenove", por exemplo, fica entendido tratar-se dos relatos dos historiadores sobre a geometria desenvolvida naquele período. Semelhantemente, ao se dizer "historiografia antiga" em comparação a uma "historiografia recente", por exemplo, fica subentendido que estou falando dos relatos e estudos de historiadores do passado em comparação aos estudos históricos produzidos nas décadas mais recentes, mais próximas ao nosso tempo.

[6] [ROLLET e NABONNAND (eds.) 2012].
[7] [ROQUE 2012, p. 29].

Vejamos agora como e porque a historiografia mais recente tem apostado mais em biografias de personagens históricos "comuns" do que na biografia dos personagens ditos "os grandes vultos da história".

Os grandes vultos, as grandes massas, a microhistória.

O uso das biografias não é a única (e nem necessariamente a melhor) ferramenta de reconstituição histórica usada hoje em dia. Segundo o historiador Fabien Knittel, biógrafo do agrônomo e cientista francês Mathieu de Dombasle (1777-1843), vivemos num período sem escola dominante e onde coexistem diversos gêneros e abordagens para se fazer história. Nesse contexto a biografia histórica tornou-se (ou melhor, voltou a ser) uma maneira, entre outras, de escrever a história.[8]

Entretanto nem sempre foi assim. De fato, em meados do século vinte, as biografias históricas eram vistas com desconfiança ou má-vontade pelos historiadores profissionais. Foi uma época de reação a uma historiografia mais antiga, do fim do século dezenove e primeiros anos do século vinte, em que a história era pautada nas *biografias heróicas de grandes homens* ou na *celebração dos grandes eventos*. Na historiografia dos anos 1960 predominou a tendência de valorizar as análises das estruturas e dos processos de longa duração. Nesse contexto, destacava-se o uso de fontes seriais e de técnicas de análise quantitativa em história. Nesta época, as biografias, autobiografias e histórias de vida, foram reputadas como problemáticas e, consequentemente, tornaram-se desvalorizadas.[9]

Nos anos posteriores, uma aproximação sucessiva dos historiadores com os sociólogos fez com que a historiografia sofresse novas transformações em seus métodos. No final da década de 1970 e início dos anos 1980, sem que necessariamente se voltasse a praticar a história tradicional das "biografias heróicas", resgatou-se a importância das experiências individuais e revalorizou-se as análises qualitativas. "Nesse novo cenário, os depoimentos, os relatos pessoais e a biografia também foram revalorizados, e muitos dos seus defeitos relativizados. Argumentou-se em defesa da abordagem biográfica, que o relato pessoal pode assegurar a transmissão de uma experiência coletiva e constituir-se numa representação que espelha uma visão de mundo."[10]

Um gênero historiográfico largamente praticado à partir da década de 1980 foi a chamada *microhistória*. O historiador Jacques Revel, professor na Escola de Altos Estudos em Ciências Sociais de Paris (EHESS), observa que uma das características

[8] [KNITTEL 2012, p. 180].
[9] [AMADO e FERREIRA (eds.) 1996, p. xxii].
[10] [AMADO e FERREIRA (eds.) 1996, pp. xxii-xxiii].

desse modo de escrita histórica é o de tentar esboçar "outra modalidade de análise social, própria de uma história que almejasse atentar para a experiência dos indivíduos captada nas relações que eles mantêm com outros indivíduos."[11] Em 1996, Revel organizou e publicou um aclamado livro coletivo intitulado *Jogos de escalas: a experiência da microanálise*.[12] Trata-se, como o próprio título sugere, de debates e reflexões sobre a microhistória. Na introdução do volume, o editor comenta a ressignificação da experiência dos atores sociais na narrativa histórica, da seguinte maneira:

> Todos compartilhamos espontaneamente a convicção de que existe uma grande história e uma pequena história que se opõe em função de uma hierarquia de importância. Essa hierarquia foi, durante muito tempo, a dos reis e dos grandes generais; mais recentemente tornou-se a das massas e dos processos anônimos que governariam a vida dos homens. Sofisticados ou simplificados, os modelos explicativos utilizados a um tempo pelas ciências sociais e pelo senso comum remetem mais ou menos a essa evidência. Ora, é ela que, de diversos lados, está hoje sendo posta em questão. (...) É nesse ponto que a reconsideração da experiência dos atores sociais adquire toda a sua significação. Ela foi durante muito tempo ignorada porque era considerada inessencial. Isso não acontece mais hoje em dia. A maioria das historiografias ocidentais passou a se empenhar em devolver seu lugar àqueles que não deixaram nem nome nem vestígio visível.[13]

Assim, ao considerar essa "hierarquia de importância", biógrafos e historiadores filiados a uma historiografia tradicional procuram construir seus relatos baseado em personagens que "fazem a grande história". No caso dos cientistas, trata-se, por exemplo, dos que pesquisaram por longo tempo, dos que trabalharam em instituições centrais, dos que publicaram nos periódicos mais difundidos, dos que exerceram papéis de liderança, etc. Ou, alternativamente a isso, faz-se uma história menos pessoal da ciência, estudando apenas temas tais como "as ciências da antiga civilização X", "a matemática no período Y" ou "as correntes e tendências da época Z".

Entretanto, ultrapassado o tempo de ignorar histórias de vidas outrora "consideradas não essenciais", resta perguntar que lugar se quer devolver aos cientistas "que não deixaram nem nome nem vestígio visível"?

O cientista comum e o caráter coletivo da produção científica.

Durante muitos anos, em história das ciências, insistiu-se nos estudos biográficos apenas dos cientistas reputados como "grandes vultos". Com isso a historiografia

[11] [REVEL 2010, pp. 438-439].
[12] [REVEL (ed.) 1996].
[13] [REVEL 1996, p. 12].

tradicional criou a falsa impressão de que as ciências (e as matemáticas em particular) são inventadas/descobertas apenas por gênios isolados. Essa insistência é registrada nas primeiras páginas de um artigo de 1979, redigido pelo professor de história das ciências na Universidade de Washington, Thomas Hankins:

> A má história das ciências do início do século vinte, que todos nós fomos ensinados a abominar, foi enormemente biográfica. Livros desse período usualmente consistiam numa série de nomes ilustres, cada um deles seguido de datas de nascimento e morte, uma anedota ocasional e uma descrição das 'descobertas' pessoais. História era uma atribuição de prioridades – cada operário do templo da ciência recebendo os créditos pelos tijolos que ele pessoalmente assentou.[14]

Em contrapartida, nota-se recentemente a tendência de estudar e redigir biografias não só dos *grandes cientistas*, mas também dos que a historiografia oficial reputou como *menores*. Mas há sentido em escolher personagens "pequenos" como protagonistas de biografias? François Dosse, em seu detalhado estudo da história do gênero biográfico em si mesmo, intitulado *O desafio biográfico: escrever uma vida*,[15] oferece uma resposta possível quando diz que "fazer justiça a certas figuras que a história oficial esqueceu ou depreciou é uma razão de peso para os biógrafos."[16] Porém, mais do que apenas fazer justiça a um personagem esquecido ou depreciado, escolher um personagem reputado como pequeno é, antes de tudo, posicionar-se contra um relato histórico pautado exclusivamente na celebração dos ditos "grandes homens" ou dos "grandes eventos".

Não se trata, entretanto, de exigir de um biógrafo de um cientista "pequeno" a tarefa de transformar seu protagonista numa grande figura da história da ciências. Pelo contrário, é preciso revalorizar o "cientista pequeno" enquanto tal, na sua singularidade e nas suas contribuições, sem necessariamente querer fazer dele um "cientista grande". Fabien Knittel argumenta pela pertinência de se escrever uma biografia, seja de um personagem central ou não, quando diz que

> Se um historiador decide escrever uma biografia é que ele considera antes de tudo que a vida que ele pretende estudar e explicar tem um interesse sobre o plano histórico, isto é, que ela traz um esclarecimento ao contexto geral, quer o papel desempenhado pelo *biografado* tenha sido central ou não.[17]

Para a historiadora Sabina Loriga, docente na Escola de Altos Estudos em Ciências Sociais de Paris (EHESS), "o desejo de estender o campo da história, de trazer para

[14] [HANKINS 1979, pp. 2-3].
[15] [DOSSE 2005].
[16] [DOSSE 2005, p. 76].
[17] [KNITTEL 2012, p. 181].

o primeiro plano os excluídos da memória, reabriu o debate sobre o valor do método biográfico."[18] Assim, se por um lado a historiografia tradicional dedicava-se aos estudos biográficos apenas dos personagens reputados como grandes homens, "hoje a aposta não é mais no grande homem (conceito banido e as vezes desprezado), e sim no homem comum."[19]

A expressão *homem comum*, usada por Loriga na citação acima, é retomada (e adaptada) no contexto da história das ciências pela pesquisadora brasileira Silvia Figueirôa, professora titular em história das ciências e das técnicas na UNICAMP. Num artigo em que oferece uma visão do *estado da arte* sobre o tema,[20] a pesquisadora vem em defesa dos estudos biográficos dos "cientistas comuns", ressaltando-lhes a importância.

> A fim de contrabalançar o peso excessivo das biografias de grandes vultos, e fornecer um quadro bem mais realista do que seja a atividade técnico-científica, necessário se faz não só rever o que se contou a respeito de alguns poucos, mas preencher os vazios com os cientistas comuns – aqueles que participam e sustentam o cotidiano das práticas científicas.[21]

O sociólogo Pierre Bourdieu, num dos seus últimos cursos lecionado no Colégio da França, lembra-nos que "num universo como o da ciência, as construções individuais, são sempre, de fato, construções coletivas".[22] A pesquisadora francesa Catherine Goldstein, do Instituto de Matemática de Jussieu (em Paris), também ressalta o aspecto coletivo do fazer científico ao comentar que: "o intelectual, percebido como ser individual, é restituído num meio, um estado da ciência de sua época, em suma um ser social que participa da elaboração da ciência, coletivamente por exemplo."[23] Deste modo, assumindo esse caráter coletivo/colaborativo da produção científica, pode-se compreender melhor o que é o "quadro bem mais realista do que seja a atividade técnico-científica" mencionado por Figueirôa. Trata-se de um quadro em que, para além da produção dos "grandes vultos" – que permanecem no imaginário dos especialistas e que são celebrados pela historiografia tradicional – (re)aparecem as relevantes contribuições dos "cientistas comuns".

---

[18] [LORIGA 1996, p. 225].
[19] [LORIGA 1996, p. 244].
[20] [FIGUEIRÔA 2007].
[21] [FIGUEIRÔA 2007, p. 9].
[22] [BOURDIEU 2001, p. 101].
[23] [GOLDSTEIN 2012, p. 539].

1.1.2 As três dimensões de uma biografia em história das ciências.

Considerando-se que um biógrafo já tenha eleito um cientista para ser o protagonista de uma biografia histórica, há ainda uma segunda pergunta que deve ser respondida: Em que consiste, exatamente, uma *biografia científica*? Ou, mais particularmente, de que é feita uma *biografia matemática*?

Para alguns historiadores, tal biografia deve restringir-se à apresentação e análise das obras e da carreira do biografado. Essa é uma diretriz adotada, por exemplo, pelo corpo editorial do *Dicionário de Biografias Científicas* (Dictionary of Scientific Biography). O referido dicionário, apelidado pelos historiadores de DSB, é um empreendimento coletivo, organizado pelo editor Charles Coulston Gillispie e envolvendo mais de 1200 historiadores, especialistas ou pesquisadores dos diferentes campos científicos. Este dicionário, publicado inicialmente em 16 volumes ao longo da década de 1970, contém os esboços biográficos de cerca de 4000 cientistas selecionados desde a antiguidade clássica (como Aristóteles e Arquimedes, por exemplo) até os tempos modernos (como Einstein e Von Neumann).[24] Nas páginas iniciais do 1^o volume, encontramos a seguinte advertência do corpo editorial: "Os autores dos artigos foram convidados a enfatizar as realizações científicas e carreiras de seus indivíduos. (...) Biografia pessoal foi intencionalmente mantida ao mínimo suficiente para explicar o lugar do sujeito no desenvolvimento da ciência."[25] Um exemplo bem mais recente de trabalho que ainda se encaixa nesse paradigma é a biografia de Henri Poincaré (1854-1912) redigida pelo historiador Jeremy Gray.[26]

Uma tendência atual adota um ponto de vista um pouco mais amplo. Alguns historiadores consideram que uma biografia científica deve levar em conta também a vida pessoal do biografado, bem como as estruturas culturais e sociais nas quais ele evolue.[27] Dois exemplos recentes de textos redigidos segundo essa tendência, são as biografias dos matemáticos Colin Maclaurin (1698-1746) e Charles Ange Laisant (1841-1920), redigidas pelos historiadores Olivier Bruneau e Jérôme Auvinet, respe-

[24] Uma apresentação do DSB, seguido de um breve comentário crítico, pode ser encontrada em [TATON 1982, pp. 527-528]. Na cidade do Rio de Janeiro, pelo menos duas bibliotecas possuem o DSB completo: a biblioteca do IMPA e a biblioteca do Instituto de Física da UFRJ.

[25] [GILLISPIE 1970, p. ix (preface)].

[26] Trata-se do livro *Henri Poincaré: A scientific biography*, [GRAY 2013].

[27] Confira, por exemplo, [TATON 1982, p. 534] e [PARSHALL 1999, p. 299]. Confira ainda [DOSSE 2005, p. 386], [KAESER 2003, p. 145] e [EHRHARDT 2012, p. 99].

ctivamente.[28]

Essa tendência pode ser sumarizada da seguinte maneira: uma biografia em história das ciências é composta por três dimensões: a *obra*, os *contextos* e a *pessoa*. Cabe ao biógrafo escolher, na redação do seu texto, quais são as delimitações em cada uma das três dimensões mencionadas acima. A biografia contém uma análise do todo ou de uma parte da *obra*? Que facetas da *pessoa* serão abordadas? E que molduras fornecerão os *contextos* necessários ou suficientes? Essas escolhas dependem das fontes que o historiador/biógrafo tem à sua disposição, mas também da sua versatilidade para lidar com elas.

Para dar conta da sua tarefa de redigir a história de uma vida, alguns biógrafos adotam soluções em que, deliberadamente ou não, tendem a ressaltar uma das dimensões em detrimento das outras. Outras soluções possíveis são a de tentar apresentar as três dimensões de maneira "equilibrada", ou de eliminar uma das dimensões do seu trabalho, ou ainda mais radicalmente, restringir-se exclusivamente a uma delas. Tanto quanto seja possível, é desejável que essas dimensões apresentem-se de maneira articulada. Jacques Revel diagnostica que o problema da articulação rigorosa entre a experiência singular do personagem histórico biografado e a ação coletiva em torno dele, ainda é um problema não completamente resolvido.[29]

Uma tentativa de resolver o problema indicado por Revel é apoiar-se nos conceitos de *campo* e *habitus*, elaborados por Pierre Bourdieu ao longo de sua carreira. Segundo as teorias de Bourdieu, para melhor compreender as experiências de um indivíduo, considerando-o nas diversas trajetórias que ele percorre ao longo de sua vida, bem como nos diversos grupos sociais nos quais ele está inserido, é necessário relacioná-lo com o que há ao seu redor, pois a experiência individual nada é fora de sua interação com o todo. Isto posto, Bourdieu estabelece que a experiência dos agentes sociais é estruturada externamente pelos *campos* em que ele está inserido, e internamente pelo seus *habitus*.[30]

Um *campo*, no sentido definido e usado por Bourdieu, é uma como uma rede de relações objetivas entre posições que fundamenta e orienta as estratégias dos ocupantes dessas posições no espaço das possibilidades. Os diferentes campos nos quais

[28] O primeiro livro é *Colin Maclaurin: a obstinação matemática de um newtoniano* ([BRUNEAU 2011]) e o segundo livro é *Charles Ange Laisant: itinerários e engajamentos de um matemático da Terceira República* ([AUVINET 2013]).

[29] [REVEL 1996, p. 11].

[30] A breve apresentação que se segue, dos conceitos de *campos* e *habitus* em Bourdieu, é baseada nos seguintes textos [BOURDIEU 1984, pp. 119-126], [BOURDIEU 1987, pp. 169-180] e [BOURDIEU 1994, pp. 48-52].

um indivíduo pode estar inserido – por exemplo, o campo político, o campo cultural, o campo científico, etc. – são espaços sociais hierarquizados, cuja necessidade se impõe aos agentes que nele se encontram envolvidos. São também espaços de lutas, no interior dos quais os agentes se enfrentam, com meios e fins diferenciados conforme sua posição na estrutura do campo de forças, contribuindo assim para a conservação ou transformação de sua estrutura. Assim fica claro que a dinâmica interna de um campo provém das competições entre os agentes sociais para ocupar as posições dominantes dentro do próprio campo. Quanto aos agentes (indivíduos ou instituições) que pertencem a um campo, eles não estão inseridos lá por acaso. De fato, "todas as pessoas que são engajadas num campo tem em comum um certo número de interesses fundamentais, a saber, tudo o que é ligado à própria existência do campo".[31]

Para modular interpretações teleológicas e/ou deterministas de suas teorias, Bourdieu estabelece paralelamente (e complementarmente) ao conceito de campo, um segundo conceito fundamental que é o de *habitus*. "A teoria dos *habitus* visa fundar a possibilidade de uma ciência das práticas escapando à alternância do finalismo e do mecanicismo".[32] Para Bourdieu, o *habitus* é um conjunto de conhecimentos, estratégias e percepções, adquirido por um agente social e que delineia seus modos de ação dentro dos diferentes campos. Assim, o *habitus* é incorporado ao indivíduo ao longo do tempo, ainda que não necessariamente conscientemente, através de sua experiência social. Como numa via de mão dupla, as mesmas estratégias, percepções e conhecimentos são adaptados às necessidades dos agentes dentro do mundo social em que ele circula. Com este conceito, permite-se evidenciar as capacidades criadoras, ativas e inventivas dos agentes num certo campo. Usando uma expressão própria de Bourdieu, os *habitus* de um certo agente são como "estruturas estruturadas e estruturantes".[33] Por um lado "estruturadas", pois é um produto do convívio social do agente, e por outro, "estruturante" pois é a geradora de novas práticas a serem implementadas no mesmo convívio social do agente. Pode-se pensar a interação social dos indivíduos como um *jogo* que tem suas próprias regras. O conceito de *habitus*, tal como elaborado, supõe que o indivíduo possa em maior ou menor grau modificar as regras do jogo, enquanto está jogando, desde que respeite o momento e a posição que ocupa dentro do campo no qual está inserido.

Em 1985, numa entrevista de Pierre Bourdieu a um jornal alemão, o sociólogo

[31] [BOURDIEU 1984, p. 121].
[32] [BOURDIEU 1984, p. 125].
[33] [BOURDIEU 2009, p. 191].

comenta acerca da sua perspectiva na interpretação de obras literárias.

> A teoria do campo realmente faz com que se recuse tanto o estabelecimento de uma relação direta entre biografia individual e a obra (ou entre a "classe social" de origem e a obra) como a análise interna de uma obra em particular ou mesmo a análise intertextual, isto é, o relacionamento de um conjunto de obras. Porque é preciso fazer tudo isso ao mesmo tempo.[34]

Observe que Bourdieu se recusa a fazer apenas a relação de um escritor com sua obra, ou apenas o estudo de uma obra em si mesmo. Ele recusa até mesmo fazer apenas o estudo de uma obra dentro de um contexto formado por um conjunto de obras. O que ele propõe é bem mais ambicioso, quando recomenda que se faça tudo ao mesmo tempo. E onde "fazer tudo isso ao mesmo tempo" no caso de história das ciências? Uma resposta possível é sugerida pelo seguinte comentário de Catherine Goldstein: "a biografia, enquanto gênero, tanto não se opõe nem à história conceitual nem à das instituições, quanto serve para conciliá-las."[35] Deste modo, a biografia revela-se um gênero historiográfico privilegiado em história das ciências na tentativa de articular, de maneira bem sucedida, *obras* e *contextos*. E isto se dá exatamente porque a biografia insere uma *pessoa* como intermediária entre as duas dimensões supracitadas.

A ilusão biográfica e a linha do tempo.

Antes de avançar para a próxima seção, é pertinente tecer um breve comentário sobre a ordem cronológica numa narrativa biográfica.

Um artigo clássico sobre o tema da biografia foi redigido e publicado por Pierre Bourdieu em 1986, e intitula-se *A ilusão biográfica*.[36] Neste texto, Bourdieu aponta a artificialidade da narrativa de uma vida que seja

> organizada como uma história, [e] se desenrola segundo uma ordem cronológica que é também uma ordem lógica, desde o começo, uma origem, no duplo sentido de um ponto de partida, de início, mas também de princípio, de razão de ser, de causa primeira, até seu término, que é também seu objetivo.[37]

O sociólogo parte da premissa de que a vida real é descontínua, composta de elementos (des)organizados sem uma razão prévia, sendo cada um desses elementos

[34] [BOURDIEU 1987, p. 177].
[35] [GOLDSTEIN 2012, p. 539].
[36] [BOURDIEU 1986].
[37] [BOURDIEU 1986, p. 69].

únicos, incontornáveis, imprevisíveis, aleatório e sem um propósito necessário. Essa premissa lhe permite concluir que a uma vida não se pode atribuir um sentido. É o próprio Bourdieu quem nos lembra da polissemia da expressão *um sentido*, que pode (e deve) ser entendida como *um significado* mas também como *uma direção única linear*.

Entretanto, o problema não está necessariamente na *ordem cronológica* em si mesmo, mas sim em confundi-la com uma *ordem teleológica*. Até porque a grande ilusão biográfica denunciada pelo artigo é a crença num *eu* estável no espaço e no tempo. Tal crença pode levar o biógrafo a estabelecer o *nome próprio* como designante de um "mesmo objeto em qualquer universo possível, isto é, concretamente, nos diferentes estados do mesmo campo social (constante diacrônica) ou nos diferentes campos no mesmo momento (unidade sincrônica para além das diferentes posições ocupadas)."[38]

Nem todas as posições defendidas por Bourdieu em seu texto clássico são consensuais. O pesquisador Marc Antoine Kaeser, biógrafo do geólogo e paleontólogo Édouard Desor (1811-1882) comenta, por exemplo, que:

> Por princípio, o biógrafo deve, de fato, postular a unidade, a coerência da vida que ele se encarrega de retraçar. Ele não deveria, portanto, impor a sua biografia uma ordem, uma segmentação temática, conforme as categorias talvez enganadoras do presente. Assim sendo, a solução mais elegante nos parece ser a da ordem cronológica. Se esta solução se mostra muito restritiva para análises epistemológicas, se ela prejudica a legibilidade de interpretações relativas à obra do personagem estudado, ela autoriza o biógrafo a adotar o tom, a forma e a liberdade do discurso narrativo.[39]

Se por um lado o texto de Bourdieu sugere que a escolha da ordem cronológica pode induzir o biógrafo a cair na armadilha do *teleologismo*, por outro lado, o comentário de Kaeser sugere que é a mesma ordem cronológica que permite ao biógrafo escapar "mais elegantemente" da armadilha do *anacronismo*. Ora, realmente deve-se desconfiar de biografias que sejam completas demais ou consistentes demais, no relato da trajetória de uma vida desde o nascimento até a morte. Ou, numa perspectiva menos biológica (mas ainda linear), a narração de uma vida desde a formação (escolar, intelectual, artística, etc) do protagonista biografado até a realização da sua grande obra, seja ela de que natureza for. Mas também deve-se desconfiar de biografias que atribua às ações do personagem histórico do passado as concepções do nosso tempo presente.

38 [BOURDIEU 1986, p. 70].
39 [KAESER 2003, p. 145].

Assim, quando um biográfo decide optar por estruturar sua narrativa biográfica segundo a linha do tempo, ele deve assumir as limitações e os riscos que tal escolha acarreta. E estando devidamente advertido da *ilusão biográfica*, guardar-se de não confundir sua ordem cronológica com uma ordem teleológica.

1.1.3 Algumas especificidades de biografias em história da matemática.

A produção matemática consiste não somente das invenções "geniais" ou das descobertas "acertadas" dos especialistas, registrados em seus artigos e tratados. Também fazem parte dessa produção, os resultados obtidos e os textos produzidos pelos mais diversos usuários da matemática.[40] Isso inclui textos de ensino (dos mais básicos aos mais avançados), os textos de divulgação de (ou sobre) matemática (quer sejam voltados para especialistas ou para um grande público), as tentativas e os "erros" que se perderam no tempo, etc. Narrar a história da matemática, portanto, é narrar a história dessas produções, bem como das condições do seu surgimento, das pessoas e das instituições envolvidas, das práticas e dos contextos em torno dessas produções.

Catherine Goldstein justifica o porquê de se estudar história da matemática, quando diz que "a história da matemática, ou das ciências em geral, é frequentemente o meio de testemunhar os aspectos humanos da ciência."[41] Assim, uma das principais vantagens que se pode angariar estudando história da matemática, é compreender que a produção matemática (de todos os naipes mencionados acima) deixa de se apresentar *desencarnada* e passa a se apresentar vinculada a pessoas.

Além das complexidades próprias do gênero biográfico em qualquer circunstância, no caso da história da matemática aparentemente há algumas dificuldades extras. Uma delas foi indicada por Thomas Hankins em 1979. Segundo seu argumento, a matemática, diferentemente das ciências naturais, parece ter uma existência autônoma da realidade. Dito mais claramente, a matemática parece ser independente de qualquer realidade intelectual ou social mais ampla.[42] Exatamente vinte anos depois, a historiadora Karen Parshall, biógrafa do matemático inglês James Joseph Sylvester (1814-1897), comenta que "matemáticos podem até ser um tema difícil para biógrafos, mas as razões dadas por Hankins em 1979 são difíceis de se justificar no clima his-

[40] Aqui eu emprego o termo *usuários da matemática* referindo-se a um público bem mais amplo do que os matemáticos profissionais. Esse grupo inclui dos especialistas aos amadores, dos professores de todos os níveis de ensino aos estudantes, dos divulgadores e comentadores aos curiosos em geral.

[41] [GOLDSTEIN 2012, p. 538].

[42] [HANKINS 1979, p. 12].

toriográfico atual."[43] E ela prossegue argumentando que a matemática não pode existir sem o matemático. Sem entrar num debate filosófico mais profundo se a matemática é descoberta ou inventada, o fato é que sem um agente humano (no caso, o matemático), nem uma descoberta ou nem uma invenção são possíveis.[44]

Outra dificuldade de uma biografia em história da matemática, foi apontada por Hélène Gispert, pesquisadora vinculada ao Grupo de História e Difusão das Ciências de Orsay (GHDSO). Trata-se da dificuldade intrínseca à própria matemática e a impossibilidade de expô-la de maneira "simples".[45] Observo, porém, que na verdade esse não é um problema apenas do gênero biográfico, mas é um problema da história da matemática mesmo, qualquer que seja o gênero que se adote. (Entre parêntesis, aproveito para comentar que esse problema, que é de qualquer historiador da matemática, também é um problema do leitor. Afinal de contas, a história da matemática é escrita e lida por que público: historiadores profissionais, especialistas em matemáticas, um público intermediário ou leigos interessados?)

Apesar dessa dificuldade aparentemente incontornável, isso não deve ser impedimento para que se invista em biografias matemáticas. Parshall observa que o objetivo do biógrafo de um matemático é entender e analisar as forças que o moldam enquanto indivíduo e enquanto matemático. Além disso ela comenta que "enquanto metodologia para a história da matemática, a biografia pode fornecer uma janela não só para o processo criativo do matemático, mas também do matemático como um participante e filtro da sua cultura."[46]

Nas seções anteriores nos ocupamos de responder quais são os cientistas que "merecem" uma biografia. Também respondemos a questão de estabelecer em que consiste uma biografia científica. Fechando o foco sobre os matemáticos, podemos responder que quando um biógrafo escolhe um *matemático comum* como protagonista, faz ressaltar não só o caráter humano da disciplina, mas também o caráter coletivo do seu processo de construção. Além disso, por mais que pareça tarefa difícil, uma biografia matemática deve tentar articular a obra matemática do protagonista com a pessoa do protagonista mesmo, e ambos com os diversos contextos nos quais estiverem inseridos. Tomando emprestado a metáfora de Parshall, pode-se afirmar que escolher um matemático comum para ser protagonista de uma biografia, é *abrir mais uma janela* de onde se pode avistar, por outros ângulos, a riqueza das práticas matemáticas de

[43] [PARSHALL 1999, p. 290].
[44] [PARSHALL 1999, p. 290].
[45] [GISPERT 2012, pp. 172-173].
[46] [PARSHALL 1999, p. 292].

um certo período, ainda que esta janela não esteja num patamar tão alto ou numa posição frontal.

1.2 Por que escrever uma biografia de Étienne Bobillier?

As próximas seções dedicam-se a *justificar a pertinência de uma biografia de Bobillier*. Para isso, a primeira coisa que se faz é apresentar o personagem histórico um pouco mais detalhadamente, bem como sua obra e seus contextos. Veremos que Bobillier não é um "grande matemático" e nem um "personagem central" em história da matemática, mas que são exatamente essas suas características que tornam essa biografia interessante.[47] Veremos também o quanto Bobillier é um personagem esquecido pelos historiadores. Os poucos esboços biográficos dedicados a ele são catalogados e brevemente comentados.[48] No que diz respeito aos contextos em que Bobillier está inserido, faz-se um levantamento dos estudos historiográficos recentes sobre geometrias no início do século dezenove e sobre educação matemática no mesmo período.[49] Veremos que há várias lacunas historiográficas a serem ainda preenchidas, mas que são exatamente algumas delas (mais precisamente, o seus preenchimentos) que tornam essa biografia necessária.

1.2.1 Quem é Bobillier? Quem Bobillier não é?

Bobillier nasceu na cidade de Lons-le-Saunier, no centro-leste da França, em 17 de abril de 1798. Seus pais chamam-se Ignace Bobillier e Marie Rollet e Étienne é o segundo filho dentre quatro irmãos. No ano letivo 1817/1818, o jovem Étienne Bobillier esteve em Paris como aluno da prestigiosa Escola Politécnica. Ao fim do primeiro ano letivo, foi classificado como o 8º lugar entre os 64 alunos da sua turma. Sua passagem pela Escola Politécnica foi curta, pois não continuou lá para o segundo ano letivo, e nem mesmo concluiu o curso ali iniciado.

Após isso, ao longo de 22 anos, ele seguiu carreira docente nas Escolas de Artes e Ofícios das cidades de Châlons-Sur-Marne e de Angers e no Colégio Real de Châlons. Ao longo da carreira lecionou trigonometria, estática, geometria analítica, geometria descritiva, mecânica prática, física e química. Lecionou também nos cursos chamados

[47] Na seção 1.2.1 a seguir.
[48] Na seção 1.2.2 adiante.
[49] Esta é a seção 1.2.3.

de *matemáticas especiais*, que eram cursos de nível médio/intermediário, preparatório para as chamadas *grandes escolas* da França (Escola Politécnica, Escola Normal Superior, etc). Além de docente, desenvolveu nas Escolas de Artes e Ofícios algumas atividades como gestor na década de 1830 (chefe de estudos, chefe adjunto de estudos e trabalhos, etc).

Étienne Bobillier publicou dois livros didáticos. O primeiro, intitulado *Princípios de Álgebra*, foi uma "obra adotada pelo ministro da agricultura, do comércio e de obras públicas para as escolas de artes e ofícios",[50] cuja primeira edição em três volumes é de 1825, 1826, 1827 e a nova edição, em volume único, é de 1845. O segundo livro é o seu *Curso de Geometria*. Trata-se de um manual didático bem sucedido, igualmente adotado "pelo ministro da agricultura, do comércio e de obras públicas para as escolas de artes e ofícios",[51] e reeditado 15 vezes entre 1832 e 1880.

As pesquisas matemáticas de Bobillier aparecem na primeira metade do século dezenove. Mais precisamente, ele publicou quarenta e seis artigos de pesquisa, todos no intervalo entre 1826 e 1830. A grande maioria desses textos aparece no periódico que era, na época, o principal jornal francês especializado em matemáticas, os *Anais de matemáticas puras e aplicadas* (apelidado de *Annales de Gergonne*). Um bom número de textos aparece também na *Correspondência física e matemática*, um jornal editado a partir do Observatório Astronômico de Bruxelas. O principal interesse de Bobillier em suas pesquisas são as curvas e as superfícies de segunda ordem, estudadas em diversos contextos disciplinares: geometria pura, geometria descritiva, geometria analítica, geometria de situação e geometria transcendente. Suas principais metodologias de pesquisa e/ou estratégias de demonstração são o método da notação abreviada, o estudo de lugares geométricos, a teoria das projeções e a teoria das polares recíprocas. Eventualmente manifesta outros interesses, publicando artigos sobre álgebra, aritmética, cálculo diferencial e estática.

Além das atividades docentes e das suas pesquisas matemáticas, Bobillier foi membro de algumas sociedades científicas provinciais da sua época, como, por exemplo, a Sociedade Industrial de Angers e a Sociedade de Emulação do Departamento de Jura. Foi membro titular da Sociedade de Agricultura, Comércio, Ciências e Artes do Departamento de la Marne, desde 1826 até 1842. Em seu último ano de vida foi eleito presidente de tal sociedade, mas não chegou a concluir o mandato anual, pois faleceu antes.

Bobillier casou-se em agosto de 1837 com uma moça de família chalonense chamada

[50] [BOBILLIER A, folha de rosto].
[51] [BOBILLIER G, folha de rosto].

Pome Idalie Pavier. Foi condecorado como Cavaleiro da Ordem da Legião de Honra em 1839. Por fim, ele faleceu no dia 22 de março de 1840, em Châlons-Sur-Marne, às vésperas de completar 42 anos.

Bobillier, um professor na periferia.

Há um fato que chama a atenção na história da vida de Bobillier: ele sempre foi um professor situado nas *periferias* do sistema de produção matemática. Por periferia, aqui, entenda-se que Bobillier estava deslocado em relação às posições ocupadas pela elite científica de sua época.

Dito mais claramente, uma das periferias consideradas é a *geográfica*, já que ele não é um matemático *de* Paris (nem *em* Paris). Salvo o único ano em que ele esteve em na capital francesa como estudante (no ano letivo 1817/1818, quando ele tinha 19 anos de idade), toda sua vida transcorreu em cidades provinciais, com destaque para Châlons-sur-Marne (180 km a leste de Paris) onde ele viveu quase metade do seu tempo de vida.

A segunda periferia considerada é *institucional*. Bobillier nunca trabalhou em faculdades ou academias de ciência, muito menos foi professor de matemáticas de nível superior. Sua instituição é a Escola de Artes e Ofícios, que formava técnicos ("engenheiros") de nível secundário. Tais escolas, todas situadas em cidades provinciais no século dezenove, embora fossem parte de uma política de estado de expansão de formação técnico/científica nas províncias, e mesmo que fossem de administração central parisiense (ligadas ao ministério do comércio), não gozavam do mesmo prestígio das grandes instituições ou das faculdades.

A questão da periferia faz pensar na posição de Bobillier no imaginário da comunidade matemática. Esta comunidade, de modo geral, é endógena, auto-referente e fechada, o que exige daqueles que querem nela entrar (e permanecer) um longo tempo de preparação e adaptação. Num sentido de Bourdieu, aos que querem *jogar* num determinado campo social, "é necessário e suficiente que 'acompanhem o lance', que estejam a par do que se fez e se faz no campo, que tenham o 'senso de história' do campo, de seu passado e também de seu futuro, de seus desenvolvimentos futuros, do que está por fazer."[52] Além disso,

> Os campos de produção cultural propõem, aos que neles estão envolvidos, um *espaço de possíveis* que tende a orientar sua busca definindo o universo de problemas, de

[52] [BOURDIEU 1987, p. 178].

> referências, de marcas intelectuais (frequentemente constituídas pelos nomes de personagens-guia), de conceitos em "ismo", em resumo, todo um sistema de coordenadas que é preciso ter em mente – o que não quer dizer consciência – para entrar no jogo.[53]

É certo que por algum tempo Bobillier se aplicou em *jogar no campo matemático*, ao publicar artigos originais de pesquisa nos *Annales de Gergonne* e na *Correspondência matemática e física*. Isso permitiu que Bobillier participasse de uma comunidade mais abrangente do que a sociedade provincial no seu entorno: os leitores e autores dos referidos periódicos. Entretanto, a partir da súbita interrupção de suas publicações, em 1830,[54] ele passa a dedicar-se integralmente às atividades circunscritas à província: docência, gestão escolar e participação em pequenas sociedades científicas.

Normalmente a comunidade matemática escolhe para seus *heróis* aqueles que devotam toda (ou, pelo menos, grande parte de) sua vida pública às atividades pertinentes a essa comunidade mesmo. Parece que essa é uma regra do jogo que Bobillier não aprendeu. Ao se desviar dos interesses estritamente matemáticos ele restringiu bastante o seu *espaço dos possíveis* enquanto matemático.[55] O fato de Bobillier já não mais se comunicar com os demais matemáticos, antes mesmo de morrer, coloca-o do lado de fora do campo matemático, e portanto sujeito a um possível processo de esquecimento pelos seus pares.

Assim, a posição de Bobillier como um personagem *periférico* desemboca (embora não como motivo único) numa questão um pouco mais ampla, a saber, a posição de Bobillier como um personagem *esquecido*. Nos parágrafos que se seguem, pretendo apontar algumas pistas e evidências que mostram o quanto Bobillier foi (e ainda é) esquecido pela comunidade matemática. Mais adiante,[56] será mostrado mais detalhadamente *como* e *quanto* os historiadores da matemática, nos séculos dezenove e vinte, e mesmo nos dias de hoje, também se esqueceram de Bobillier.

Bobillier, um matemático esquecido pela comunidade matemática.

As pesquisas matemáticas de Bobillier estão circunscritas a um período que a historiografia tradicional da matemática (talvez com exagerado entusiasmo) apelida de "a era de ouro da geometria analítica" e "o grande período da geometria projetiva".[57]

[53] [BOURDIEU 1994, p. 53].
[54] Confira a seção 7.2.3 desta tese.
[55] Este argumento me foi sugerido pelo historiador Carlos Henrique Barbosa Gonçalves, professor na Universidade de São Paulo.
[56] Na seção 1.2.3.
[57] O primeiro apelido é título do capítulo IX de [BOYER 1956]. O segundo apelido é título do parágrafo § 2, do capítulo V, livro I de [COOLIDGE 1940].

Também pertencem a esse período alguns geômetras reputados como “ilustres”, cujas contribuições à geometria aparecem nos mesmos periódicos e tratam dos mesmos temas que os trabalhos de Bobillier. Um deles é Joseph Diaz Gergonne (1771-1859), editor dos *Annales*, cujo apelido incorporou seu nome. Outro é Jean Victor Poncelet (1788-1867), célebre pelo seu *Tratado das Propriedades Projetivas das Figuras.* Há ainda Michel Chasles (1793-1880) e Julius Plücker (1801-1868), que depois dos anos 1830 alcançaram grande reputação em suas carreiras profissionais (Chasles em Paris e Plücker em Bonn). É bom registrar, entretanto, que Chasles e Plücker são pesquisadores iniciantes durante o período em que Bobillier, também iniciante, publicou suas pesquisas (o final dos anos 1820). Poncelet, por sua vez, não era necessariamente iniciante em suas pesquisas, mas era iniciante na divulgação delas.

Três décadas depois da sua morte, Bobillier ainda é lembrado (embora nem sempre precisamente) pelos seus contemporâneos que envelheceram e se tornaram reconhecidos. Poncelet menciona Bobillier diversas vezes nos seus livros da década de 1860, inclusive referindo-se afetuosamente a ele como alguém com quem teve relação pessoal direta. Chasles, por sua vez, redige um empolgado verbete sobre Bobillier para seu *Relatório sobre os progressos da geometria na França*, de 1870.[58] Além disso, quarenta anos depois de sua morte, seu principal livro didático, o *Curso de Geometria*, ainda é reeditado pela 15ª vez.

Entretanto, nota-se que já no século dezenove, e pouco a pouco, Bobillier vai se tornando esquecido pelo matemáticos profissionais e demais usuários da matemática. Eis um pequeno episódio que serve para ilustrar esse *esquecimento.* Em 1865, um professor parisiense chamado Jules Alexandre Mention publica no jornal *Nouvelles Annales des Mathématiques* um texto intitulado *Sobre a hipérbole equilátera.*[59] A frase de abertura é significativa: “A hipérbole equilátera ainda é um bom objeto de estudo, mesmo depois das pesquisas frequentemente citadas de Brianchon e Poncelet, e ainda, as menos conhecidas, de Bobillier.”[60] Na sequência, Mention fornece corretamente a referência ao trabalho de Bobillier sobre a hipérbole equilátera, indicando o tomo e a página em que o artigo aparece nos *Annales de Gergonne.*[61] Observe que as pesquisas de Charles Julien Brianchon (1783-1864) e Poncelet são referidas como “frequentemente citadas” em contraposição às de Bobillier que, a essa altura, já aparecem como “menos conhecidas”.

[58] Tanto as menções de Poncelet quanto o verbete de Chasles são apresentados brevemente na seção 1.2.2
[59] [MENTION 1865].
[60] [MENTION 1865, p. 30].
[61] Trata-se do texto [BOBILLIER 40].

Hoje em dia, no nosso século 21, Bobillier parece ser praticamente desconhecido pelo público formado por matemáticos profissionais e demais usuários da matemática. Este público certamente já ouviu falar, inúmeras vezes, de alguns contemporâneos ilustres de Bobillier, como por exemplo, Augustin Louis Cauchy (1789-1857), Niels Henrik Abel (1802-1829), Joseph Liouville (1809-1882) e Évariste Galois (1811-1832). Os geômetras profissionais do nosso tempo, especialistas em geometria algébrica,[62] com certeza conhecem teoremas, objetos ou métodos rotulados com os nomes de Poncelet ou de Plücker; mas o nome de Bobillier, arriscaria dizer, por certo não lhes diz nada.

Há algumas pistas que podem apontar ao porquê de Bobillier ser um personagem esquecido. Para começar, ele não foi longevo, tendo vivido pouco mais de 40 anos. Apenas para ilustrar essa questão, e retomando alguns dos matemáticos já mencionados aqui, Plücker, Cauchy, Liouville e Poncelet viveram 66, 67, 73 e 79 anos respectivamente. Mas a longevidade não é critério suficiente para justificar que um matemático seja lembrado ou não. Dois dos matemáticos também mencionados nos parágrafos anteriores viveram bem menos do que Bobillier e estão até hoje na *ordem do dia* dos matemáticos profissionais. Um deles é Abel, que embora tenha vivido apenas 26 anos, já era, antes de morrer, um matemático enormemente reconhecido pelos seus pares. O outro notável exemplo de falecimento precoce é Galois, cuja morte trágica aos 21 anos é uma narrativa assaz conhecida.

Alguns que entram em contato com os escritos de Bobillier, sejam matemáticos profissionais, ou usuários da matemática ou ainda outros curiosos, poderiam supor que sua matemática é desinteressante e por isso este personagem caiu nas sombras do esquecimento. Conforme veremos ao longo dessa tese, a produção escrita de Bobillier não é pequena e a sua matemática foi (e ainda é) do interesse de muita gente. Do ponto de vista estritamente quantitativo, seus artigos em periódicos totalizam cerca de 350 laudas. Se acrescentarmos a isso os seus dois livros didáticos publicados, obtemos um total de pouco mais de 1000 laudas. Quanto a uma possível mensuração da qualidade da sua matemática, é bom registrar que os interesses e as práticas matemáticas de Bobillier são as mesmas de muitos dos seus contemporâneos, entre os quais os *memoráveis* Chasles, Plücker e Poncelet.[63] É bom lembrar que os três personagens que estou qualificando aqui como memoráveis, só vieram a sê-lo, de fato, depois dos anos 1820.

[62] A geometria algébrica é uma área da matemática contemporânea na qual poderiam ser enquadradas as pesquisas mais significativas de Bobillier. É claro que esta afirmação está registrada aqui de modo deliberadamente anacrônico.

[63] Esses interesses e essas práticas matemáticas são estudados detalhadamente nos capítulos 4, 5 e 6 desta tese.

Outra pista que aponta para o esquecimento de Bobillier entre matemáticos profissionais é o fato de ele não ter escrito nenhum grande tratado de pesquisa.[64] Poncelet tem o seu *Tratado das propriedades projetivas das figuras*,[65] publicado em 1822 e que, desde então, tem sido conhecido (e reconhecido) pela comunidade matemática como o "texto fundador" da geometria projetiva moderna.[66] Plücker, por sua vez, começa sua carreira matemática com o tratado *Desenvolvimentos de geometria analítica*,[67] publicado em dois volumes nos anos 1828 e 1831, seguindo-se a isso pelo menos mais três alentados livros contendo pesquisa original em geometria. Quanto a Chasles, após tornar-se célebre pela sua *Apreciação histórica* de 1837,[68] assenta posição no cânone dos livros de referência para matemática avançada, ao publicar o *Tratado de Geometria Superior* em 1852.[69] No caso de Bobillier, seu livro maior é o *Curso de Geometria*.[70] Embora seja um livro de muitos méritos, entre os quais o de reunir em apêndices uma parte da sua pesquisa original que apareceu dispersa em periódicos, trata-se ainda de um manual didático, de circulação restrita ao contexto escolar.

Por fim, algo não diretamente relacionado a questões matemáticas, e que pode contribuir no processo de esquecimento de Bobillier, é o fato de que ele não deixou rastros pessoais de espécie alguma. Até quanto pude procurar nos diversos arquivos que percorri,[71] não há nenhuma carta, diário, cadernos ou anotações pessoais, nem dele, nem de seus pais, irmãos ou esposa. Bobillier não deixou nem mesmo filhos.

Todos esses "motivos" aparentemente muito concretos alistados acima, na realidade são *pseudomotivos*, pois o esquecimento é um fenômeno que aparece nos relatos históricos, e não na história enquanto "o conjunto do acontecer humano" propriamente dito. São os especialistas e os historiadores que, por concepções inadequadas, consideram como "grandes vultos" uns poucos personagens, em detrimento de outros, aos quais resta apenas o desabonador título de "personagens pequenos".

---

[64] Esta pista me foi sugerida pelo historiador Gérard Émile Grimberg, professor na Universidade Federal do Rio de Janeiro.

[65] [PONCELET 1822].

[66] Confira, por exemplo, os registros laudatórios do matemático Luigi Cremona (do século dezenove) em [CREMONA 1873, p. vi] e do historiador René Taton (do século vinte) em [TATON 1970, p. 2037].

[67] [PLÜCKER 1828 a] e [PLÜCKER 1831].

[68] O título pomposo e completo desse tratado é *Apreciação histórica sobre a origem e o desenvolvimento dos métodos em geometria, particularmente daqueles que se referem à geometria moderna* [CHASLES 1837 a].

[69] [CHASLES 1852].

[70] [BOBILLIER G].

[71] A questão das fontes e dos documentos de arquivos coletados para a pesquisa e a redação desta tese será tratada adiante, na seção 1.3.

A historiografia tradicional da matemática, posicionou-se de modo a preservar e reafirmar a memória dos heróis eleitos pelos matemáticos profissionais. Daí que, nos textos de caráter histórico escritos na segunda metade do século dezenove ou no século vinte, sobre a geometria dos anos 1820, Bobillier é pouco (ou mal) mencionado pelos historiadores da matemática, com informações incompletas ou incorretas. Ao fazer isso, a historiografia tradicional estabeleceu que Bobillier é, de fato, um matemático pequeno.

Por outro lado, em concordância com as tendências mais recente em biografias históricas, eu recuso o título de *pequeno* para Bobillier. Adapto as expressões usadas por Sabina Loriga e por Silvia Figueirôa (respectivamente "homem comum" e "cientista comum") para classificar Bobillier como um *matemático comum*. Lembrando que são os matemáticos comuns que sustentam o cotidiano da produção matemática, compreende-se o quanto eles são importantes na construção coletiva das matemáticas, sem que, necessariamente, eles tenham que ser "grandes".

Por que escolher Bobillier, *professor periférico* **e** *matemático comum*, **como protagonista de uma biografia histórica?**

Por tudo o que foi dito acima, pode-se dizer que Étienne Bobilier *não é um grande matemático* e também que *não é um personagem central* na história da matemática. Enquanto matemático ele está esquecido; e a sua produção, embora pareça abundante, fica toda circunscrita a um curto intervalo de quatro anos de publicações. Enquanto professor, ele nunca teve sua carreira diretamente ligada à cidade de Paris e nem esteve vinculado às grandes instituições de ensino ou pesquisa da sua época. Pelo contrário, toda sua carreira profissional se desenrolou em escolas provinciais de formação técnica de nível médio.

Por que, então, escolher este personagem *comum* e *periférico* como objeto de estudo? Lembramos que Bobillier pertenceu à geração de geômetras ativos no início do século dezenove. Conforme veremos no avançar dessa tese, os trabalhos de Bobillier, além de serem criativos e inovadores em si mesmo, são também representativos das tendências e dos desenvolvimentos da geometria do seu tempo. Particularmente ele foi um matemático, entre dezenas de outros leitores e autores dos *Annales de Gergonne* nos anos 1820, que se engajou na fabricação de geometrias (analítica, projetiva, de situação, etc). Assim, estudar a obra deste personagem pode contribuir para (re)afirmar o aspecto coletivo/colaborativo na construção dessas geometrias de então. Além disso, num horizonte um pouco mais amplo, pode-se estudar não só as pesquisas matemáticas de Bobillier, mas também sua produção didática e a evolução da sua carreira profissional nas cidades e instituições pelas quais passou. Isso permite compreender alguns aspectos de como ocorre a produção, a circulação e o ensino de matemáticas *nas* periferias (e também, *para* as periferias, e *a partir* das periferias).

Como conclusão parcial da *justificativa para esta biografia*, marco a minha posição. Eu escolho, sim, fazer de Bobillier um personagem *memorável*. Enquanto biógrafo, porém, não tenho a pretensão de transformá-lo num "grande matemático" ou num "personagem central". Com este estudo, pretendo mostrar que, sem deixar de ser um *matemático comum* e um *professor periférico* (ou talvez por isso mesmo) a vida, a obra e os contextos de Bobillier são suficientemente relevantes para melhor compreender diversos aspectos da história da matemática e da educação matemática francesa do século dezenove.

1.2.2 O que os historiadores (não) disseram de Bobillier.

Esta seção começa lembrando que, enquanto a *história* pode ser definida como o conjunto do acontecer humano, a *historiografia*, por sua vez, pode ser entendida como a escrita sobre esse acontecer. Nessa perspectiva, uma pergunta se coloca: qual é, ou antes, quais são, as produções historiográficas em história da matemática que dizem respeito ao personagem Étienne Bobillier? Esta pergunta não tem apenas uma única resposta, visto que Bobillier é um personagem potencialmente rico e passível de muitas abordagens. Para ser mais exato, essa pergunta não deve nem mesmo ser colocada como uma só, mas deve ser desdobrada em pelo menos duas. Primeiramente pode-se perguntar pelas produções historiográficas *sobre* Bobillier mesmo, quando se quer enfatizar os esboços biográficos dedicados a ele. E depois, pode-se perguntar pelas produções historiográficas *em torno* de Bobillier, quando se quer enfatizar os estudos dos diversos contextos nos quais Bobillier estava inserido.

O que os historiadores da matemática já disseram do personagem histórico Étienne Bobillier? E o que eles ainda *não* disseram? Uma inspeção minuciosa da literatura secundária revela que não há nenhum trabalho de grande porte sobre sua obra matemática ou sua carreira profissional. Os poucos esboços biográficos existentes sobre ele são duplamente carentes. São carentes de informações mais detalhadas sobre sua vida e sua carreira. E também são carentes de melhor apresentação e análise da sua obra, tanto em si mesma, quanto contextualizada.

No que se segue, aponto brevemente as aparições de Bobillier em textos de caráter histórico (conferências, livros, verbetes ou artigos de revisão) que tratam de aspectos da geometria do primeira metade do século dezenove, escritos por matemáticos ou historiadores na continuação do século dezenove ou no século vinte. Dentre essas poucas e pequenas aparições, destacam-se pela originalidade os esboços biográficos redigidos pelo matemático Michel Chasles no século dezenove e pelo historiador Jean Itard (1902-1979) no século vinte, dois textos fundamentais, separados entre si por um intervalo de quase exatamente um século.

A avaliação da historiografia em torno de Bobillier, os estudos dos contextos onde ele está (ou deveria estar) inserido, e as lacunas historiográficas que podem ser preenchidas por uma biografia deste personagem, são apresentadas e comentadas na seção seguinte.[72]

O discurso obituário (1840).

Um primeiro esboço biográfico aparece já em setembro de 1840, seis meses após a morte de Bobillier. Trata-se de um discurso obituário, publicado no jornal regional de Châlons-sur-Marne, que traz como anexo uma lista das obras, tanto de pesquisa quanto de ensino, do recém falecido professor.[73] Este documento ressalta muito mais os aspectos da carreira docente de Bobillier nas escolas de Châlons do que propriamente seus trabalhos matemáticos. Tudo indica que este obituário teve circulação restrita entre as pessoas da geração e da província de Bobillier, e de certa forma permaneceu *perdido* até a década de 1970, quando foi redescoberto por Itard.

Memórias do velho Poncelet (anos 1860).

Na década de 1860, quando Poncelet já tinha passado dos 70 anos de idade, e após 40 anos sem publicar livros de geometria, ele publica três livros que complementam o seu *Tratado* de 1822. São eles, as *Aplicações de análise e de geometria que serviram de principal fundamento ao tratado das propriedades projetivas das figuras*, tomo I em 1862 e tomo II em 1864; e o *Tratado das propriedades projetivas das figuras*, tomo II, em 1866.[74] Nesta trinca de livros, Poncelet reúne e apresenta vários artigos e textos escritos em sua juventude, desde os famosos *Cadernos de Saratov*, datados de 1813/1814, produzidos enquanto ele ainda estava na prisão russa, passando pelos seus diversos textos publicados nos *Annales de Gergonne* na década de 1820 ou no *Journal de Crelle* na década de 1830. Alguns dos textos que compõem esses livros

[72] Seção 1.2.3.
[73] [SÉANCE PUBLIQUE de la MARNE, 1840b] e [SÉANCE PUBLIQUE de la MARNE, 1840c].
[74] [PONCELET 1862], [PONCELET 1864] e [PONCELET 1866].

são de publicação inédita, embora tenham sido produzidos no período da juventude. A reunião e apresentação dos textos é feita em ordem temática e cronológica.

Uma característica marcante desses livros da velhice, é que não se tratam de meras compilações de escritos juvenis. De modo geral, os textos juvenis são publicados exatamente como foram produzidos três ou quatro décadas antes. No entanto, o próprio Poncelet se encarrega de comentar, adaptar e atualizar os conteúdos matemáticos em longas notas de rodapé. Eventualmente novos capítulos de comentários pertinentes de um velho matemático, são encaixados entre um ou outro apanhado de textos antigos. Outra característica, que enriquece a primeira, é que várias dessas notas de rodapé e novos capítulos têm um tom de *depoimento* ou *memórias*. Assim, encontramos nesses livros vários comentários que mostram, por exemplo, a versão pessoal (e obviamente parcial) das suas querelas públicas com Gergonne.

Por diversas vezes, Bobillier, sua vida e seus teoremas aparecem nas memórias do velho Poncelet. Apenas para dar uma idéia dessas aparições, eis um trecho tirado de um desses livros:

> Estas mesmas teorias [analíticos-geométricas publicadas entre 1815 e 1816] foram retomadas e desenvolvidas com sucesso em 1827 por Bobillier, espírito inteligente e singularmente ativo, já citado no primeiro volume destas *Aplicações*, e que, após ter esposado às idéias do Sr. Gergonne, quis por bem enfim reconhecer sua própria injustiça no que me diz respeito, em uma correspondência e em relações particulares datando de 1828 a 1829; época onde ele se liga de uma amizade sincera por mim, por intermédio do Sr. Bardin, professor na Escola regimentar de artilharia de Metz, e bem à par dos meus antigos trabalhos de geometria.[75]

O verbete "Bobillier" de Chasles no seu *Relatório* (1870).

Outro esboço biográfico de Bobillier, também do século dezenove, aparece no livro *Relatório sobre os progressos da geometria na França* de Michel Chasles escrito sob encomenda no final dos anos 1860 e publicado em Paris em 1870.[76] À época da aparição do *Relatório sobre os progressos da geometria*, Chasles já é detentor de uma longa carreira estabelecida e reconhecida na Faculdade de Ciências de Paris. Para o seu *Relatório*, Chasles fixou um período, a primeira metade do século dezenove. Ele também marcou dois pontos de partida para descrever os "progressos da geometria na França", a saber, os livros de Gaspard Monge (1746-1818) e os livros de Lazare Carnot (1753-1823). Pelo seu caráter de revisão e pelas esboços biográficos de vários

[75] [PONCELET 1864, p. 486].
[76] [CHASLES 1870].

matemáticos do século dezenove, esse livro funciona como uma extensão/continuação da *Apreciação histórica*, publicada em 1837.[77]

O nome e as pesquisas de Étienne Bobillier aparecem algumas vezes no *Relatório* de Chasles, e há mesmo uma seção inteiramente dedicada ao "geômetra distinto, que deu grandes esperanças às ciências matemáticas" e a quem "devemos pesquisas bastante notáveis".[78] Como era de se esperar, o esboço biográfico redigido por Chasles se concentra na apresentação e análise da obra geométrica de Bobillier. Levando em conta os interesses matemáticos do autor do relatório e o tamanho da seção dedicada a Bobillier, esta apresentação e análise fica restrita a pouco mais de meia dúzia de textos de Bobillier.[79] É curioso observar que, em seu livro, Chasles informa incorretamente a data da morte de Bobillier como tendo sido em 1832. Esse erro será replicado em vários textos de história da matemática até ser finalmente corrigido por Itard cerca de uma centena de anos depois.

Darboux, Fano e Molk (décadas de 1900 e 1910).

Em 24 de setembro de 1904 o matemático francês Gaston Darboux (1842-1917), sucessor de Chasles na cadeira de geometria superior na Sorbonne, profere no Congresso de Ciências e Artes em Saint Louis, Estados Unidos da América, uma conferência intitulada *O desenvolvimento de métodos geométricos*.[80] A versão impressa desta conferência aparece publicada em quatro partes no jornal norte americano *The mathematical gazette* entre 1904 e 1905. A Darboux foi incubida a tarefa de apresentar historicamente a geometria produzida no século dezenove, da qual ele mesmo é um personagem. Sua revisão, como não poderia deixar de ser, privilegia as contribuições dos matemáticos franceses. Bobillier é mencionado algumas vezes, associado ao método da notação abreviada.

Outra (des)aparição de Bobillier nessa época, num episódio no mínimo interessante, acontece no verbete de pouco mais de 70 páginas intitulado *Exposição paralela do desenvolvimento da geometria sintética e da geometria analítica durante o século dezenove*,[81] escrito pelo matemático italiano Gino Fano (1871-1952) para compor a *Enciclopédia de Ciências Matemáticas Puras e Aplicadas* (*Encyklopädie der mathematischen Wissenschaften mit Einschluss ihre Anwendungen*). Esta enciclopédia

[77] [CHASLES 1837 a].
[78] [CHASLES 1870, p. 65].
[79] Para ser bastante preciso, dos quase cinquenta textos de Bobillier, Chasles comenta apenas os trabalhos [BOBILLIER 11], [BOBILLIER 24], [BOBILLIER 25], [BOBILLIER 26] e [BOBILLIER 38] e menciona ainda [BOBILLIER 14], [BOBILLIER 27], [BOBILLIER 28] e [BOBILLIER G].
[80] [DARBOUX 1904].
[81] [FANO 1915].

é um empreendimento animado pelo matemático alemão Felix Klein (1849-1925) e tem por objetivo apresentar tão detalhadamente quanto possível toda a matemática conhecida até então. A versão alemã dessa enciclopédia apresenta 24 volumes e foi publicada entre 1898 e 1933.[82] A versão francesa da mesma Enciclopédia foi coordenada pelo matemático e editor Jules Molk (1857-1914) e foi publicada entre 1904 e 1916, até ter sua produção interrompida pela Primeira Grande Guerra (1914-1919).[83] A edição francesa não deveria ser meramente uma tradução do texto alemão, mas cabia ao editor ou aos seus colaboradores a inserção de informações que lhes parecessem pertinentes. Assim, o texto original de Fano que ignora completamente o nome de "Bobillier" nos sucessos das geometrias do século dezenove, é devidamente *corrigido* pelo tradutor e anotador deste verbete, um matemático francês que assina como Carrus.

Bobillier na historiografia dos anos 1940 e 1950.

Na primeira metade do século vinte, o *fantasma* de Chasles ainda ronda a maioria dos relatos históricos, no que diz respeito à posição de Bobillier na historiografia da geometria em geral, e da geometria analítica, em particular. Neste período, identifico três textos de história da matemática a considerar. O primeiro é um trecho do livro do geômetra americano Julian Lowell Coolidge (1873-1954) chamado *Uma história dos métodos geométricos*.[84] Este livro foi escrito um século após, e em declarada homenagem, à *Apreciação histórica* de Chasles. O segundo texto é um longo artigo do matemático e historiador italiano Gino Loria (1862-1954) intitulado *Aperfeiçoamentos, evoluções e metamorfoses do conceito de "coordenadas": contribuições à história da geometria analítica*,[85] publicado em 1948, na revista *Osiris*. O terceiro texto é assinado pelo historiador Carl Boyer (1906-1976), em seu livro *História da geometria analítica* de 1956.[86] No que diz respeito especificamente a Bobillier, os três repetiram muito proximamente o que já tinha sido dito na seção "Bobillier" do *Relatório sobre os progressos da geometria* de Chasles. Isto é verificado não somente na reprodução do erro da data da morte de Bobillier, mas principalmente – e talvez mais gravemente – na seleção das contribuições de Bobillier que *mereciam* ser destacadas.

[82] Uma versão digital completa dessa enciclopédia em alemão está disponível no site [GDZ. Göttinger Digitalisierungszentrum].

[83] Confira [MOLK 1916]. Uma reimpressão integral da versão francesa dessa Enciclopédia apareceu em 1991 pelo editor Jacques Gabay. Maiores detalhes sobre esta Enciclopédia podem ser obtidos em [GISPERT 1999].

[84] [COOLIDGE 1940].

[85] [LORIA 1948].

[86] [BOYER 1956]. Tanto o livro de Coolidge quanto o de Boyer foram integralmente reeditados e publicados pela Dover, em 2003 e 2004 respectivamente.

Bourbaki, Eves e Boyer (décadas de 1950 e 1960).

Avançando para os meados do século vinte, Bobillier aparece mencionado uma única vez no clássico *Elementos da História da Matemática* de Bourbaki, de 1960.[87] O livro consiste numa reunião das notas históricas redigidas e espalhadas nos diversos volumes da numerosa coleção *Elementos de Matemática* publicados por Bourbaki até então. Muito embora seja um livro de história, seus capítulos são organizados tematicamente, por áreas da matemática, ao invés de o serem por períodos de tempo. Além disso, já na primeira página o leitor é informado de que "não encontrará nessas notas praticamente nenhuma informação biográfica ou anedótica sobre os matemáticos em questão."[88] O nome "Bobillier" aparece no capítulo intitulado *Formas quadráticas; geometria elementar*, num parágrafo em que Bourbaki compara os desenvolvimentos da geometria "sintética" após 1860, com os sucessos da "sua rival", geometria analítica, na geração anterior: "tendo permanecido pesada e desgraciosa durante todo o século XVIII, a geometria analítica, nas mãos de Lamé, Bobillier, Cauchy, Plücker e Moebius, adquire pelo menos a elegância e a consistência que lhes permitirão brigar em pé de igualdade com sua rival."[89] Observe que o nome de Bobillier, pareado com outros quatro matemáticos, apenas compõem uma lista inócua, sem maiores consequências.

Também os historiadores norte-americanos Carl Boyer e Howard Eves (1911-2004) mencionam Bobillier apenas em listas inócuas. Por muitos anos, e até bem recentemente, dois dos mais populares livros de história da matemática entre os estudantes de gradução no Brasil eram a *História da matemática*, de Boyer, e a *Introdução à história da matemática*, de Eves.[90] Esses textos, redigidos nas décadas de 1950 e 1960, registram o nome "Bobillier" três vezes: duas em Eves e uma em Boyer. Os três registros são listas de nomes de matemáticos em frases mais ou menos do mesmo gênero que já foi ilustrado acima, na citação de Bourbaki, e portanto não vale a pena reproduzi-los aqui. Talvez a única informação curiosa, mas também banal, seja os nomes dos matemáticos pareados com Bobillier nas listas de Eves e Boyer: Karl Wilhelm Feuerbach (1800-1834), August Ferdinand Moebius (1790-1868), Plücker, Gabriel Lamé (1795-1870), Gergonne, Ludwig Otto Hesse (1811-1874), Alfred Clebsch (1833-1872)

[87] [BOURBAKI 1960]. Este livro é um exemplo emblemático na historiografia matemática dita *internalista*. Uma breve apresentação do livro, com comentários sobre sua importância e algumas críticas ao mesmo, podem ser encontrados em [ROQUE 2012, pp. 473-476 e 481-482].

[88] [BOURBAKI 1960, página do Prefácio].

[89] [BOURBAKI 1960, p. 134]. As aspas na palavra "sintética" (a ausência delas na palavra analítica) são de Bourbaki.

[90] [BOYER 1996] e [EVES 2004]. Informações sobre esses autores, seus livros e as traduções brasileiras dos mesmos podem ser encontradas em [ROQUE 2012, pp. 477-478].

e Georges Henri Halphen (1844-1889). Como todas as citações apontadas acima são feitas superficialmente, não se pode considerá-las para efeitos de estudo.

O verbete "Bobillier" de Itard no *DSB* (década de 1970).

O estudo mais bem documentado que encontrei até hoje, e que apresenta um esboço biográfico de Bobillier, foi produzido sob encomenda pelo historiador francês Jean Itard na década de 1970, para publicação no *Dicionário de Biografias Científicas*.[91] Em sua tarefa de escrever o verbete, Itard fez duas coisas importantes para *exorcizar* o fantasma de Chasles. Primeiro, ele redescobriu – vasculhando pessoalmente os arquivos públicos na cidade de Châlons-sur-Marne – o obituário de Bobillier que estava publicado no *Almanaque de la Marne*. Com isso ele finalmente corrigiu na historiografia a data da morte de Bobillier. Segundo, ele apresentou a obra de Bobillier de maneira um pouco mais ampla, acrescentando às referências de Chasles, novas informações e comentários sobre outros textos.[92] Por fim, Itard ainda acrescenta algumas informações sobre a família de Bobillier e sobre sua carreira docente nas Escolas de Artes e Ofícios e no Colégio Real, o que estava completamente omitido no esboço biográfico de Chasles. As pesquisas de Itard e seu empenho em corrigir e divulgar a história de Bobillier estão documentadas e podem ser conferidas em alguns belos manuscritos deste historiador (datados das décadas de 1960 e 1970) que estão depositados nos Arquivos Leonore.[93] Muito embora o texto de Itard esteja bem redigido, ainda não passa de um esboço biográfico que ocupa quase quatro páginas do famoso Dicionário de Biografias Científicas.

1.2.3 Contribuições de uma biografia de Bobillier para as historiografias em seu entorno.

Depois de ter visto as menções e os esboços biográficos de Bobillier, agora apresento dois painéis de estudos nos quais Bobillier e seu entorno estão (ou deveriam estar) inseridos. Um deles é a historiografia referente às geometrias na primeira metade do século dezenove, onde ele já é abordado, ainda que escassamente. O segundo painel é

[91] O verbete *Bobillier* de Itard pode ser encontrado em [ITARD 1970]. Apenas por curiosidade, Jean Itard redigiu 19 verbetes para o DSB, incluindo Lacroix e Legendre, entre outros.

[92] Para ser mais exato, além dos nove textos que Chasles selecionou, Itard comenta [BOBILLIER 21], [BOBILLIER 40], [BOBILLIER 43] e [BOBILLIER 44]. Ele menciona também [BOBILLIER 01], [BOBILLIER 03] e [BOBILLIER A], bem como os textos publicados no volume 4 da *Correspondance de Quetelet*.

[93] Os Arquivos Leonore são uma base de dados *on line* de dossiês de titulares da Ordem da Legião de Honra, falecidos antes do ano de 1977, conservado nos Arquivos Nacionais da França (em Paris).

o da historiografia referente à educação matemática no mesmo período, onde ele nem sequer é mencionado. Na sequência eu aponto outras lacunas historiográficas onde algumas das facetas de Bobillier e seu entorno também poderiam ser inseridas. Para encerrar esta seção, apresento ainda mais duas justificativas extras (essas, de ordem pessoal) pelas quais eu me engajei em redigir esta biografia de Étienne Bobillier.

As geometrias na primeira metade do século dezenove.

A geometria que hoje em dia chamamos de *sintética* caracteriza-se pelo uso da régua e do compasso na resolução de problemas, e em argumentos que sejam baseados em diagramas e figuras. Em contraposição, a geometria dita *analítica* é aquela que incorpora a ferramenta das coordenadas na resolução dos problemas geométricos. Assim, na geometria analítica, a prática da geometria fica subordinada à da álgebra.

Se por um lado, a geometria sintética é herdeira de uma longa tradição milenar que remonta a Euclides e a Grécia Clássica; por outro, a geometria analítica aparece em cena na matemática apenas no século dezessete, inicialmente nos trabalhos de René Descartes (1596-1650) e Pierre de Fermat (1605?-1665).[94] O século dezessete é um período em que as ciências em geral, e as matemáticas em particular, passam por grandes transformações, dentre as quais a intervenção de novos métodos algébricos ou infinitesimais em geometria.[95] Ao longo do século dezoito, os métodos algébricos e os infinitesimais em matemáticas granjearam imensa popularidade entre os matemáticos, com destaque para os trabalhos de Leonhard Euler (1707-1783) e Sylvestre François Lacroix (1765-1843).[96] Essa grande empolgação chegou ao ponto de fazer com que os métodos sintéticos da "geometria pura" tenham sido quase relegados ao esquecimento.

O início do século dezenove é caracterizado por uma reação/renovação dos métodos sintéticos em geometria.[97] Essa renovação tentava dar conta de reenquadrar a "folia de resultados" da geometria pura em face da aparente generalidade da "análise".[98] Numerosos trabalhos de historiadores da matemática mostram essa evolução da geometria "pura" (como era apelidada a geometria sintética nesse período). Ao seguir os trabalhos de Monge, Brianchon, Carnot, Poncelet, Chasles, verifica-se como esses atores transformaram o próprio modo de questionar a geometria sintética.[99] Esses

[94] [BOYÉ 2008] e [ROQUE 2012].
[95] [ROQUE 2012].
[96] [CHEMLA 1998], [SCHUBRING 2005] e [BOYÉ 2008].
[97] [NABONNAND 2006] e [GRAY 2007].
[98] [CHEMLA 1998], [NABONNAND 2011].
[99] [CHEMLA 1998], [NABONNAND 2006], [GRAY 2007], [FRIEDELMEYER 2010] e [NABON-

matemáticos trazem à cena novas práticas geométricas que se articulam em torno de conceitos como elementos ideais (infinitos ou imaginários), teoria das polares recíprocas, dualidade, configurações e transformações geométricas.[100]

Por outro lado, ainda há uma corrente muito forte de matemáticos que, embora reconheçam algumas limitações ou dificuldades dos métodos analíticos, ainda acreditam na eficácia desses métodos. Essa corrente se engaja na tentativa de melhorá-los e ampliá-los.[101] Sobre a geometria analítica, a historiografia um pouco mais antiga (produzida nas décadas de 1940 e 1950)[102] retrata "o importante avanço no domínio das coordenadas durante o século XIX"[103]. Essa historiografia chega a mencionar ou comentar brevemente algumas contribuições de geômetras como Lacroix, Gergonne, Lamé, Bobillier, George Salmon (1819-1904) e Arthur Cayley (1821-1895), entre outros. No entanto o maior destaque sempre fica para o trabalho de Plücker, que, nas palavras do historiador René Taton (1915-2004), "domina por sua riqueza e originalidade toda a produção da época."[104] Já na historiografia recente, encontramos estudos que pretendem reavaliar os trabalhos de Plücker e Moebius e suas posições em relação ao desenvolvimento posterior da topologia.[105]

Quanto aos debates entre os matemáticos partidários dos métodos analíticos e os defensores dos métodos sintéticos, estes são, pouco a pouco, melhor compreendidos pela historiografia recente. A disputa entre análise e síntese no sentido clássico é reformulada já na época de Descartes,[106] e ainda aparecem no início do século dezenove não só no campo da geometria,[107] mas também no cálculo infinitesimal.[108] Essa disputa, no âmbito da geometria, é "encarnada" nas figuras de Gergonne (pelo lado analítico) e Poncelet (pelo lado sintético), e se manifesta em querelas públicas apaixonadas (e as vezes até deselegantes).[109] Outros matemáticos tentam focalizar menos na *competição* ou na *comparação* entre métodos sintéticos e analíticos, ao explorar mais os aspectos de *colaboração* entre esses métodos na resolução de problemas de geometria. Um bom exemplo desta atitude mais ou menos conciliatória pode ser encontrado nos trabalhos de Lamé.[110]

NAND 2011].

[100] [NABONNAND 2006], [NABONNAND 2008], [NABONNAND 2011].

[101] [GERINI 2000], [GRAY 2007] e [BOYÉ 2008].

[102] [COOLIDGE 1940], [LORIA 1948], [TATON 1952], [BOYER 1956], [TATON 1959].

[103] [TATON 1959, p. 491].

[104] [TATON 1959, p. 491].

[105] [GRAY 2007] e [VOELKE 2010].

[106] [BOYÉ 2008].

[107] [GRAY 2007] e [CHEMLA 1998].

[108] [SCHUBRING 2005].

[109] [NABONNAND 2006] e [GRAY 2007].

[110] [BARBIN 2008], [BOYÉ 2008] e [BARBIN 2009].

Neste contexto historiográfico, alguns trabalhos apontam para outros aspectos em torno dessas práticas geométricas, como por exemplo, a formação dos atores,[111] as formas de retórica e as linhas argumentativas desenvolvidas pelos atores,[112] e a circulação dessas práticas em periódicos especializados, em tratados e em livros didáticos.[113]

As poucas menções a Bobillier nos estudos citados acima, tanto dos historiadores antigos (dos anos 1930 aos anos 1950), quanto dos recentes (dos anos 1990 aos dias atuais), ocorre no contexto da história interna da geometria projetiva analítica na primeira metade do século dezenove. Dito mais claramente, em suas poucas aparições na historiografia das geometrias, é reputado a Bobillier: (a) a invenção de um *sistema de coordenadas homogêneas*; (b) um uso pioneiro e criativo de um método de demonstração intitulado *método da notação abreviada*; e (c) a invenção do conceito de *polares generalizadas* em geometria.

Não se menciona em nenhum ponto dos estudos alistados acima, a participação (ainda que indireta) de Bobillier na disputa entre os métodos analíticos e sintéticos, por meio da apropriação de seus trabalhos tanto por Gergonne quanto por Poncelet. Também não há nenhum comentário mais amplo do método da notação abreviada na década de 1820 que vá além dos dois artigos mais célebres de Bobillier.[114] Não há nenhum trabalho que explore a generalização sistemática que Bobillier fez dos conceitos de *pólo* e *polar* numa sequência de seis artigos que inauguram e preenchem a rubrica de *geometria de situação* no periódico *Annales de Gergonne*. Por fim, os trabalhos de Bobillier em outras áreas da matemática (como a álgebra ou a estática) ou publicados em outros jornais para além dos *Annales de Gergonne* não são nem sequer mencionados na historiografia levantada acima.

Educação matemática na primeira metade do século dezenove.

Desde a eclosão da Revolução Francesa (em 1789), e ao longo do século dezenove, o sistema de ensino francês sofreu diversas reorganizações. Os anos do período revolucionário foram marcados pelo estabelecimento de instituições de ensino de diversos níveis e para diversos fins.[115] No que diz respeito à educação científica e/ou educação técnica, por exemplo, a passagem do século dezoito para o dezenove é marcada pela

[111] [TATON 1964] e [BELHOSTE 2002].
[112] [NABONNAND 2006] e [NABONNAND 2011].
[113] [GERINI 2000], [BARBIN e LOMBARD 2008] e [BARBIN e MOYON 2013].
[114] Trata-se dos artigos [BOBILLIER 25] e [BOBILLIER 26] publicados nos *Annales de Gergonne* em maio e junho de 1828.
[115] [SCHUBRING 1985], [BELHOSTE 1989], [BELHOSTE 1995] e [SCHUBRING 2010].

inauguração de várias dessas instituições, dentre as quais a Escola Politécnica, a Escola Normal Superior, o Conservatório Nacional de Artes e Ofícios, as escolas centrais, os liceus, os colégios reais e as escolas de artes e ofícios.

Neste contexto educacional, a prestigiosa Escola Politécnica tem sido uma das mais estudadas: a sua importância dentro do projeto republicano e revolucionário francês, as condições da sua inauguração, os grandes nomes, tanto de alunos quanto de professores, ligados à instituição, sua história, destacadamente seu período de crise e de reorganização no advento do governo da Restauração.[116] Neste conjunto de pesquisas destaca-se o trabalho do historiador Bruno Belhoste, professor na Universidade de Paris I, sobre a formação dos *politécnicos* (como são chamados os ex-alunos da Escola Politécnica) e de sua inserção enquanto elite tecnocrata na sociedade francesa ao longo do século dezenove.[117]

As escolas de nível primário ou secundário também são objetos de estudo de historiadores da atualidade. Para compreender melhor a educação científica de nível médio, Belhoste estabeleceu um vasto painel, percorrendo mais de um século de história – de 1789 a 1914 –, com os programas de ensino oficiais adotadas nos mais diversos tipos de escolas: liceus, colégios, turmas especiais, turmas preparatórias às chamadas *grandes escolas*, escolas de formação técnica, etc.[118] Já o pesquisador Renaud d'Enfert, do Grupo de História e Difusão das Ciências de Orsay (GHDSO), se interessa pelas escolas primárias no século dezenove, estudando principalmente o ensino de geometria e desenho[119] bem como a formação de professores para estas escolas no período em questão.[120] O papel específico da educação matemática na França do início do século dezenove, bem como estudos comparativos entre o contexto francês e o contexto alemão, tem sido objeto de interesse do historiador da educação matemática Gert Schubring, atualmente vinculado à Universidade Federal do Rio de Janeiro.[121]

As Escolas de Artes e Ofícios, cuja primeira foi inaugurada em 1806, tem como principal característica o fato de serem escolas públicas localizadas na província e que ofereciam ensino profissionalizante mesclado com ensino elementar e/ou secundário. No século dezenove existiram cinco dessas escolas na França. A carreira docente de Bobillier está indissociavelmente ligada à primeira dessas escolas, a de Châlons-sur-

[116] [CALLOT 1957], [TATON 1964], [DHOMBRES 1987], [GRATTAN GUINESS 1990] e [GRATTAN GUINNESS 2005].
[117] [BELHOSTE 2002].
[118] [BELHOSTE 1995].
[119] [d'ENFERT 2003] e [d'ENFERT 2004].
[120] [d'ENFERT 2012 a] e [d'ENFERT 2012 b].
[121] [SCHUBRING 1985], [SCHUBRING 2005] e [SCHUBRING 2010].

Marne. O historiador canadense Charles Day dedicou-se a estudar detalhadamente essas escolas em seus diversos aspectos, principalmente em sua história institucional e em estudos prosopográficos sobre os *gadzarts* (como são apelidados os alunos e ex-alunos das Escolas de Artes e Ofícios).[122]

De outros aspectos relacionados ao ensino de matemática, pode-se falar de estudos em torno de currículos, de manuais didáticos ou de práticas escolares no início do século dezenove. Menciono, por exemplo, a questão da evolução curricular das matemáticas nas diferentes escolas, a partir de debates na ordem do dia nos primeiros anos do século dezenove, tais como "elementar versus superior", "pura versus aplicada" ou "rigor versus intuição".[123] Existem também alguns estudos sobre livros didáticos em geral e sua importância para a história da matemática.[124] Em particular, há ainda estudos de casos de alguns livros didáticos de matemática que circulavam no início do século dezenove: dos célebres manuais de Lacroix e Adrien Marie Legendre (1752-1833), de ampla circulação,[125] aos livros de circulação restrita à públicos mais específicos, como a *Geometria Prática* de François Joseph Servois (1768-1847).[126] Por fim, um panorama sobre as práticas escolares em torno do ensino e aprendizagem de álgebra, pode ser encontrado no estudo de caso empreendido pela pesquisadora francesa Caroline Ehrhardt a partir de manuscritos do estudante Évarist Galois.[127]

Em todos os trabalhos mencionados acima, nota-se a quase completa ausência do nome de Bobillier. Nos estudos sobre a Escola Politécnica, por exemplo, o nome dele aparece eventualmente, mas reduzido exclusivamente a listas que mencionam ex-alunos politécnicos que vieram a tornar-se *importantes* de algum modo.[128] Sobre as atividades docentes de Bobillier nas Escolas de Artes e Ofícios, não há estudos diretos e nem indiretos sobre isso. De fato, apesar da qualidade dos trabalhos supracitados de Day, não há, em seus livros, detalhes do cotidiano escolar dos docentes ou dos administradores de tais escolas, nem maiores comentários sobre o ensino de matemática praticado ali. Por fim, os livros didáticos de Bobillier, tanto o seu *Princípios de Álgebra* quanto o seu *Curso de Geometria*, restam ainda totalmente desconhecidos e inexplorados na historiografia da educação matemática na primeira metade do século dezenove.

[122] [DAY 1991] e [DAY 2001].
[123] [BELHOSTE 1998] e [SCHUBRING 2005].
[124] [SCHUBRING 2003] e [VALENTE 2008].
[125] [GARNICA e GOMES 2013] e [MANSO de ALMEIDA 2010].
[126] [AEBISCHER e LANGUEREAU 2013].
[127] [EHRHARDT 2008].
[128] Confira, por exemplo, [GRATTAN GUINNESS 2005, p. 236].

Outras historiografias.

A pergunta “por que escrever uma biografia de Bobillier?” pode ter ainda outras respostas que venham ao encontro das produções (ou das lacunas) historiográficas atuais.

Inicialmente, a narrativa da carreira docente de Bobillier pode ser tomada como um estudo de caso de como é a vida típica de um indivíduo que vive exclusivamente de matemáticas no início do século dezenove. É bom ressaltar que é apenas neste período (exatamente o período histórico enfocado nessa tese) que começa a se estabelecer profissionalmente a ocupação de professor/pesquisador de matemáticas vinculado a instituições de ensino e/ou de pesquisa. A singular posição provincial de Bobillier pode sugerir ou ilustrar estudos mais gerais de historiadores que trabalhem nessa linha de pesquisa.

A trajetória científica de Bobillier pode ser interessante também para historiadores que estudam a imprensa matemática na Europa no século dezenove, particularmente, na França. Basta lembrar que Bobillier é um matemático cuja formação apenas começa na Escola Politécnica, mas que se conclui por meio dos jornais. A maior evidência disto está no fato de que 12 dos seus 18 escritos publicados em 1827 (o primeiro ano do seu curto e intenso período de pesquisas) são textos do tipo “questões resolvidas”.[129] De resto, a divulgação de sua pesquisa não acontece nem em tratados nem nas seções públicas da Academia de Ciências, mas também se dá por meio de jornais. Além do já mencionado *Annales de Gergonne*, a pesquisa de Bobillier aparece também outros jornais: a *Correspondência matemática e física*, um jornal editado pelo cientista neerlandês Adolphe Quetelet (1796-1874), a partir do Observatório Astronômico de Bruxelas, e os jornais provinciais *Almanaque de la Marne* e *Almanaque d'Angers.*

As matemáticas publicadas por Bobillier e pelos geômetras seus contemporâneos podem servir ainda como entreposto para estudos de rubricas, classificação de matemáticas, fenômenos de disciplinarização, etc. Na época das pesquisas de Bobillier (final dos anos 1820), e no jornal em que ele mais publicava (*Annales de Gergonne*), as geometrias que ele fazia eram englobadas majoritariamente nas rubricas editoriais intituladas *geometria analítica* ou *geometria de situação.* Na segunda metade do século dezenove, esses resultados são considerados como parte das disciplinas escolares

[129] O formato “questões propostas e questões resolvidas” foi bastante popular em alguns jornais matemáticos do século dezenove, notadamente nos *Annales de Gergonne* (1810-1832), na *Correspondência matemática e física* (1825-1839) e nos *Nouvelles Annales de Mathématiques* (1842-1914). Sobre isso, confira a seção 4.1.5 desta tese.

geometria analítica ou *geometria projetiva* (ou ainda *geometria projetiva de métodos analíticos*). No século vinte, esses resultados são considerados pelos matemáticos profissionais e pelos professores de matemática como pertencendo a uma disciplina chamada de *geometria algébrica*.[130]

A diversidade de temas de interesse dos geômetras na primeira metade do século dezenove, bem como a invenção, a adaptação e a mistura de técnicas novas e antigas, faz multiplicar as "qualificações" ou "denominações" para a produção geométrica do período. Assim para além das denominações simples e diretas como "geometria pura" e "geometria analítica", vemos surgir entre matemáticos (mas também entre professores e editores) denominações novas como geometria descritiva (de Monge), geometria de posição (de Carnot), geometria projetiva,[131] geometria prática (de Servois),[132] geometria da régua, geometria para artes e ofícios (do Barão Charles Dupin (1784-1873)),[133] geometria de situação (de Gergonne),[134] geometria transcendente, geometria moderna (de Chasles), geometria superior (também de Chasles),[135] etc.

Quando o biógrafo encontra o biografado.

Tudo o que foi exposto até agora, já é motivo suficiente para justificar a redação desta biografia. No entanto, há outras respostas cabíveis para a pergunta "por que escrever uma biografia de Bobillier?", que são pessoais, e que não são diretamente ligadas às discussões historiográficas atuais. De fato, assim como eu não pretendo separar a *obra*, os *contextos* e a *pessoa* ao biografar Bobillier,[136] semelhantemente também não quero separar a *minha obra* (esta tese) dos *meus contextos* e da *minha pessoa* (que, neste caso, sou eu e meus motivos pessoais para redigir esta tese). Dessa maneira, considerando as palavras de François Dosse, que diz que "a biografia como história, escreve-se no presente, numa relação de implicação ainda mais forte quando há empatia por parte do autor",[137] quero registrar aqui minhas empatias para com Bobillier.

[130] Não custa nada registrar de novo que a geometria algébrica, na visão dos matemáticos profissionais de hoje em dia, tem entre seus *pais-fundadores* reconhecidos, os matemáticos Poncelet e Plücker – ambos contemporâneos e interlocutores de Bobillier no final dos anos 1820.
[131] [NABONNAND 2006].
[132] [NABONNAND 2006] e [AEBISCHER e LANGUEREAU 2013].
[133] Para maiores detalhes sobre esse tema, confira a seção 8.2.2 desta tese.
[134] Esta concepção disciplinar é estudada detalhadamente no capítulo 5 desta tese, intitulado "Geometria de situação até o início dos anos 1830".
[135] [NABONNAND 2006].
[136] Esse argumento foi esboçado de maneira geral na seção 1.1.2 e será retomado mais particularmente na seção 1.3.2.
[137] [DOSSE 2005, p. 11].

A geometria do Bobillier-Matemático é particularmente interessante para mim, biógrafo, visto que tenho a formação inicial em matemática, especializado exatamente em geometria algébrica. Ao me confrontar com seus artigos de pesquisa, eu me vi completamente fascinado por aqueles textos cheios de resultados sofisticados, plenos de configurações geométricas interessantes, com demonstrações nem todas fáceis, mas muitas delas elegantes, seja pela simplicidade inesperada, seja pelas artimanhas necessárias. Aquilo tudo me parecia uma grande novidade, mas ao mesmo tempo me soava bastante familiar ao evocar a geometria algébrica que eu já havia estudado outrora na minha formação. É um pouco dessa matemática que me encantou, e que depois eu descobri que se articulava tão bem com as renovações, os debates e as tendências da geometria da sua época, que pretendo apresentar aqui.

No prosseguir da minha pesquisa, um *outro* Bobillier apareceu. Eu descobri que aquele geômetra de "espírito inteligente e singularmente ativo"[138] tinha também um "grande talento na difícil arte de ensinar".[139] A sua carreira de professor e gestor aconteceu num tipo pouco usual de escola do governo, já que não era uma escola propedêutica, mas sim de formação profissional/técnica de nível intermediário, as chamadas *Escolas de Artes e Ofícios.*

A história da carreira do Bobillier-Docente é particularmente interessante para mim, biógrafo, pois o meu exercício profissional atual é de professor de matemática numa instituição de ensino com características semelhantes às das Escolas de Artes e Ofícios. Para começar, eu leciono numa instituição que tradicionalmente também atua na formação profissional/técnica de nível médio. Assim como no caso de Bobillier, a cidade onde se situa a instituição em que eu trabalho, está *afastada* dos grandes centros (no meu caso, não se trata de uma cidade do interior, mas uma cidade localizada na periferia urbana da região do Grande Rio, no estado do Rio de Janeiro). Por fim, tanto as Escolas de Artes e Ofícios francesas, quanto a escola que eu trabalho no Rio de Janeiro, passaram por diversas modificações institucionais ao longo do tempo. Aponto como primeira semelhança dessa evolução, o fato de que ambas se multiplicaram, espalhando-se por diversas cidades e regiões, formando uma rede de escolas técnicas ligadas por uma administração nacional central. A segunda semelhança está no fato de que a partir de certo momento de sua história, tais instituições também passaram a oferecer formação profissional técnica e tecnológica de nível superior.

[138] [PONCELET 1864, p. 486].
[139] [SÉANCE PUBLIQUE de la MARNE 1840 b, p. 119].

Nas seções anteriores eu já tinha apresentado como primeira conclusão parcial da *justificativa para esta biografia de Bobillier*, a pretensão de se aproveitar exatamente da sua condição de *matemático comum* e de *professor periférico* para melhor compreender alguns aspectos da história da matemática francesa do século dezenove. E agora, em complemento à primeira, apresento como segunda conclusão parcial a seguinte justificativa: ao preparar a primeira biografia de Étienne Bobillier, esta tese almeja reintroduzir seus trabalhos e seus percursos dentro dos diversos campos da historiografia da história da matemática e da história da educação científica na primeira metade do século dezenove, conforme foi sugerido ao longo desta seção que ora encerra.

1.3 Como escrever esta biografia de Étienne Bobillier?

Como escrever esta biografia de Bobillier? A preparação de um trabalho como esse é baseada no binômio *pesquisa* e *redação*. Ao pesquisar as fontes em torno do personagem escolhido, adoto a perspectiva de que uma biografia em história da matemática é composta por três dimensões: a *obra*, os *contextos* e a *pessoa*. A passagem da pesquisa para a redação é marcada pelas etapas de investigação e coleta de dados, bem como do seu tratamento. Ao serem atravessados pelas fontes primárias que sustentam esta tese, nem biógrafo e nem biografado permanecem os mesmos. Assim, veremos nas seções a seguir como o Bobillier-personagem-histórico conduz o biógrafo-pesquisador na coleta de fontes; para que depois, essas mesmas fontes conduzam o biógrafo-narrador na construção do Bobillier-protagonista-desta-tese.

1.3.1 De como o Bobillier-personagem-histórico, conduz o biógrafo-pesquisador na coleta de fontes.

A fase inicial da pesquisa que embasa esse trabalho consistiu em reunir e estudar a literatura primária em torno de Bobillier. Quase todos os textos de Bobillier podem ser obtidos em qualquer parte do mundo que esteja conectada à *internet*. Dito mais claramente, todos os artigos de Bobillier publicados nos *Annales de Gergonne* (são 33 num total de 46 textos) estão todos disponíveis no portal NUMDAM (Numérisation de documents anciens mathématiques). Quase todos os demais artigos científicos assinados por ele, bem como as *versões definitivas* dos seus dois livros didáticos, podem ser encontrados em sites e portais que disponibilizam jornais científicos e livros didáticos cobrindo longos períodos desde o século dezenove, e abrangendo um grande espectro de publicações.[140]

Além dos textos de Bobillier, fazia-se necessário estudar as demais produções matemáticas da época. A intenção desse estudo é a de situar os escritos de Bobillier dentro de um panorama adequado que permite entender melhor as regularidades e as novidades que os seus textos apresentavam em relação aos trabalhos de seus contemporâneos. Os trabalhos de pesquisa, os tratados e alguns livros didáticos de outros autores da época (entre aos anos 1810 e 1840) começaram a ser reunidos a partir dos mesmos sites supracitados nos parágrafos anteriores. O material obtido parecia ser suficiente apenas para começar a compor um amplo painel dos textos matemáticos concernentes a esta tese.

É claro que isso não é suficiente para escrever um trabalho que pretende ser uma *biografia*. Embora já houvesse muito material para analisar as matemáticas de Bobillier dentro de uma certa perspectiva, restava ainda encontrar os elementos que mostrassem Bobillier mais diretamente: sua família, sua formação, sua carreira profissional, sua atividades sociais, etc. Restava também, de certa maneira, delimitar o *corpus* de textos matemáticos (de Bobillier mesmo e dos demais matemáticos de sua geração) no qual embasar a parte mais especificamente técnica desse trabalho. A etapa de coleta de fontes primárias continuou então, entre os anos de 2011/2012, numa estadia de doze meses na França, onde percorri diversos arquivos públicos e bibliotecas institucionais.[141] Nesse período eu pude arrematar a reunião dos textos matemáticos necessários. Foram ajuntados aos primeiros textos, tanto os que eu já tinha notícia da existência e pertinência, mas não havia conseguido acessar, quanto alguns outros que foram descobertos então.[142] Além disso, em Paris (Arquivos Nacionais e Escola Politécnica) e em Châlons-sur-Marne (Escola de Artes e Ofícios e outros arquivos) foi possível recolher documentos e referências para reconstituir o trabalho de Bobillier como educador: documentos sobre o cotidiano administrativo nas três escolas em que ele foi professor, documentos oficiais do governo francês sobre o funcionamento dessas escolas, diários de classe, atas de reuniões de professores, no-

[140] Além do NUMDAM (o primeiro portal *on line* mencionado), há ainda o Gallica e o GDZ, entre outros. Os endereços eletrônicos destes e dos demais portais usados como referência podem ser encontrados na seção K.5 da bibliografia geral da tese.

[141] Todas as bibliotecas e arquivos franceses que visitei estão listados na página de *Agradecimentos*. Os dados recolhidos e os manuscritos e dossiês consultados estão apresentados na seção K.1 da bibliografia geral da tese.

[142] A lista em ordem cronológica de todos os textos de Bobillier está registrada no apêndice E desta tese. As referências desses mesmos textos estão registradas na seção K.2 da bibliografia geral. As demais fontes primárias, consistindo de artigos impressos de outros autores, estão apresentadas na seção K.3 da bibliografia geral.

tas de aula, documentos referentes a tarefas administrativas nessas escolas, etc. Nas cidades de Lons-le-Saunier (cidade natal de Bobillier) e de Châlons, procurei nos arquivos públicos, alguns elementos que pudessem restaurar seu contexto familiar: sua ata de nascimento, detalhes sobre a profissão de seus pais, possíveis familiares ilustres na sociedade provincial de Lons-le-Saunier que ele tenha tido, sua ata de casamento, maiores informações sobre sua esposa e a família dela, etc. Em particular, tentei seguir também o caminho do seu irmão mais velho que foi, antes de Étienne, aluno na mesma Escola Politécnica de Paris.

Tudo reunido, observei que as fontes que disponho me permitem descrever alguns panoramas sobre a história das escolas provinciais de artes e ofícios e do ensino de matemática ali, bem como uma boa parte da história interna da geometria projetiva analítica. Por outro lado, minhas fontes são enormemente escassas no que diz respeito à vida privada de Bobillier. Nada do que disponho me permite inferir, por exemplo, conclusões sobre as facetas psicológicas ou afetivas dele, seus gostos, suas dores, seus amores, suas angústias. Os documentos mais *pessoais* sobre o meu protagonista, são documentos *públicos* que falam dele: certidão de nascimento, registro de casamento, atestado de óbito, ficha de matrícula, boletim escolar, etc.

1.3.2 De como as fontes coletadas conduzem o biógrafo-narrador na construção do Bobillier-protagonista-desta-tese.

Conforme já foi visto, para a redação desta tese, parto do princípio de que uma biografia em história da matemática deve ser composta pela articulação de três dimensões: a sua *obra*, os *contextos* nos quais ele estava inserido e a sua *pessoa*. No que se segue, detalharemos essas três dimensões no caso desta biografia de Étienne Bobillier.

As três dimensões desta biografia de Bobillier (I): sua obra.

A *obra* de um matemático é, antes de tudo, a matemática *assinada* por ele, e que aparece registrada em seus escritos (artigos, textos, notas de aula, tratados, livros didáticos, livros de vulgarização, correspondências com outros matemáticos, etc), tenham sido eles publicados ou não. Tais documentos podem ser encontrados em bibliotecas, arquivos de instituições de ensino e/ou pesquisa ou ainda acervos particulares.

A partir das fontes primárias coletadas, estabeleci que o que se entende por *obra* de Bobillier, nesta tese, são as produções matemáticas escritas por ele: os textos de pesquisa e os textos de ensino. Ao longo desse trabalho, a primeira abordagem desses textos é objetiva, ou seja, consiste numa *apresentação global da obra* de Bobillier.[143] Essa apresentação global apresenta e analisa as informações *sobre* os textos (tais como data, local e circunstância de escritura, jornais ou editoras de publicação, temas e rubricas, citações no texto e citações ao texto, co-autorias, etc). Além disso há também uma apresentação global do conteúdo matemático e/ou didático desses textos.

Numa segunda etapa, ocorre a *apresentação detalhada do conteúdo* (isto é, da matemática propriamente dita) de uma parte dessa obra. Os textos selecionados para essa apresentação detalhada são devidamente justificados ao longo do andamento deste estudo, já que pretendo interpretar esses trabalhos selecionados, localizando-os dentro de *contextos* bem determinados.

As três dimensões desta biografia de Bobillier (II): seus contextos.

Se, por um lado, é relativamente fácil reconhecer o que seja a obra de um matemático, por outro, é um pouco mais difícil estabelecer o que se entende por contextos ou por pessoa.

No que diz respeito aos *contextos*, pode-se escolhê-los num enorme espectro que vai desde algo restrito à matemática até algo maior e mais diversificado, atravessando fronteiras dos diversos campos de saberes e atividades humanas. Assim, por um lado, uma opção do biógrafo pode ser a de situar a obra do seu protagonista numa perspectiva que os historiadores da matemática chamam de *internalista*, a saber, quando a história narrada é "exposta como um desenvolvimento de conceitos guiados por necessidades internas à matemática, focando em resultados e provas."[144] Por outro lado, rumo ao outro extremo, uma opção do biógrafo pode ser a de situar tanto a obra do seu matemático, quanto sua vida, em diversos horizontes que se ampliam sucessivamente. Portanto, ao levar em conta o "contexto social, educacional e institucional, bem como a sua influência sobre a produção matemática",[145] o biógrafo pode fazer, em torno do seu tema, não só história da matemática *stricto sensu*, mas contribuir também com a história das ciências, história das idéias, história institucional, social, cultural, política, etc. Nas palavras de Jacques Revel, trata-se de "privilegiar a ex-

[143] Artigos de pesquisa no capítulo 4 e livros didáticos no capítulo 8 desta tese.
[144] [ROQUE 2012, p. 481].
[145] [ROQUE 2012, p.482].

periência dos atores, reconstruindo em torno dela o contexto (ou antes os contextos) que lhes dá sentido e forma."[146]

Segundo Pierre Bourdieu, "para ler adequadamente uma obra na singularidade da sua textualidade, é preciso lê-la conscientemente ou inconscientemente na sua intertextualidade, isto é, através do sistema de desvios pelo qual ela se situa no espaço das obras contemporâneas."[147] Isso sugere qual seja o primeiro contexto a se considerar no estudo de um texto matemático: outros textos matemáticos contemporâneos que versam sobre o mesmo tema ou temas correlatos. Mas isso não é tudo. Na continuação da sua recomendação, Bourdieu continua:

> essa leitura diacrítica é inseparável de uma apreensão estrutural do respectivo autor, que é definido, quanto às suas disposições e tomadas de posição, pelas relações objetivas que definem e determinam sua posição no espaço de produção e que determinam ou orientam as relações de concorrência que ele mantém com os demais autores e o conjunto de estratégias, sobretudo formais, que o torna um verdadeiro artista ou um verdadeiro escritor.[148]

Assim sendo, para interpretar os artigos de pesquisa de Bobillier, o contexto que estabeleço é *a produção matemática dos seus contemporâneos, publicada em jornais de pesquisa*, entre 1810 e 1840. Estudando não somente os artigos de Bobillier (final dos anos 1820) e seus livros didáticos (anos 1830), mas também a produção matemática dos seus contemporâneos (dos anos 1810 aos anos 1840), pode-se verificar que a geometria de Bobillier é (e pode-se verificar quanto é) um produto da sua época, pois segue as tendências e as inovações de então. Mas pode-se também apontar a sua criatividade individual na solução de certos problemas e na invenção de certas técnicas em geometria.

Na análise desse contexto pretendo rastrear, apontar e descrever tendências, inovações, temas ou teoremas de interesse comum a vários grupos de matemáticos, etc. Para isso, além de me valer dos estudos já existentes sobre a geometria da primeira metade do século dezenove, também faço uso do método da *rede de textos*. Uma rede de textos consiste em um estudo sistemático de um coletivo de textos em torno de algun(s) tema(s) específico(s). Nesse estudo, buscam-se as relações intertextuais entre os elementos que compõem esse coletivo. É necessário salientar que a construção de uma rede de textos não se dá exclusivamente (e nem necessariamente) por citações

[146] [REVEL 1996, p. 13].
[147] [BOURDIEU 1987, pp. 177].
[148] [BOURDIEU 1987, pp. 177-178].

explícitas. A descoberta de algumas formas implícitas de referência permite-nos completar a rede inicial de referências explícitas. Nos últimos anos, diversos trabalhos em história da matemática têm se utilizado desse método.[149] Nas palavras do historiador Frédéric Brechenmacher, especialista em circulação de práticas algébricas na França no século dezenove, uma rede de textos é “antes um método heurístico do que um objeto”. Além disso:

> [Uma rede de textos pode ser entendida como] um espaço de interações entre as diferentes ações concretas de indivíduos e grupos de indivíduos, um espaço de circulação de *práticas matemáticas*: formas de representação, procedimentos operatórios, ideais, valores, interconexão entre vários domínios científicos. (...) Os significados de certas categorias (como [por exemplo] *análise*, *qualitativa*, *equação*, etc) estão implicitamente definidas dentro de tais espaços de circulação. (...) Uma análise da rede dá acesso ao significado que tais termos têm numa determinada região e num intervalo determinado de tempo.[150]

No caso desta tese, foi construída uma rede de textos em torno do tema *geometria de situação*, circunscrita ao jornal *Annales de Gergonne*, num intervalo de tempo de que vai de 1810 a 1830 (o que inclui o período ativo de Bobillier nas pesquisas matemáticas).[151] As categorias, as formas de representação e os procedimentos operatórios usados para referência entre os textos foram estabelecidos à partir de um conjunto de seis artigos de Bobillier publicados entre 1827 e 1829.[152] A partir daí são feitos dois estudos de casos em torno da pesquisa de Bobillier, consideradas dentro do contexto supracitado: a *geometria de situação* e o *método da notação abreviada.*[153]

Para análise dos textos didáticos, o contexto considerado é *o ensino de matemática nas diferentes escolas e na época* em que Bobillier atuou: os programas oficiais de ensino, as características específicas das escolas e dos alunos, o tipo de formação oferecida nessas escolas, etc.[154] Na construção desse contexto, pretendo me valer dos estudos já existentes sobre o tema e enriquecê-los com a pesquisa documental que

[149] Consulte, por exemplo [BRECHENMACHER 2007], [BRECHENMACHER 2010], [ROQUE 2015] e [LÊ 2013].

[150] [BRECHENMACHER 2013] Trechos extraídos dos *slides* 3, 31, 50, 51 e 58. Os grifos são do próprio Brechenmacher.

[151] A lista dos artigos dessa rede está apresentada em ordem cronológica crescente (ano e mês) no apêndice G desta tese.

[152] Trata-se exatamente dos seis textos de Bobillier publicados sob a rubrica *geometria de situação*: [BOBILLIER 11], [BOBILLIER 14], [BOBILLIER 24], [BOBILLIER 27], [BOBILLIER 28] e [BOBILLIER 38], que serão estudados detalhadamente na seção 5.4.3. Para mais detalhes de como eu fiz a seleção dos textos dessa rede, bem como para sua análise, confira a seção 5.5.2 dessa tese.

[153] A *geometria de situação* e a *notação abreviada*, são temas dos capítulos 5 e 6, respectivamente.

[154] Conforme veremos nos capítulos 3 e 7.

empreendi nos arquivos públicos franceses. Em particular, seu livro didático mais importante, o *Curso de Geometria*, será objeto de um estudo mais profundo.[155]

As três dimensões desta biografia de Bobillier (III): sua pessoa.

A apresentação da *pessoa* de um matemático, alvo de uma biografia, é também bastante difícil. Por exemplo, no caso de alguém cuja carreira profissional se constrói em torno da matemática, a apresentação dessa carreira compõe a dimensão pessoal do indivíduo. Por "carreira profissional em torno da matemática" entenda-se o compromisso com atividades de professor, pesquisador, escritor de livros didáticos, etc; mas isso também pode incluir atividades pedagógicas, orientações, gestão de instituições de ensino ou pesquisa, editoração de periódicos especializados, etc. Uma carreira profissional como essa, estende-se desde a formação (numa escola, numa universidade ou num outro ambiente) até o fim da execução das atividades alistadas acima (seja por aposentadoria ou morte ou outra eventualidade qualquer). Mas isso é suficiente para apresentar uma pessoa? Além da carreira profissional, que outras informações são relevantes na biografia de um matemático? A interação com seus colegas de profissão? As sociedades acadêmicas que ele frequentava? Seus interesses em outras áreas do conhecimento? Seus engajamentos políticos? Seus amigos? Sua família? Sua infância? Sua vida privada? É na delicada tarefa de estabelecer *como* e *o que* dizer sobre a *pessoa* biografada, que o biógrafo se depara com algumas das armadilhas mais perigosas do gênero: falsa coerência, acúmulo de anedotas supérfluas, teleologismo, unidade ilusória da narrativa de uma vida, excesso de empatia, hagiografia e psicologismo.

No caso de Bobillier, lembramos que os documentos mais pessoais disponíveis sobre ele, são, de fato, documentos públicos que falam dele. Portanto, descrever a pessoa de Bobillier é, essencialmente, descrever a sua vida pública. Assim, pretendo narrar e analisar sua *formação* bem como a evolução da sua *carreira profissional* nas diferentes escolas pelas quais ele passou: a formação na Escola Politécnica de Paris, as atividades docentes na Escola de Artes e Ofícios de Châlons-sur-Marne, as atividades de gestão escolar na Escola de Angers e de Châlons e as atividades de professor de matemáticas especiais no Colégio Real de Châlons.[156]

Apesar da pouca documentação, insisto, sempre que for possível, em tentar mostrar de Bobillier os seus aspectos mais pessoais. Assim, as poucas informações recolhidas

[155] Dois manuais didáticos, pretensamente dirigido ao mesmo leitorado, e com temas correlatos aos tratados no *Curso de Geometria*, serão utilizados como balizas para uma avaliação do livro-texto de Bobillier, conforme vê-se no capítulo 8.

[156] Capítulos 2, 3 e 7 desta tese.

sobre sua vida privada, aparecem ao longo do texto, onde for pertinente. Em particular estudaremos brevemente a sua família, a sua cidade de origem, o seu casamento e a sua participação nas sociedades provinciais.[157]

Aqui eu me permito uma pequena digressão para ilustrar esse ponto. O filósofo francês Michel Foucault, na introdução da sua *Arqueologia do Saber* de 1969, registrou poeticamente: "Vários, como eu sem dúvida, escrevem para não ter mais um rosto."[158] Com esse desabafo, o célebre filósofo parece estar convidando todos aqueles que queiram ver seu *rosto*, que se voltem para seus *escritos*. Nesse sentido, a frase de Foucault é paradigmática para quem defende que, no caso de um intelectual (um pensador, um cientista, etc), o rosto (isto é, a *pessoa*) não é tão interessante quanto os escritos (isto é, a *obra*). No caso de Bobillier, a metáfora de "o rosto *versus* os escritos" atinge o limite, ao materializar-se de maneira inusitada. De fato, até onde pude procurar, Bobillier realmente não tem mais rosto. Não há, nos diversos arquivos franceses que percorri, nenhuma fotografia, gravura, pintura ou imagem dele. Não que a ausência do desenho da face dele seja uma lacuna irremediável na construção dessa biografia, mas acaba apontando para o aspecto mais forte desse trabalho: a apresentação do que esse homem sem rosto tem para oferecer, que são seus escritos. A ênfase nos textos de Bobillier (e de seus contemporâneos) é uma contrapartida/compensação às ausências de maiores informações pessoais nos documentos disponíveis. No entanto, os poucos documentos pessoais que disponho mostram indiretamente, aqui e acolá, um homem por trás da obra. E outra vez a metáfora de "o rosto *versus* os escritos" assume um caráter quase que alegórico neste trabalho. Há um documento manuscrito de outubro de 1817, a ficha de matrícula de Bobillier na Escola Politécnica de Paris, que informa que ele tinha (aos 19 anos de idade) "cabelos e sobrancelhas castanhos, testa descoberta, nariz grande, olhos castanhos, boca média, queixo redondo, rosto oval, altura de um metro e 78 centímetros e marcas de pequenas varíolas."[159] Ainda que essa informação em si mesma pareça ser irrelevante, ela acaba apontando para outro aspecto desse trabalho: mesmo um homem de muitos escritos, de vez em quando pode ter seu rosto ligeiramente revelado. Rostos desenhados por frases, e não por pintura, podem até não ser aqueles que estamos acostumados ou que esperávamos ver, mas são (entre)vistas como essas, que as fontes nos oferecem, que pretendo aproveitar para compor a pessoa de Bobillier.

[157] Capítulos 2 e 9 desta tese.
[158] [FOUCAULT 1969, p. 21].
[159] Uma fotografia desse documento manuscrito, bem como sua transcrição completa e sua tradução, estão apresentados no apêndice D.

Estrutura desta biografia: os lugares e os períodos da vida de Bobillier.

O título desta biografia sintetiza a pretensão desta narrativa, que é a de descrever, analisar e compreender os *percursos matemático, docente e profissional* de Bobillier. Observe que o título ressalta as principais facetas do protagonista retratadas aqui: o *matemático* e o *professor*. Observe que o título também aponta, implicitamente, para uma característica: a ordem cronológica da narrativa. A palavra *percurso* significa, entre outras coisas, trajetória, caminho, etc, e isto por sua vez, remete à idéia de *linha do tempo*.

A propósito da ordem cronológica numa narrativa biográfica, a pesquisadora Hélène Gispert aposta que "o pressuposto de romper com a restrição da narrativa linear estruturando a biografia em torno de períodos fortes e significantes poderia, de fato, permitir negociar a multiplicidade de dimensões segundo as quais a narrativa deve necessariamente ser desdobrada."[160]

A singularidade da história da vida de Bobillier permite experimentar essa aposta, ao redigir uma biografia em capítulos temáticos, sem necessariamente abrir mão da ordem cronológica. De fato, embora os percursos matemático, docente e profissional de Bobillier se entrelacem ao longo de sua vida, sua história pessoal é marcada por dois "períodos fortes e significantes" notadamente bem delimitados, onde cada uma de suas facetas aparece claramente destacada em relação à outra. Entre 1826 e 1829, no período em que morava em Châlons e lecionava na Escola de Artes e Ofícios, destaca-se o *percurso matemático* de Bobillier. Trata-se de um fato no mínimo intrigante, que num intervalo de quatro anos apareceram todos os seus artigos originais de pesquisa. Depois disso, aparentemente, a comunidade matemática com a qual ele interagia nunca mais ouviu falar dele. Já entre 1832 e 1837, após uma curta temporada em Angers, e outra vez instalado em Châlons-sur-Marne, destacam-se os *percursos docente e profissional* de Bobillier. É nesse período que ele redige vários textos didáticos, incluindo o *Curso de Geometria*, em sucessivas edições (quatro em vida do autor). Também é nesse período que Bobillier diversifica sua atuação profissional enquanto educador, pois trabalha em duas escolas bem diferentes e executa outras atividades além de simplesmente lecionar.

Assim sendo, organizei este trabalho segundo a linha do tempo ao longo de oito dos seus nove capítulos (a exceção, naturalmente, é este primeiro, que contém as considerações iniciais). Os capítulos são temáticos e são emoldurados pelos espaços que Bobillier viveu, em intervalos de tempo bem marcados. A figura 1.1 mostra

[160] [GISPERT 2012, p. 175].

um mapa da França, pontuando as cidades da vida de Bobillier e os seus respectivos períodos, o que guiou a distribuição dos capítulos desta tese. O capítulo 2 começa com os anos de infância e juventude de Bobillier, entre 1798 e 1817, no período em que ele ainda morava na sua cidade natal, Lons-le-Saunier. Ainda no capítulo 2 apresento a Escola Politécnica de Paris e narro o ano letivo de 1817/1818, quando Bobillier esteve ali como aluno. Os capítulos 3 a 6 percorrem o período de 1818 a 1829, que foi a primeira temporada em que Étienne Bobillier morou na cidade de Châlons-sur-Marne. No capítulo 3 apresento a Escola de Artes e Ofícios da cidade, na qual Bobillier trabalhou nos onze primeiros anos da sua carreira docente. Suas pesquisas originais são avaliadas globalmente no capítulo 4. Dois aspectos aparecem com destaque na produção geométrica de Bobillier e são tratados em capítulos próprios: a geometria de situação (que é objeto de estudo no capítulo 5) e o método da notação abreviada (estudado no capítulo 6). O capítulo 7 cobre dois períodos, o que vai de 1829 a 1832 e o que vai de 1832 a 1840. No primeiro intervalo (de quase 4 anos) Bobillier mora na cidade de Angers e trabalha na Escola de Artes e Ofícios dessa cidade. É a partir da sua temporada em Angers que Bobillier *desaparece* no que diz respeito à pesquisa matemática. Por outro lado, é nesse período que Bobillier assume novas funções em sua carreira, deixando de ser apenas professor, para trabalhar também como chefe de estudos. O segundo intervalo, entre 1832 e 1840, é a sua segunda temporada em Châlons-sur-Marne, onde suas atividades, bem como sua produção docente, são multiplicadas. Os capítulos 8 e 9 contêm os episódios dos últimos oito anos de vida de Bobillier. A produção didática de Bobillier, quase toda ela concentrada entre 1832 e 1837, é estudada no capítulo 8. O capítulo 9 mostra o final de Bobillier, sua vida doméstica, sua vida em sociedade e sua morte. Ao final da narrativa principal há uma cronologia cobrindo 110 anos de eventos históricos e cotidianos em torno de Bobillier, desde antes de seu nascimento até a sua posteridade.[161] A tabela 1.1 resume os temas dos capítulos desta tese, distribuídos pelos locais e períodos da vida de Bobillier.

Feita essa distribuição da história de Bobillier em capítulos que respeitam os espaços geográficos e o tempo cronológico, pergunta-se: qual é o Bobillier que emerge da narrativa que esta tese apresenta? Uma parte do capítulo 2 e o capítulo 9 enfocam aspectos familiares e sociais de Bobillier e são baseados nas informações que pude agregar em volta dos documentos de nascimento, de casamento e de óbito. Nestes capítulos, meu protagonista é como um quebra cabeça incompleto, constituído por uns poucos fragmentos: *Bobillier é um homem comum que deixou poucos traços.* Na continuação do capítulo 2, e mais nos capítulos 3 e 7, a ênfase está na formação e na carreira profissional de Bobillier. Em algumas seções destes capítulos, a maneira

[161] Trata-se do Apêndice A desta tese.

de "pegar" Bobillier será indireta, a partir da descrição e do estudo das instituições que ele esteve inserido, e das atividades atribuídas às funções que ele exerceu em cada uma dessas instituições. Assim, o que ressalta nesses capítulos é que *Bobillier é a interseção das comunidades as quais ele pertenceu*. Por fim, os capítulos 4, 5, 6 e 8 enfatizam os escritos de Bobillier, suas produções em pesquisas matemática e sua literatura didática. Alguns textos dele são analisados detalhadamente em diversas seções desses capítulos. As matemáticas ali contidas são cotejadas com as matemáticas que aparecem em artigos de seus contemporâneos. Nestes capítulos temos tão simplesmente que *Bobillier é o signatário dos seus textos*.

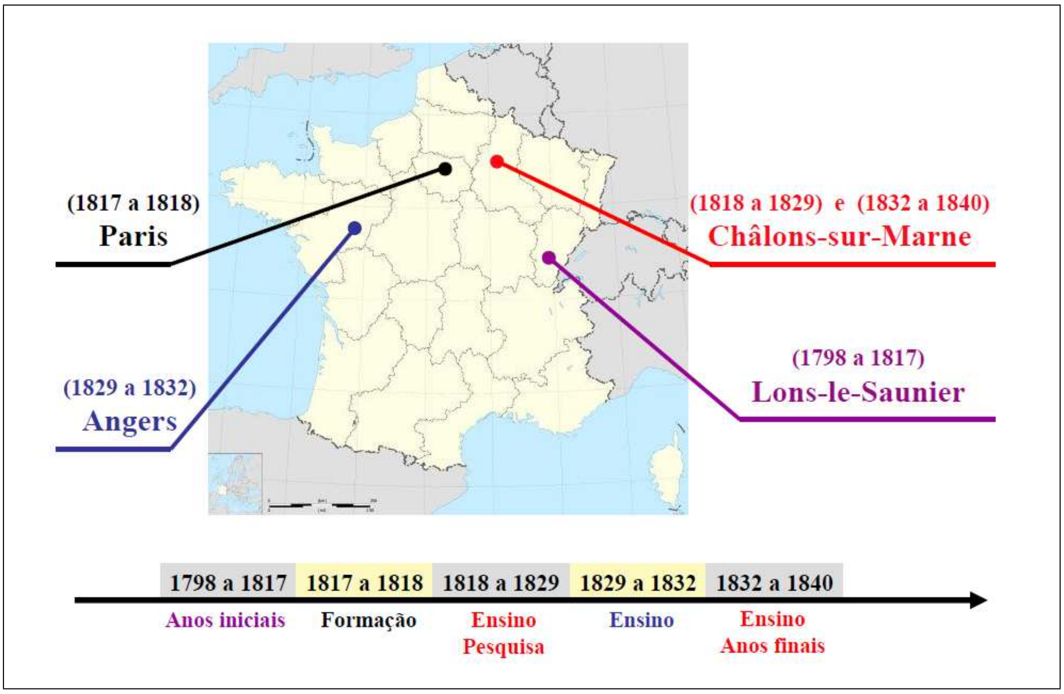


Figura 1.1: As cidades e os períodos da vida de Bobillier.

	Data e Local	**Tema**
Capítulo 2	1798 a 1817 Lons-le-Saunier	Anos iniciais
	1817 a 1818 Paris	Formação na Escola Politécnica
Capítulo 3	1818 a 1829 Châlons-sur-Marne	Docência na Escola de Artes e Ofícios
Capítulo 4	1826 a 1830	Os textos de pesquisa
Capítulo 5	Décadas de 1810 e 1820	Geometria de situação
Capítulo 6	Décadas de 1810 e 1820	Método da notação abreviada
Capítulo 7	1829 a 1832 Angers	Docência na Escola de Artes e Ofícios Cargos de chefia de estudos
	1832 a 1840 Châlons-sur-Marne	Docência na Escola de Artes e Ofícios Docência no Colégio Real Cargos de chefia de estudos
Capítulo 8	1832 a 1837	O *Curso de Geometria* e outros textos didáticos
Capítulo 9	1836 a 1840 Châlons-sur-Marne	Anos finais

Tabela 1.1: Os capítulos desta tese: períodos, locais e temas.

Capítulo 2

Os anos iniciais de Bobillier em Lons-le-Saunier (1798-1817). A passagem pela Escola Politécnica de Paris (1817-1818).

Na década final do século dezoito, os ventos revolucionários varreram a França. Depois do episódio da Tomada da Bastilha, em 14 de julho de 1789, a vida política da França passa por um longo período de instabilidade. Com a queda do chamado *Antigo Regime* (o governo monárquico e aristocrático anterior à Revolução Francesa) o país entra num intervalo de mais ou menos um século de história em que foi governado sob diferentes regimes: monarquia, república, consulado, império, outra vez monarquia, outra vez república, outra vez império, etc. A passagem de um regime a outro nem sempre era suave, eventualmente se dava por golpes de estado decididos em gabinetes, eventualmente por revoltas armadas nas ruas.[1]

Entre 1792 e 1799, vigorava na França o regime da *República*, onde pouco a pouco, um novo líder, o célebre Napoleão Bonaparte, vai ganhando força política e militar. Uma das diversas mudanças que afetou o cotidiano do homem comum nesse período foi a adoção de um *calendário republicano* em 1793, tomando como o primeiro dia do Ano I a data de 22 de setembro de 1792. Esse calendário apresentava outro agrupamento dos dias em semanas e meses, bem como nomes completamente diferentes para os dias da semana e para os meses do ano. Tratava-se de um esforço para apagar do calendário os vestígios de uma cultura cristã, numa república que se

[1] Para mais detalhes da sequência de regimes e suas respectivas datas, confira a Cronologia (1770-1880) no apêndice A desta tese.

pretendia laica, em franca oposição ao Antigo Regime. Este calendário vigorou na França até a data de "10 nivose do Ano XIV" (ou seja, 31 de dezembro de 1805).[2]

Uma mudança menos excêntrica e formal do que um mero calendário, foi um grande investimento na construção de um novo sistema educacional. Aqui, por *investimento*, entenda-se não somente aplicação de *recursos financeiros* por parte dos governos que se sucederam à Revolução, mas também a aplicação de *recursos intelectuais*. Todo esse investimento, com seus acertos e erros, era aplicado no esforço de estabelecer escolas de diferentes níveis e em diversos lugares, visando melhorar a formação geral dos cidadãos, bem como a formação para o trabalho. Isso provocou uma mudança profunda nas ciências e na cultura geral da sociedade francesa, permitindo a ascensão de uma nova elite que pouco a pouco vai substituindo a antiga nobreza monárquica.

Neste capítulo estudaremos uma das escolas científicas mais emblemáticas do século dezenove, a Escola Politécnica. Esta escola foi fundada pelo governo de República em 1794, na cidade de Paris.[3] Também nos ocuparemos de estudar a passagem de Bobillier enquanto aluno dessa prestigiosa escola no ano letivo de 1817. A notar que nessa data, o governo francês não é mais o republicano, e o regime vigente tinha voltado a ser o monarquista.[4] Antes de tudo, porém, veremos brevemente o nascimento de Étienne Bobillier, e as informações sobre sua infância, sua adolescência e sua família em Lons-le-Saunier, a cidade em que nasceu.[5]

2.1 Os anos iniciais de Étienne Bobillier em Lons-le-Saunier, no Jura (1798-1817).

Antes de começar a narrar a história de Bobillier, gostaria de registrar uma informação prévia sobre a organização político/administrativa da França, na expectativa de que essa informação auxilie a contextualização do leitor brasileiro deste trabalho.

Sob o aspecto administrativo, a França é dividida em *regiões* geográficas, essas regiões são divididas em *departamentos*, e esses, por sua vez, contém as cidades e os

[2] Para maiores informações e detalhes sobre esse singular calendário republicano, confira [JULAUD 2005, p. 61].

[3] Trata-se da seções 2.2.1, 2.2.2 e 2.3.2.

[4] Estas são as seções 2.3.1 e 2.3.3.

[5] Nas seções 2.1.1 e 2.1.2.

distritos.[6] O departamento do Jura, por exemplo, é um dos quatro que compõem a região do Franche-Comté, localizado no centro-leste da França. E a cidade de Lons-le-Saunier, onde Bobillier nasceu, é a capital do Jura. Por outro lado, a cidade de Paris, capital nacional, está inserida no departamento chamado de Île-de-France. Todos os departamentos franceses para além da Île-de-France são chamados indistintamente de *províncias*.

2.1.1 A infância de Étienne Bobillier.

Étienne Bobillier nasceu numa noite de primavera, em 17 de abril de 1798, em Lons-le-Saunier, uma cidade provincial situada a cerca de 400 quilômetros ao sudeste de Paris. Ele é o segundo filho de Ignace Bobillier e Marie Rosalie Rollet, um casal de comerciantes que vivia da venda de papéis pintados para forrar paredes. Quando Étienne nasceu, seu irmão mais velho, Marie André, já estava com dois anos e meio de idade (tendo nascido em 07 de dezembro de 1795). Nos anos seguintes, essa família ainda vai ver a chegada do terceiro filho, André Ignace (que viveu apenas três meses, de 23 de maio a 21 de agosto de 1801); e a menina caçula, Louise Suzanne Eugénie, nascida em 21 de dezembro de 1802.

O registro de nascimento de Étienne foi feito no dia seguinte ao parto, pelo seu pai, na comarca de Lons-le-Saunier.[7] As testemunhas signatárias da certidão de nascimento foram dois senhores, amigos e vizinhos de Ignace. Um deles chamava-se Joseph Poiriers e era comerciante como Ignace Bobillier. O outro era um estalajadeiro chamado Pierre Gauthier, sobre quem voltaremos a falar mais adiante.

No registro de nascimento de Étienne, consta que "o bebê macho, parido da cidadã Marie Rollet" nasceu as nove horas da noite anterior ao dia 29 germinal do ano VI da república francesa, ou seja, Bobillier nasceu na data de 28 germinal do ano sexto. Essa data corresponde a 17 de abril de 1798 no calendário gregoriano. Levando-se em conta que os nomes dos meses para o calendário republicano foram inventados inspirados em fenômenos naturais comuns nas diversas estações do ano, então não por acaso o primeiro mês primaveril, o do nascimento do bebê Étienne, chamava-se *germinal*.

[6] Este sistema é semelhante ao da república brasileira, que também é dividida em *regiões*. As nossas regiões são divididas em *estados*, e estes, por sua vez, contém os municípios e distritos.

[7] Uma imagem, bem como a transcrição e a tradução deste documento encontra-se no apêndice C desta tese.

Há pouquíssimos registros que mostram o cotidiano da família de Ignace Bobillier ou os primeiros anos do menino Étienne. Ainda na infância Étienne Bobillier perdeu seu pai Ignace, morto em 1º de abril de 1807. Na época do acontecido, Étienne tinha quase nove anos de idade apenas. Não sabemos exatamente como a família da viúva Marie Rollet subsistiu após a morte de seu marido. O que se sabe é que ela só veio a falecer muito velha, com pelo menos mais de 70 anos de idade estimada, já que seu nome (e sua presença) volta a ser registrada em documentos posteriores: em 1837, na certidão de casamento de Bobillier,[8] e em 1840, no discurso obituário dele.[9] No documento de 1837 ela é identificada como "rentiére", o que poderia ser traduzido como "rentista", significando uma "pessoa que vive não profissionalmente de rendas" ou "possuidora de bens de capital".[10]

Preparativos do jovem Étienne para ir à Paris.

Um fato importante ocorrido na adolescência de Étienne Bobillier foi a aprovação do seu irmão mais velho, Marie André, no concurso de entrada para a Escola Politécnica de Paris em 1813. Há um relato no obituário de Bobillier sobre esse episódio (um pouco fantasioso e dramático, talvez, como é esperado de um discurso obituário).[11] Nesse relato, informa-se que a "imaginação viva" do jovem Étienne preferia os estudos literários, nos quais era bem sucedido, sem demonstrar nenhum gosto especial pelas matemáticas até os 16 anos de idade. Naquela época, enquanto Étienne estudava numa escola local em Lons-le-Saunier, seu irmão estudava no Liceu de Besançon, uma importante cidade no departamento vizinho (Doubs), ainda na região do Franche-Comté, localizada a 70 quilômetros de Lons-le-Saunier.

Pois bem, foi apenas quando seu irmão entrou para a *grande escola* parisiense, continua relatando o orador do discurso obituário, que Étienne decidiu seguir-lhe os passos. Para sua preparação, o adolescente contou apenas com os livros de *matemáticas especiais* e as dicas que Marie André lhe enviava de tempos em tempos.

[8] [ARCHIVES MUNICIPALES À CHÂLONS-EN-CHAMPAGNE], cota [E/1/146] ou [ARCHIVES DÉPARTEMENTALES DE LA MARNE] (Registros de estado civil), cota [2E119/284]. Algumas imagens, bem como a transcrição integral e a tradução deste documento encontra-se no apêndice J desta tese.

[9] [SÉANCE PUBLIQUE de la MARNE 1840 b, p. 123].

[10] Uma famosa *viúva rentista* parisiense daquela mesma época é a Sra Vauquer, uma personagem do famoso romance *O Pai Goriot* (*Le Père Goriot*) de Honoré de Balzac, publicado em 1835. A Sra Vauquer, por exemplo, sobrevivia de alugar os cômodos do seu velho casarão como quartos de pensão para solteirões, aposentados e estudantes. Os dois protagonistas do referido romance, o jovem Rastignac e o velho Goriot, ambos moravam nos quartos da Sra Vauquer. Considerando o realismo literário de Balzac, não é de todo dispensável imaginar que a viúva Marie Rollet pudesse ter sobrevivido de atividades semelhantes a essa.

[11] [SÉANCE PUBLIQUE de la MARNE 1840 b, pp. 119-120].

2.1.2 Os Bobillier do Jura no entorno dos 1800.

Ignace Bobillier, sua esposa e seus quatro filhos, não são os únicos "Bobillier" que habitam a região do Jura no entorno dos anos 1800.

Nos Arquivos Departamentais do Jura (situado na cidade de Lons-le-Saunier) podem ser encontrados diversos documentos do final do século dezoito e início do século dezenove que mostra como era numerosa a quantidade de cidadãos com nome de família "Bobillier". Apenas para dar uma idéia, no catálogo geral dos Arquivos Departamentais do Jura, no livro onde está a ata de nascimento de Étienne Bobillier,[12] consegui contar o registro de 15 bebês com esse nome de família (seis meninas e nove meninos), nascidos entre 1785 e 1812. Nesse grupo encontram-se, além do protagonista dessa tese, os seus três irmãos. Já no livro onde está registrado o óbito de Ignace Bobillier, computei 10 Bobillier falecidos em Lons-le-Saunier entre 1776 e 1807. Nessa lista, além de Ignace Bobillier, aparece também o nome do irmão mais novo de Étienne que morreu ainda bebê.[13]

As informações diretas ou indiretas coletadas nesses documentos de arquivo, cotejadas com informações coletadas em sites e blogs especializados em rastreamentos genealógicos,[14] permitiram que eu esboçasse um pequeno diagrama apresentado na figura 2.1 abaixo, além de ajuntar algumas informações sobre três gerações dos familiares de Étienne Bobillier.

O avô paterno do protagonista deste trabalho também se chamava Étienne Bobillier ($\sim$ 1719-1779). Ele teve quatro filhos: André, Catherine, Ignace (pai do protagonista desta tese) e (outro) Étienne. O velho Étienne Bobilier participou da vida pública na cidade, exercendo por cerca de quinze anos a função de procurador-mestre no tribunal presidial de Lons-le-Saunier.[15] A ocupação judicial acompanha os primogênitos das duas gerações seguintes na família Bobillier: André Bobillier, o primeiro filho do velho Étienne, foi juiz no tribunal criminal do Jura; e François Bobillier, primeiro filho deste André, foi juiz no tribunal civil do Jura.

[12] [ARCHIVES DÉPARTEMENTALES DU JURA] (registros de estado civil), cota [5Mi600].

[13] Infelizmente não consegui encontrar nos mesmos Arquivos o registro de casamento de Ignace Bobillier e Marie Rosalie Rollet.

[14] A atividade de levantamento genealógico é relativamente popular na Europa, haja vista a quantidade de sites, blogs e serviços especializados nesse fim. O site que consultei, após uma triagem prévia, e após conferir suas informações com as poucas que obtive nos Arquivos Departamentais do Jura, foi o "canalblog" intitulado *Genealogia de la Famille Garrige*, particularmente a postagem `http://famillegarrigue.canalblog.com/archives/2010/11/22/19674352.html` acessada em 27 de dezembro de 2013 e em 09 de julho de 2015.

[15] [VERNUS e LEROY 1995, p. 36].

Ignace Bobillier (1761-1807), por sua vez, seguiu o ramo do comércio como vendedor de papéis pintados para paredes. Do nascimento até sua morte, sempre viveu em Lons-le-Saunier. Casou-se com Marie Rosalie Rollet, uma moça nascida entre 1760 e 1770 em Dijon, uma cidade situada 80 quilômetros ao norte de Lons-le-Saunier. Ignace teve quatro filhos, os quais já foram apresentados: Marie André, Étienne (o protagonista dessa tese), André Ignace e Louise Suzane Eugénie. Sobre o destino do primeiro, pretendo falar ainda neste capítulo, mais adiante. O segundo é o protagonista desse trabalho. O terceiro, como já foi informado, faleceu com apenas três meses de idade. A menina teve a vida mais longa dos quatro, casando-se em 1833 com um homem chamado Charles Louis Antoine Gilliart (e, consequentemente, mudando seu nome de nascença "Bobillier", para o nome marital "Gilliart") e faleceu em 1863. Até onde pude apurar, nenhum dos três filhos de Ignace Bobillier que alcançaram a idade adulta teve filhos.

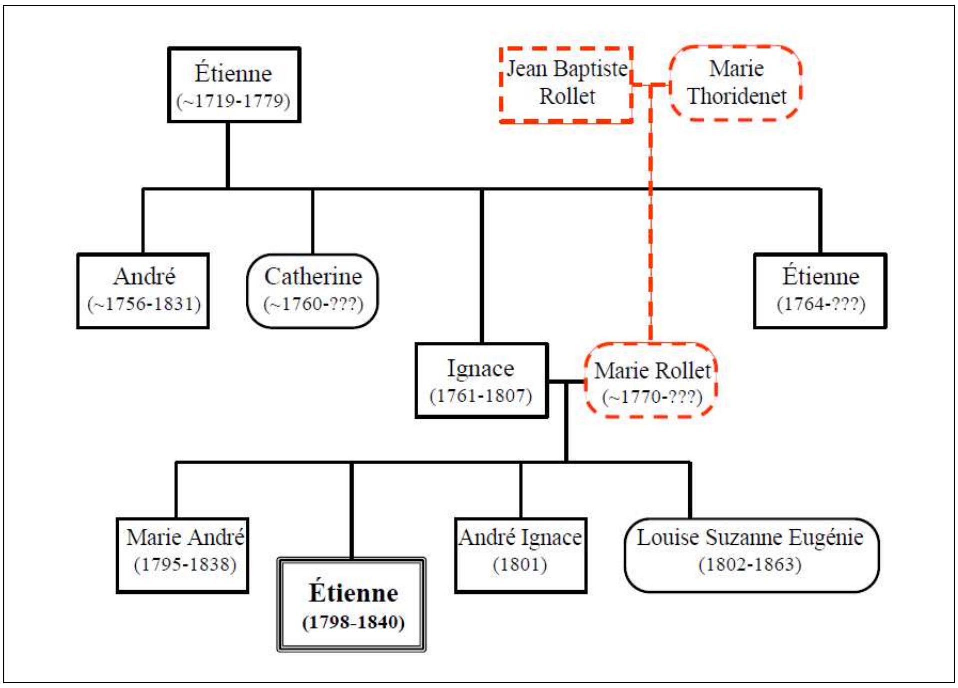


Figura 2.1: Três gerações da família Bobillier em Lons-le-Saunier.

A família Gauthier.

A família Gauthier é uma das famílias ligadas por laço de vizinhança e amizade com a família de Ignace Bobillier e Marie Rollet. Em 1798, quando serve de testemunha em cartório para o nascimento de Étienne Bobillier, Pierre Gauthier é identificado com estalajadeiro. Uns poucos anos depois, em 1807, quando serve de testemunha em cartório para o óbito de Ignace Bobillier, Pierre Gauthier tem 49 anos de idade e é identificado como vizinho do falecido e livreiro por profissão.

Trata-se de um fato interessante, porque mais tarde a família Gauthier vai dominar o mercado de livros científicos em Paris a partir da segunda metade do século dezenove e avançando até o século vinte. É que a casa publicadora "Gauthier-Villars" será a imprensa oficial do Bureau des Longitudes e da Escola Politécnica, além de outras instituições universitárias e científicas da capital.[16] Isso explica porque *Princípios de Álgebra* (o primeiro livro didático de Bobillier) será impresso pela família Gauthier em 1825 (na época ainda em Lons-le-Saunier), apesar de Bobillier já estar bem estabelecido e reconhecido como professor na Escola (e na cidade) de Châlons-sur-Marne.

2.2 A Escola Politécnica de Paris.

Esta seção é dedicada à apresentação da Escola Politécnica de Paris, abordando alguns dos seus aspectos históricos, pedagógicos e organizacionais.

Muito já se falou sobre a EP e sobre sua importância na história do ensino de matemática e na história da matemática mesmo. Eu também pretendo tecer minhas considerações sobre esta instituição, mas sem me aprofundar demais para não perder o foco sobre o protagonista desta tese. Pretendo fazê-lo apenas o suficiente para contextualizar claramente a passagem de Bobillier nesta prestigiosa escola.

Duas informações para os leitores brasileiros que talvez não as saibam: Primeiro, que o ano escolar na França costuma começar entre setembro e novembro, diferente do Brasil que começa entre fevereiro e março. Segundo, que na EP, as turmas e os alunos usam um apelido antigo e tradicional, a saber, "X". Assim, ao dizer uma frase como "Bobillier é da promoção X1817" significa que ele entrou na Escola Politécnica no ano letivo iniciado em outubro de 1817. Ainda, "os politécnicos da promoção X1817" ou simplesmente "a turma X1817" são os alunos que começaram seus estudos na referida escola na data de outubro daquele ano.

2.2.1 Aspectos gerais da organização, do ensino e do cotidiano na Escola Politécnica no início do século dezenove.

No Antigo Regime que vigorou na França até quase o final do século dezoito, o governo era monárquico e aristocrático. Nesse regime, o privilégio nos cargos administrativos

[16] Apenas para ilustrar a amplitude da empresa, eis alguns dos autores cujos livros estão no catálogo da "Gauthier-Villars": Poincaré, Darboux, Serret, Chasles, Salmon, Poncelet, entre outros.

da nação era reservado à nobreza e ao clero. Entretanto, às vésperas da Revolução de 1789, essa estrutura de governo imputava à França uma forte crise econômica e social. Em contrapartida, na esteira do Iluminismo, o florescimento intelectual francês era notável. Esses dois fatores aliados foram as principais causas da Revolução de 1789, em que, uma das consequências, foi a deposição da nobreza e do clero dos postos de comando do país.

Ao episódio da Tomada da Bastilha em 14 de julho de 1789 – marco zero da Revolução Francesa – seguem-se diversos outros episódios e reviravoltas que mostram uma grande instabilidade política ao longo da história francesa num intervalo de quase oitenta anos. Nas diversas mudanças de regime de governo, que traz a reboque modificações e adaptações nas ideologias de instrução dos cidadãos e de gerência do estado, o sistema educacional é sempre objeto de reorganizações e reformas.

Breve panorama do sistema educacional francês no início do século 19.

O modelo de educação adotado pela República (1792-1799) e consolidado no período napoleônico (1799-1814), por exemplo, baseava-se na tentativa de garantir a todos os cidadãos igualdade de oportunidade e liberdade, para que se eliminasse definitivamente da França a antiga estrutura feudal de produção e distribuição de renda. Além disso, partiu-se do pressuposto que os cientistas e os engenheiros eram tão úteis à república quanto militares, e portanto era necessário investir em escolas que tanto formassem engenheiros quanto fortalecesse os quadros militares. Por fim, houve a institucionalização um sistema de instrução pública, gratuita e obrigatória que fornecesse para todos os cidadãos uma formação geral anterior à uma formação profissional.[17]

Uma das ações tomadas pela República foi a fundação da *Escola Normal Superior* em 1794. A ENS tinha como principal objetivo o de formar professores para o ensino primário. Complementarmente, fundou-se a *Escola Politécnica* em Paris, também em 1794, e reorganizou-se e expandiu-se a rede de *escolas de aplicação* (em Paris e nas províncias), visando formar engenheiros civis ou militares que pudessem alavancar o desenvolvimento econômico do país.

Tanto a EP quanto a ENS fazem parte de um grupo de instituições de ensino que são conhecidos na França como as *grandes escolas*. Essas escolas, no início do século dezenove, eram os estabelecimentos de mais alto nível de formação profissional. Elas eram ligadas ao governo central, ficando sob responsabilidade direta de alguns dos diversos ministérios. A EP, por exemplo, era vinculada ao Ministério da Guerra e

[17] [SCHUBRING 1985, pp. 353-354].

ao Ministério do Interior. O Ministério da Guerra gerenciava a parte *administrativa*, isto é, ficava responsável pelas finanças e pelos recursos humanos. O Ministério do Interior gerenciava a parte *pedagógica*, isto é, era encarregada pelo ensino.

Quanto às escolas de aplicação, eram os estabelecimentos que recebiam os egressos da EP, após a uma sólida formação básica em ciências e matemática. Algumas das escolas de aplicação mais célebres era a Escola de Artilharia e de Engenharia de Metz (que formava engenheiros militares ou oficiais de artilharia), e a Escolas de Minas e a Escola de Pontes e Calçamentos, ambas em Paris (que formavam engenheiros civis). Essas escolas eram diretamente responsáveis pela formação de quadros para os serviços públicos da França no século dezenove.

A partir da inauguração da EP e das escolas de aplicação, em médio prazo, formou-se uma nova elite na sociedade francesa. Esse novo grupo social, que o historiador Bruno Belhoste identifica como "elite tecnocrata",[18] era completamente diferente das elites aristocráticas do antigo regime. Primeiro, porque a tecnocracia é uma forma de condução de governo de estado em que os especialistas e os técnicos, bem como os métodos com os quais eles trabalham, ocupam posição central na tomada de decisões. Segundo, porque a partir dos primeiros anos do século dezenove, são os egressos da Escola Politécnica que ocuparão majoritariamente, e pouco a pouco, esses postos técnicos no serviço público. Por fim, a captação de alunos ingressantes na Escola Politécnica era inspirada por uma ideologia meritocrata, fazendo com que os gestores da EP fossem procurar e selecionar os candidatos à EP nos mais diferentes recantos da França, independente da condição social ou da origem geográfica desses candidatos.[19]

Em nível secundário e/ou intermediário, foram criados os *Liceus*, por Napoleão, em 1802. Essas escolas serão renomeadas como *Colégios Reais* sob o regime da Restauração que se seguiu ao período napoleônico.

A lei imperial previa que se ensinasse latim e matemáticas nos liceus. Em cada uma dessas escolas existiam duas classes de matemáticas: as *matemáticas elementares* e as *matemáticas transcendentes*, renomeada desde 1809 de *matemáticas especiais*. De modo geral, os professores de matemáticas especiais eram melhores pagos do que os outros professores de matemática. Mas também havia, nos regulamentos universitários, a previsão de um rodízio de professores entre as duas classes.[20]

A existência da classe de *matemáticas especiais* em todos os liceus permitia que

[18] Confira o detalhado estudo sobre a formação de uma tecnocracia francesa no século dezenove vinculada à EP em [BELHOSTE 2002].

[19] Mais detalhes sobre o concurso de entrada para a EP serão vistos na próxima seção.

[20] [BELHOSTE s/d, pp. 3].

se oferecesse preparação para o concurso de entrada na EP em todos os lugares. Veremos mais adiante que a própria organização do concurso respondia a essa demanda igualitária: os examinadores percorriam cidade por cidade (onde estavam programadas os exames) afim de avaliar os candidatos que ali se apresentassem.

O historiador Bruno Belhoste informa que a classe de *matemáticas especiais* é a origem das chamadas *classes preparatórias*. As classes preparatórias são turmas de ensino intermediário (entre o secundário e o superior), mas situadas em estabelecimentos secundários. Essas classes são estreitamente ligadas, pelo seu objetivo e pelo conteúdo que ali se ensina, às grandes escolas. Aliás, as classes preparatórias só existem por causa dos concursos de entrada para as grandes escolas.[21]

Esse sistema de ensino só se tornou possível e efetivo com a criação de um corpo docente especializado em matemáticas que se multiplicasse por todo o território francês. Na expectativa de fazer com que esse sistema fosse bem sucedido, o imperador Napoleão Bonaparte estabeleceu entre 1808 e 1810, formas permanentes para garantir a formação de professores: as Faculdades de Ciências e as Faculdades de Letras. Também foi nesse contexto que a Escola Normal Superior foi reorganizada por Napoleão em 1808.[22] Cabia à essa ENS (de 1808) a formação de professores para o ensino secundário. Em particular, também era tarefa da ENS assegurar a formação, o recrutamento e a distribuição de professores especializados em matemáticas.[23]

Do ponto de vista administrativo, a *Universidade Imperial*, na era napoleônica, era o englobamento tanto do ensino secundário quanto do ensino superior na França. A gerência da Universidade era feita pelo Conselho da Universidade Imperial, uma instituição governamental e centralizada. Assim, tanto liceus quanto faculdades estavam diretamente ligadas a esse conselho. As primeiras faculdades organizadas (ou reorganizadas) sob essa administração foram a Faculdade de Medicina e a Faculdade de Direito.[24] As *grandes escolas* de formação de professores (mencionadas acima) e as escolas de aplicação subsequentes à Escola Politécnica também são administradas pela Universidade.

Após o período napoleônico, o conselho foi adotando outros nomes, conforme os regimes que se sucediam, mas sempre mantendo a mesma função de administrar a instrução pública (secundária e superior): Conselho superior de instrução pública e

[21] [BELHOSTE s/d, p. 1].
[22] [SCHUBRING 1985, pp. 353-354].
[23] [BELHOSTE s/d, p. 3].
[24] [FOX e WEISZ 1980, p. 27].

mais tarde Ministério da Instrução Pública.[25]

Quando de sua fundação, em 1808, a Universidade Imperial foi dividida em 26 setores geográficos, cada um dos quais chamados de *academia*.[26] As vinte e seis academias cobriam todo o território francês. Cada academia era administrada por um Conselho Acadêmico, que por sua vez era dirigida por um *reitor*.[27]

A marca de Gaspard Monge nos primeiros anos da Escola Politécnica.

Como já foi informado antes, a Escola Politécnica foi inaugurada em 1794 sob o governo revolucionário republicano.

Uma das figuras mais fortes dos anos iniciais da EP é Gaspard Monge (1846-1818). Monge teve uma longa carreira científica, docente e política. Ele participou ativamente da Revolução Francesa de 1789, bem como de todos os seus desdobramentos nos primeiros anos do século dezenove. Monge foi senador entre 1791 e 1816, atravessando os regimes republicanos de Convenção e Consulado e o Primeiro Império sob Napoleão Bonaparte. Aliás, Bonaparte tinha em Monge um aliado entusiasmado e fiel, principalmente no que dizia respeito às políticas nacionais ligadas aos temas de educação científica e tecnológica.

Na Escola Politécnica, Monge foi o primeiro professor de geometria. Também foi diretor geral desta escola no ano letivo de 1797 a 1798, e depois no ano letivo de 1799 a 1800.[28] Monge é reputado como o inventor da geometria descritiva e considerado como um dos pioneiros no que hoje conhecemos como geometria analítica e geometria diferencial. Suas aulas, seus textos e seus métodos novos em geometria influenciaram enormemente as pesquisas matemáticas na primeira metade do século dezenove.

Além de Monge, outros cientistas de grande reputação na França ao final do século dezoito foram recrutados para lecionar na Escola Politécnica nos primeiros anos. Entre eles, podemos mencionar Claude Joseph Ferry (1750-1845), Jean Nicolas Pierre Hachette (1769-1834), Joseph Louis Lagrange (1736-1813) e Gaspard de Prony (1755-1839).

[25] [FOX e WEISZ 1980, p. 27].

[26] Não se deve confundir as academias escolares com as academias, digamos, *savants*, como a Academia de Ciências de Paris ou a Academia Francesa de Letras, por exemplo.

[27] Como informação complementar, e apenas a título de exemplo, um dos personagens importantes na história narrada nesta tese, o geômetra e editor dos *Annales*, Joseph Diaz Gergonne, foi reitor da Academia de Montpellier de 1830 a 1844.

[28] No ano de 1798, Monge esteve fora da direção da EP porque estava participando da célebre expedição de Napoleão Bonaparte ao Egito. Nesse período a Escola Politécnica foi dirigida por Guyton de Morveau. Confira [FOURCY 1828, p. 163] e [GRATTAN-GUINESS 1990, p. 1364].

O bibliotecário e historiador Ambroise Fourcy.

Uma boa fonte para os primeiros trinta anos de história da Escola Politécnica é o livro do bibliotecário Ambroise Louis Fourcy. O livro *História da Escola Politécnica*, publicado em 1828, apresenta relatos mesclados com trechos de diversos documentos (cartas, relatórios, decretos, etc) cuidadosamente organizados cronologicamente.[29] O livro apresenta também uma prosopografia volumosa e detalhada dos ex-alunos da EP desde sua fundação até o ano de 1827.

Fourcy foi contratado para trabalhar na EP em 1816 na função de subinspetor de estudos. Em 1818 passa à função de bibliotecário, posto que ocupa até sua morte em 1842. A partir de 1822, na qualidade de bibliotecário, passa a ser o secretário do Conselho de Instrução. Embora ele tenha perdido a voz deliberativa no Conselho de Instrução após 1830, provavelmente continuou sendo considerado e respeitado no grupo, pelo seu conhecimento e suas experiências na EP. Não se pode esquecer que ele trabalhou na Escola desde a crise de 1816, passando pelos regimes da Restauração e da Monarquia de Julho. As principais fontes para o texto de Fourcy são os periódicos editados por Hachette, o *Jornal da Escola Politécnica* e a *Correspondência sobre a Escola Politécnica*, além dos documentos oficiais conservados na biblioteca da EP, aos quais, naturalmente, ele tinha livre acesso.[30]

Sobre o concurso de entrada para a Escola Politécnica.

O sistema de avaliação na Escola Politécnica – na entrada, na permanência e na saída – era fortemente baseado na comparação dos méritos individuais dos estudantes. Esse sistema meritocrático ambicionava a melhor seleção e formação da elite tecnocrata, e o concurso de entrada estava na base desse sistema.

A comparação dos méritos individuais no processo seletivo inicial deveria ser o mais "objetivo" possível. Para isso exigia-se três condições principais: que a avaliação fosse segura, que os candidatos tivessem igualdade de condições de concorrência, e que os examinadores fossem competentes e imparciais.[31]

Nos primeiros anos a avaliação consistia de uma prova oral de matemática. A crença generalizada numa *suposta* objetividade da matemática validava a *pretendida*

[29] Em 1987, como parte dos eventos em comemoração ao bicentenário da Revolução Francesa, o livro de Fourcy foi republicado integralmente em edição *fac-similar*. A empreitada ficou a cargo do historiador Jean Dhombres, que agregou à edição um estudo sobre os historiadores da EP, além de centenas de notas explicativas e de mini esboços biográficos.

[30] [DHOMBRES 1987 b, p. 164].

[31] [BELHOSTE 2002, pp. 54-55].

segurança da avaliação. Apenas como informação complementar, a partir da crise e reorganização de 1816/1817, os exames de entrada passaram a incluir também a tradução de um trecho de texto em latim e a redação em francês de um comentário do trecho traduzido.[32]

Para a dita "igualdade de condições de concorrência" dos candidatos, partia-se do princípio de que os meninos poderiam se inscrever gratuitamente, a partir de uma chamada pública. Todo rapaz jovem com idade entre 16 e 20 anos podia concorrer. Então os estudantes eram pré-selecionados por examinadores de admissão que percorriam o país. Funcionava assim: a França era dividida em três ou quatro grandes regiões provinciais, além de Paris. Em cada região eram estabelecidos alguns locais de exame. O examinador que se encarregaria de cada região era devidamente designado pela EP. Ele passava algumas semanas do verão (de julho a setembro) percorrendo a região que lhe cabia, entrevistando adolescentes que fossem indicados por familiares ou pelos governantes das cidades. Nos primeiros anos da EP, até 1815, eram 22 centros espalhados pelo país. O candidato deveria se deslocar até o local do exame por conta própria e ali se apresentar ao examinador de admissão para ser avaliado.[33]

Observamos que essa mesma "igualdade de condições de concorrência" podia ser questionada, pois ela diz respeito ao acesso dos rapazes ao examinador, mas não diz nada sobre a preparação prévia desses rapazes. Em todo caso, é a mesma EP que vai influenciar, ainda que indiretamente, a preparação dos candidatos de entrada, quando tem os seus exames imitados (e simulados) pelos liceus espalhados pelo país. Esse fenômeno é registrado já em 1828, pelo historiador e bibliotecário Fourcy nos seguintes termos:

> Sabe-se, aliás, o quanto a emulação [isto é, a imitação] dos concursos [da EP] são mantidos nos colégios reais e nas instituições que dependem disso, e a que preço com que cada um desses estabelecimentos se apegam em ver triunfar ali [no concurso] os seus alunos.[34]

Quanto à competência e imparcialidade dos examinadores, terceira das condições de objetividade do concurso de entrada, isso era baseada apenas na credibilidade que os mesmos adquiriram com o passar dos anos, bem como com o sucesso do projeto da EP na formação de uma nova elite francesa.

[32] A próxima seção fornece mais detalhes sobre a crise e a reorganização da EP em 1816/1817.
[33] [GRATTAN GUINNESS 2005, pp. 236-237] e [BELHOSTE 2002, p. 55].
[34] On sait d'ailllers combien ses concours entretiennent d'émulation dans les collèges royaux et les institutions qui en dépendent, et quel prix chacun des ces établissemens attache à y voir triompher ses élèves. [FOURCY 1828, p. vi].

Ao fim da seleção prévia, uma banca se reunia em Paris (na EP) para comparar as listas dos diferentes examinadores e compilar uma lista geral de classificados por mérito. A quantidade de alunos finalmente admitidos variava de ano a ano, conforme a conjuntura política, financeira ou militar do país. Mas variava também, sobretudo, pela expectativa de vagas que haveria nas escolas de aplicação para daí a dois ou três anos.

Currículo da Escola Politécnica.

A formação na EP durava dois anos ao fim dos quais o estudante era encaminhado para as escolas de aplicação, ou seja, essa formação funcionava como uma espécie de ciclo básico de um curso de engenharia. A nomenclatura usada na EP chamava de "2ª divisão" ao primeiro ano letivo (isto é, a turma de *calouros*) e "1ª divisão" ao segundo ano letivo. Quando o aluno concluía com êxito as disciplinas da 1ª divisão era "declarado admissível nos serviços públicos" e era autorizado a ir para uma das escolas de aplicação. Nessas escolas, os futuros engenheiros (civis ou militares) tinham, então, uma formação superior mais específica. Algumas das escolas de aplicação para as quais o politécnico podia ser encaminhado eram a Escola de Artilharia, a Escola de Engenharia Militar, a Escola de Pontes e Calçamentos, a Escola de Minas e a Escola de Geografia, entre outras.

A Escola Politécnica tinha como principal objetivo o ensino e não necessariamente a pesquisa científica. A matriz curricular, apesar das atualizações e reorganizações que eventualmente sofria, manteve ao longo de todo o século dezenove mais ou menos o mesmo espírito: uma grande dose de matemáticas e ciências naturais, secundado por algumas poucas disciplinas para uma formação mais ampla.

Particularmente, o engenheiro politécnico é alguém que recebe uma formação teórica fortemente marcada pelas matemáticas. Isso estava associada à idéia de que alguém que é habilidoso em resolver problemas *abstratos* de matemáticas, também será habilidoso em outras tarefas de ordem mais *práticas* como tomar decisões, planejar e executar ações, conduzir projetos, etc. Para o historiador Jean Dhombres, para justificar esta formação, os argumentos podiam variar ao longo dos tempos, e muitas vezes ultrapassavam de longe as especificidades técnicas das matemáticas. Houve épocas em que a aprendizagem matemática chegou mesmo a ser tomada como um princípio de austeridade moral.[35]

[35] Entretanto Dhombres aponta que um estudo mais profundo da evolução de atitude dos alunos e professores da EP face às matemáticas é um tema que ainda precisa ser melhor estudado pelos historiadores. Confira [DHOMBRES 1987 a, pp. 38-39].

Ainda que o curriculo não visasse formar matemáticos ou cientistas profissionais, vários pesquisadores famosos em ciências ou em matemáticas são oriúndos da Escola Politécnica. Esse *efeito colateral* da forte presença científica teórica (e particularmente, as matemáticas) no currículo é observado já desde a época dos primeiros historiadores da EP. Fourcy, em seu livro de 1828, comenta que "na Academia de Ciências [de Paris] mais da metade dos membros que compõem atualmente as seções de Geometria, de Mecânica, de Astronomia e de Física geral, são ex-alunos da Escola Politécnica."[36]

Para uma pesquisa mais recente, o historiador Craig Zwerling, a partir dos dados coletados no *Dicionário de Biografias Científicas* (DSB), calculou que entre os cientistas franceses mencionados no referido dicionário e educados entre 1800 e 1840, 40% deles passaram pela EP.[37]

Sobre professores, repetidores e examinadores.

O corpo docente da EP era composto de três categorias diferentes de atuação profissional no âmbito da Escola: os professores, os repetidores e os examinadores. Cabia aos *professores* dar as lições da sua disciplina, bem como redigir os seus cursos, que se tornavam manuais didáticos. Os professores formavam uma categoria privilegiada de docentes na EP, pois eram os únicos que participavam do Conselho de Instrução.

O segundo grupo era formado pelos *repetidores*, a quem cabia a tarefa de fazer os alunos assimilar as lições dos professores. Para isso, eles literalmente a repetiam, no sentido de refazer e refazer, como numa aula de reforço escolar ou numa aula de exercícios. Numa aula típica de matemática dos dias de hoje, o professor seria aquele que ensinaria os conceitos, os teoremas, as demonstrações, os exemplos mais significativos, etc, enquanto que o repetidor se encarregaria dos exercícios de fixação e do treinamento da parte mais operacional e manipulativa da matemática.[38]

Por fim, a terceira categoria docente era composta pelos examinadores, responsáveis pelos diversos exames que um aluno fazia ao longo da sua passagem pela escola. Os examinadores trabalhavam, portanto, no concurso de entrada, na passagem da 2ª para a 1ª divisão (isto é, do primeiro para o segundo ano letivo) e também na saída

[36] [FOURCY 1828, pag. v].

[37] Essa pesquisa é mencionada e comentada em [DHOMBRES 1987 a, p. 65].

[38] Uma das traduções possíveis da palavra francesa *répétition* é *ensaio*, significando um encontro de trabalho no qual se estuda um espetáculo, uma peça, um concerto, etc, antes da apresentação pública. Portanto, *repetir* pode significar fazer do novo diversas vezes, na expectativa de fazer melhor a cada vez. Ao que parece, a tarefa dos *repetidores* também tinha um pouco dessa idéia de treinamento operacional visando o domínio da manipulação do conceito.

da EP, ao encaminhar os alunos devidamente aprovados e ranqueados para as escolas de aplicação.

Os Conselhos da Escola Politécnica.

Abaixo dos ministérios, existiam dois conselhos responsáveis pela gestão da EP: o Conselho de Aperfeiçoamento e o Conselho de Instrução.

O *Conselho de Aperfeiçoamento* é encarregado da alta direção da EP, e de seu melhoramento no interesse dos serviços públicos. Podia fazer parte dele o diretor geral, o diretor de estudos, representantes de professores, examinadores de saída, delegados vindos de cada uma das escolas de aplicação (podendo ser o próprio diretor da referida escola) e delegados da Academia de Ciências. De modo geral, é um conselho que trata mais de questões *externas*. Entre as suas atribuições estava a de intermediar o diálogo entre a EP e as escolas de aplicação e da EP com os ministérios aos quais a Escola é vinculada. Assim, o Conselho de Aperfeiçoamento tinha as tarefas de ajustar os programas de ensino da EP com os programas de ensino das escolas de aplicação, decretar os programas do exame de entrada, estabelecer a agenda cotidiana e semanal dos alunos, indicar para os ministérios alguns nomes para ocupar os cargos docentes (nas três categorias: professores, examinadores ou repetidores) da EP, enviar relatórios anuais de prestação de contas , tanto relatórios administrativos quanto relatórios pedagógicos.[39]

Já o *Conselho de Instrução* é responsável por tudo o que diz respeito ao ensino e aos estudos dos alunos. De modo geral, é um conselho que trata mais de questões *internas*. É presidida pelo diretor geral da EP e composto pelos professores (não estão incluídos aí os examinadores ou os repetidores) e alguns outros funcionários da EP. Cabia ao Conselho de Instrução, por exemplo, propor ao Conselho de Aperfeiçoamento as mudanças nos programas de ensino. O Conselho de Instrução também podia indicar para o Conselho de Aperfeiçoamento alguns nomes para ocupar os cargos docentes (nas três categorias: professores, examinadores ou repetidores) da EP.

Na reorganização de 1816, os conselhos ficaram compostos assim:[40]

• Conselho de Instrução: o diretor geral da EP (na qualidade de presidente do conselho), o diretor de estudos, os professores, o capelão, o tesoureiro e o bibliotecário da EP (na qualidade de secretário do conselho).

• Conselho de Aperfeiçoamento: dois examinadores de saída, sete delegados vindos

[39] [BELHOSTE 2002, pp. 50-51].
[40] [BELHOSTE 2002, p.52-53].

das escolas de aplicação, três delegados da Academia de Ciências e três Pares da França.

Note que o Conselho de Aperfeiçoamento ficou bem menos autônomo em 1816 com a eliminação da presença dos diretores da EP e dos representantes dos professores, e com a inserção de três pares da França (isto, membros do corpo legislativo do país) normalmente diretamente ligados ao governo de Restauração e nomeados pela família real.

Rotina escolar e leituras dos alunos.

O período máximo de permanência de um aluno na EP era de três anos. Assim, um aluno podia ser reprovado até uma vez em algum dos exames, seja o da passagem da 2ª divisão para a 1ª divisão, seja o "exame de saída" (que é o da passagem da EP para as escolas de aplicação, ao fim do segundo ano de estudos).

A rotina escolar semanal dos estudantes era muito rígida. Mesmo nos períodos em que não esteve diretamente vinculada ao ministério da guerra, a EP funcionava como uma escola militar. Para dar uma idéia dessa rotina escolar, coletamos alguns dados referentes ao ano escolar de 1812, e que estão registrados no *Livro do Centenário*, de 1895.[41]

Na tabela 2.1, o "tempo de estudo" é o tempo dispensado em sala de aula com o professor. Já o "tempo de trabalho" é o tempo dispensado com os repetidores e interrogadores. Também inclui no referido "tempo de trabalho" o tempo de estudo individual do aluno (chamado de "estudo livre", em linguagem moderna seria o tempo reservado ao que chamamos de *dever de casa*).

Observe que a carga horária total de trabalho por dia útil é de 1 hora e 45 minutos (ao se levantar) mais 6 horas (no turno da manhã) e por fim 3 horas (no turno da noite) totalizando 10 horas e 45 min de trabalho por dia. Acrescentando a carga horária de trabalho dominical, que é de 3 horas (no turno da manhã), temos uma carga horária total de trabalho por semana de 67 horas e meia.

Para melhor aproveitar o tempo de "estudo livre", alguns livros ficavam disponíveis na sala de estudos dos alunos. O *Livro do Centenário* alista os volumes que ficavam na referida sala no ano escolar de 1812:

- *Mecânica* de De Prony e Francoeur,
- *Curso de análise* de Garnier,

[41] [ÉCOLE POLYTECHNIQUE 1895, pp. 41-42].

- *Curso de análise aplicada à geometria* de Monge,
- *Curso de fortificação* de Gay de Vernon,
- *Lições de Arquitetura* de Durand,
- *Tratado de cálculo diferencial e integral* de Lacroix,
- *Tratado de geometria descritiva* de Monge,
- *Filosofia química* de Fourcroy,
- *Tratado de física* de Haüy,
- *Tratado de geodésia* de Puissant,
- *Química* de Thénard,
- *Exposição do sistema de mundo* de Laplace,
- *Ótica* de Lacaille e
- *Mineralogia* de Brochant.

<table>
<tr><th></th><th>De segunda a sábado</th><th>Domingo</th></tr>
<tr><td>5h</td><td>Hora de se levantar</td><td rowspan="9">Os alunos podiam sair da escola para passear, visitar a família, etc, a partir das 11h, desde que, antes, tivessem cumprido no mínimo 3h de estudo livre.

Eles deveriam voltar pra escola no domingo mesmo, antes da hora de se deitar.

O horário da volta era fixado pelo diretor, e variava com a estação do ano ou com as circunstâncias políticas.</td></tr>
<tr><td>5h45 às 7h30</td><td>Estudo livre</td></tr>
<tr><td>7h30 às 8h</td><td>Primeira refeição diária</td></tr>
<tr><td>8h às 14h</td><td>Trabalhos: lições (isto é, aulas com os professores em sala de aula), estudo livre (isto é, “dever de casa”), desenho, manipulações (isto é, “química ou física experimental”) ou interrogações (isto é, provas e exames)</td></tr>
<tr><td>14h às 14h30</td><td>Segunda refeição diária</td></tr>
<tr><td>14h30 às 17h</td><td>Recreação, atividades físicas, exercícios militares</td></tr>
<tr><td>17h às 20h</td><td>Trabalhos: lições de gramática e belas letras, estudo livre, interrogações ou desenho</td></tr>
<tr><td>20h</td><td>Última refeição diária</td></tr>
<tr><td>21h30</td><td>Hora de se deitar</td></tr>
</table>

Tabela 2.1: Rotina escolar semanal da Escola Politécnica em 1812.

2.2.2 A Escola Politécnica entre 1814 e 1817: crise política e reorganização administrativa e pedagógica.

Entre 1814 e 1816 a EP passou por uma forte crise, que é reflexo de mais uma brusca mudança no governo francês, dentre as várias ocorridas nos anos após a Revolução de 1789. A seguir veremos alguns aspectos dessa crise institucional na Escola Politécnica e a subsequente reorganização que passou a vigorar a partir de 1817. Lembramos da importância dessas informações no contexto deste trabalho, visto que é exatamente no ano de 1817 que Étienne Bobillier se torna aluno da dessa *grande escola* parisiense.

A crise da Escola Politécnica entre 1814 e 1816.

Após o fim do Governo dos Cem Dias e a queda definitiva de Napoleão em 1814, segue-se um regime de governo que entra para a história da França com o nome de *Restauração*. Como o próprio nome indica, trata-se do período em que a monarquia é re-instaurada, tendo à frente o rei Louis XVIII, um dos herdeiros da família Bourbon, regentes da França no *Antigo Regime*.

A EP, como parte do projeto revolucionário e republicano vigente até então, enfrenta uma crise política em que se conjecturava a sua continuação ou o seu fechamento. Fechar a EP após duas décadas de funcionamento bem sucedido seria uma temeridade. Segundo Ambroise Fourcy, autor do clássico *História da Escola Politécnica*, publicado em Paris em 1828, havia algumas tarefas que o estado confiava *exclusivamente* aos alunos da EP, tais como, a construção de navios e fortalezas, construção de máquinas e equipamentos de guerra, construção de arsenais terrestres ou marítimos, investigação e extração de riquezas minerais na França, confecção de mapas hidrográficos e topográficos, abertura de canais, pontes e estradas, etc.[42]

O novo rei, Louis XVIII, não achou prudente fechar uma escola que formava engenheiros e militares, ainda mais porque à essa altura já era uma escola prestigiosa e indispensável. Entretanto, para continuar funcionando, a EP deveria passar por uma grande reorganização da sua estrutura: no concurso de entrada, no corpo docente e administrativo e nos programas de ensino. Assim, o regime da Restauração ordena aos ministros da guerra e do interior que conduzam um estudo visando esta grande reorganização da escola.

Nesse meio tempo, algumas medidas emergenciais foram ordenadas. Para começar, algumas pessoas da primeira fase de escola, por estarem estreitamente vinculadas aos

[42] [FOURCY 1828, p. iv].

movimentos revolucionários e/ou ao antigo governo napoleônico, deveriam ser afastadas ou substituídas. Assim, o governo aproveita que Gaspard Monge está afastado por licença médica (para se tratar de uma apoplexia) e ordena sua aposentadoria. François Arago (1786-1853), um ex-aluno da EP da turma X1803, se torna professor de geometria descritiva em seu lugar. No posto de examinador permanente da EP, sai Sylvester François Lacroix (1765-1843) e entra Siméon Denis Poisson (1781-1840). Hachette, que lecionava geometria descritiva durante a licença de Monge, também foi dispensado. Se no caso de Monge é garantido uma aposentadoria, no caso de Hachette, ele foi demitido sem direito a explicações ou indenizações.

O clima de instabilidade política na EP é um reflexo do clima geral na França. O Conselho de Aperfeiçoamento passou um ano inteiro sem ser convocado desde 1814 e a EP estava com dívidas a saldar. O Conselho de Aperfeiçoamento volta a se reunir e produz um relatório para convencer o rei Louis XVIII da importância de se investir outra vez na escola.

Um incidente interno na Escola, aparentemente banal, ocorrido em 15 de março de 1816, agrava ainda mais a crise. Houve um movimento de insubordinação em massa dos calouros da turma X1815. O anedotário da EP sugere que o pretexto para a insubordinação foi algum mal entendido entre os alunos e Louis Lefébure de Fourcy (1787-1869), examinador de física e geometria descritiva, que era famoso por ser desagradável para com os alunos nos momentos de exame. Entretanto, o motivo real não explicitado é que os alunos eram majoritariamente bonapartistas e antipatizantes do regime da Restauração.

Nos dias 12 e 13 de abril de 1816, o rei Louis XVIII ordenou a punição dos insubordinados do mês anterior. Alguns alunos do segundo ano (turma de X1814) apoiaram seus camaradas e engrossaram a quantidade de insubordinados. O diretor da escola não pôde contê-los. Muitos dos alunos insubordinados foram suspensos.

A consequência de todo esse movimento foi a suspensão total das atividades da Escola Politécnica. O rei volta atrás apenas uns poucos meses depois e decide reabrir a EP, desde que a reorganização estrutural prevista fosse definitivamente implantada. No total, a EP permaneceu fechada por quase um ano: de abril de 1816 a janeiro de 1817.

A reorganização da EP em 1816 e 1817.

A comissão de reorganização da Escola Politécnica foi presidida pelo reputado cientista Pierre Simon de Laplace (1749-1827), cujo posicionamento político, naquele momento, era compatível com o regime de governo em vigor. A reabertura da EP aconteceu efetivamente em janeiro de 1817.

Para começar, a entrada de "calouros" para a turma X1816 foi pequena, com 77 alunos admitidos entre apenas 124 candidatos. Isso é bem menos do que a média de entrada dos anos anteriores. Bruno Belhoste informa que no intervalo de 1794 a 1799, a média de entrada de alunos era de 162, enquanto que no intervalo de 1800 a 1813, o número médio de alunos admitidos era 146. Já no intervalo de 1814 a 1829, essa média cai para 95.[43]

Na reabertura, alguns alunos da turma X1814 foram "perdoados pelo rei" da suspensão e puderam ser encaminhados finalmente para as escolas de aplicação. Segundo o historiador Jean Dhombres, o jovem Gabriel Lamé (1795-1870), que no futuro se tornaria um renomado matemático, mas na época era apenas um estudante da turma X1814, tomou parte na insubordinação como um dos líderes do movimento. No período em que esteve suspenso da escola, Lamé chegou a considerar a hipótese de vir a se exilar no Brasil.[44] Mas ele mudou de idéia quando foi um dos "perdoados" de 1817. Nesse mesmo ano ele entrou para a Escola de Minas e escreveu um importante livro na história da notação abreviada em geometria analítica na primeira metade do século dezenove.[45]

Dentre as modificações de fundo administrativo, a EP deixou de ser vinculada ao Ministério da Guerra e passou a ser vinculada exclusivamente ao Ministério do Interior. Embora não fosse mais militar, mas civil, o diretor escolhido pelos funcionários e endossado pelo ministro do interior, para a gestão de 1816 em diante foi o general François Louis Bouchu.

Sobre as disciplinas, o curso de *artes militares* foi suprimido. No preenchimento dessa lacuna, criou-se cursos novos fomentados por Arago: *máquinas*, *geodésia* e *topografia*. O professor que lecionasse *análise aplicada à geometria de três dimensões* na 1ª divisão, também ficaria encarregado de lecionar a parte teórica de *geodésia* e de *aritmética social*. Os cursos de *análise* e *mecânica* passariam a ser feitos por um

[43] [BELHOSTE 2002, p. 41].

[44] [DHOMBRES 1987, p. 102].

[45] Trata-se do livro *Exame dos diferentes métodos empregados para resolver os problemas de geometria* [LAMÉ 1818]. Alguns trechos desse livro são estudados na seção 6.2.1 desta tese, no contexto da notação abreviada.

mesmo professor em cada divisão. Aos cursos de *gramática* e *belas-letras*, acrescentou-se aulas de *história* e de *moral*.[46]

Foram contratados novos docentes para serem distribuídos nas três funções (professor, repetidor ou examinador), já que foi desautorizado o acúmulo de funções (como havia casos, outrora, de docente que era simultaneamente repetidor de uma disciplina e examinador de outra).

Dentre os novos professores contratados, destaca-se Augustin Louis Cauchy (1789-1857), que embora fosse matemático talentoso, foi alçado à posição de professor de análise da EP e de membro da Academia de Ciências (substituíndo o assento que foi de Monge), sobretudo por ser um tenaz monarquista e fervoroso católico. Outro docente deste novo período foi André Marie Ampère (1775-1836), que teve um reenquadramento profissional, passando de repetidor para professor. Cauchy e Ampère alternavam entre si o ensino de dois dos três cursos mais robustos do currículo: *análise* e *mecânica*. Assim, Cauchy pegou *análise* e *mecânica* na 2ª divisão de X1816 (que começou, de fato, em janeiro de 1817) e seguiu com a turma X1816 na 1ª divisão em 1817 (já regularizado o calendário, de novembro de 1817 a outubro de 1818). Ampère, por seu turno, pegou *análise* e *mecânica* na 2ª divisão de X1817 e foi professor de Bobillier. Essa distribuição dos cursos entre Cauchy e Ampère perdurou por pouco mais de dez anos.[47]

O historiador Jean Dhombres observa que Ampère preferia se ocupar das suas pesquisas em física e da formalização matemática das teorias eletromagnéticas. Assim sendo, "ele se sentia pouco atraído pelo que os seus cursos exigiam de inovações". Cauchy, pelo contrário, "em plena atividade matemática, é desejoso de construir uma nova arquitetura da análise, que ele começou em 1821 com a publicação do seu curso de análise algébrica".[48] Assim, os cursos de Cauchy são mais amplos e diversos. Se por um lado ele não cumpria completamente os programas regulamentados pelos Conselhos da EP, por outro, ele se aprofundava bastante em diversos tópicos.[49]

[46] [FOURCY, pp. 340-341].

[47] Para um estudo detalhado dos cursos de Cauchy ministrados na Escola Politécnica a partir de 1815, consulte o capítulo VI do livro *Conflicts between Generalization, Rigor, and Intuition: Number Concepts Underlying the Development of Analysis in 17-19th Century France and Germany* do historiador Gert Schubring [SCHUBRING 2005, pp. 427-480]. Em particular, ali há alguns comentários sobre estratégias combinadas entre Cauchy e Ampère, em seus cursos imediatamente após a reorganização de 1816 (no anos letivos de 1816/1817 e 1817/1818 respectivamente), para cumprir as novas demandas institucionais no programa de ensino de análise [SCHUBRING 2005, pp. 457-461].

[48] Uma tradução brasileira do livro *Cours d'Analyse* de Cauchy, encontra-se no prelo e deve ser lançada em 2016 pela SBM (Sociedade Brasileira de Matemática). Esta edição, fruto de um trabalho coletivo, é organizada pelos pesquisadores Gert Schubring e Tatiana Roque.

[49] [DHOMBRES 1987 b, p. 105].

General Bouchu, diretor geral da EP na gestão 1816 a 1822.

O militar François Louis Bouchu (1771-1839) teve uma longa carreira entre 1791 até sua aposentadoria em 1839. Ao longo do seu tempo de serviço, comandou vários batalhões em diversas regiões diferentes da França, bem como várias empreitadas internacionais do exército francês. Isso pode ser considerado como característico na história dos grandes militares da época, já que esse é um período tumultuado na história política da França, como também um período de muitas guerras externas e internas. Entre suas empreitadas, participou da famosa expedição de Napoleão Bonaparte ao Egito. Alcançou os postos mais altos da hierarquia militar (general e comandante) durante o Governo dos Cem Dias de Napoleão, de quem, aliás, ele era aliado.

Quando da reorganização da EP em 1816, seu nome foi indicado ao rei Louis XVIII, pelo Conselho de Aperfeiçoamento, para assumir a direção da Escola. Apesar de ser bonapartista, Bouchu não foi "incomodado" pelo regime da Restauração, e até recebeu o título de Barão em 1816. A gestão do general Bouchu à frente da EP foi de 1816 a 1822, após o que voltou a exercer o comando de tropas militares nas guerras que a França ainda empreendia com alguns países estrangeiros.

Programas de ensino para cinco disciplinas (proposto ao conselho de instrução em dezembro de 1816 e adotado a partir do ano escolar 1816/1817).

No processo de reorganização da EP em 1816, o Conselho de Aperfeiçoamento propôs ao Conselho de Instrução uma reforma nas disciplinas mais marcadamente científicas. O documento intitulado *Projetos de programas de ensino científico. Propostos ao Conselho de Instrução em dezembro e adotados para o ano escolar de 1816/1817.* é um manuscrito de 19 páginas detalhando o conteúdo programático de cinco disciplinas oferecidas tanto na 1ª quanto na 2ª divisão.[50] O documento alista detalhadamente os conteúdos das disciplinas, entretanto não há ali nenhuma consideração de natureza pedagógica sobre o que se pretendia lecionar. Os conteúdos das disciplinas apreciadas no referido projeto são os seguintes:

• Programa do curso de *Análise* para o primeiro ano (3 páginas): análise algébrica, cálculo diferencial e integral, aplicações do cálculo diferencial e integral à geometria.

• Programa do curso de *Física* para o segundo ano (5 páginas): propriedades da matéria, calórico, elasticidade, fluídos, magnetismo.

[50] Este documento está preservado nos Arquivos da Escola Politécnica.

• Programa de *Aplicações da análise à geometria de três dimensões*, para os alunos da 2ª divisão (3 páginas): equações de linhas retas consideradas no espaço, equações do plano, transformação de coordenadas, superfícies de segundo grau.[51]

• Programa para o curso de *Mecânica*, para a 2ª divisão (4 páginas): prática analítica, estática, força, equilíbrio, inércia, dinâmica, movimentos.

• Programa do curso de *Química* (3 páginas): noções preliminares, calórico, nomenclatura, diluições, fenômenos químicos, aplicações práticas.

O delicado caso da disciplina "geometria descritiva".

A disciplina *geometria descritiva*, por sua vez, era um caso bem mais difícil de resolver sob o governo da Restauração. Certamente menos por razões pedagógicas do que por questões políticas, já que esta disciplina estava ainda fortemente associada à imagem de Monge, reconhecido republicano e notável bonapartista (e, portanto, adversário político do Rei Louis XVIII).

Na data de 12 de dezembro de 1816 o Conselho de Aperfeiçoamento da EP assina um documento intitulado *Algumas reflexões sobre a geometria descritiva e sobre os professores desta parte*.[52] Observamos que, por enquanto que cinco outras disciplinas são tratadas sem maiores diplomacias no documento anterior, este caso requer um relatório mais cuidadoso por parte do Conselho. O sumo do documento consiste em recomendar a manutenção da disciplina no currículo da EP e indicar os nomes de alguns candidatos a professores que poderiam ser contratados para assumir suas lições.

Na primeira página o Conselho reconhece a importância da disciplina pela combinação da simplicidade dos seus princípios teóricos e da suas aplicações às artes práticas de desenho de peças, equipamentos e outros objetos de interesse civil ou militar: "a projeção de linhas constitui toda a geometria descritiva, mas suas aplicações são imensas. Esta ciência é indispensável a todos os serviços [isto é, as especializações das escolas de aplicação] aos quais são destinados os alunos da EP." O Conselho julga que "é essencial que esta ciência não degenere na nova Escola", e reconhece que "a escolha de um professor de geometria descritiva é da mais alta importância para a prosperidade da escola, mas isso é extremamente difícil de fazer".[53]

[51] No apêndice D há uma imagem da primeira das três páginas do programa de *aplicações de análise à geometria de três dimensões*. Ali também é oferecido a transcrição completa e a tradução do programa desta disciplina.

[52] Este manuscrito de quatro páginas está depositado nos Arquivos da Escola Politécnica.

[53] Todas as frases entre aspas neste parágrafo são traduções literais do documento manuscrito. Chamo a atenção do leitor para o adjetivo "nova" imputado à Escola, tão significativo nesse contexto

Porque essa escolha é difícil? O Conselho dá os motivos técnicos, digamos assim, mas também diz os motivos subjetivos (implícitos) na conjuntura política de então. Para começar, "é necessário que [o professor] seja de uma imaginação ativa, de uma força magna [tanto] em *teoria* quanto em *prática*." Mas além da "base sólida", o professor também tem que ser admirado pelos alunos tanto pelas suas "instruções" (isto é, suas aulas), quanto pela sua "moral" (isto é, sua conduta). Donde o documento prossegue: "eu pronunciei a palavra *moral*, e eu ajunto aqui a pureza de princípios, seja *religioso*, seja *político*, que nos vincula aos nossos deveres, ao nosso rei legítimo, que nos dão a força e a segurança tão necessárias nos eventos incertos da vida."[54]

No trecho seguinte, o documento prossegue registrando um elogio aos serviços de Hachette no ensino de geometria descritiva teórica ou prática. Também o elogia como tendo sido um bom substituto de Monge e como líder do jornal da EP.[55]

Na última página-e-meia do documento, o Conselho apresenta o nome de três candidatos a preencher a vaga de professor da disciplina: "entre os alunos saídos da Escola [Politécnica] pode-se citar três que se apresentam." O primeiro deles é Gaspar Gustave Coriolis (1792-1843), o segundo é Louis Lefébure de Fourcy e o terceiro é Charles Félix Augustin Leroy (1786-1854). Para cada candidato, o documento esboça um breve currículo dos seus feitos após a saída da EP. O documento tem a assinatura do relator, Gillet de Laumont, membro da Academia Real de Ciências e decano dos inspetores gerais no corpo real de minas.

A escolha final recaiu sobre Leroy. Quase oitenta anos depois desses episódios, em 1894, no *Livro do Centenário*, o Diretor de Estudos da EP, Ernest Jules Pierre Mercadier (1836-1911) relata que, "não se sabe bem porque", mas o escolhido para lecionar geometria descritiva foi Leroy, que exerceu "por trinta e dois anos essa função fazendo com método e clareza um curso modesto, um pouco terra-a-terra."[56] O historiador Jean Dhombres é um pouco mais duro, ao registrar que o curso de Leroy "carece de espírito de inovação".[57]

Cabe registrar que em suas três décadas de docência, Leroy publicou dois livros textos. Um de *Análise aplicada à geometria de três dimensões* (em 1829) e um *Tratado de geometria descritiva* (inicialmente em 1834, revisado e aumentado em

---

de reorganização.

[54] Todas as frases ou palavras entre aspas neste parágrafo são traduções literais do documento manuscrito. As palavras destacadas em itálico nesta transcrição traduzida aparecem destacadas (sublinhadas) no documento original.

[55] Apesar dessa concessão, vimos nas seções anteriores que Hachette foi efetivamente demitido da EP sem direito a recondução ou indenização.

[56] [MERCADIER 1894, pp. 52-53].

[57] [DHOMBRES 1987 b, p. 177].

1842). Também é bom registrar que os outros dois ex-alunos indicados mas preteridos para a vaga de geometria descritiva, foram aproveitados em outras funções docentes, como será visto na lista mais adiante.

2.3 A passagem de Étienne Bobillier pela Escola Politécnica (1817-1818).

Uma informação relevante a ser fornecida logo de imediato é que Bobillier foi aluno da EP exatamente e por apenas um ano letivo (de outubro de 1817 a outubro de 1818). E, portanto, ele não foi encaminhado para nenhuma das escolas de aplicação subsequentes à EP para continuar sua formação. A bem da verdade, ele nem sequer concluiu a formação básica da EP. Ainda assim, em diversos documentos posteriores, ele é apresentado (ou apresenta a si mesmo) com o título de *ex-aluno da Escola Politécnica*, o que sempre conferia algum reconhecimento e credibilidade a quem assim se apresentava.

Nas próximas seções, eu comento alguns aspectos do ano escolar 1817/1818 de Bobillier na Escola Politécnica. Em particular, destaco ainda a passagem de outros dois alunos pela EP. Um deles é Marie André, o irmão mais velho de Étienne. O outro é um rapaz chamado Gabriel Gascheau, cuja trajetória profissional se entrecruza com a trajetória de Bobillier, como se verá adiante.

2.3.1 Bobillier, calouro da promoção X1817 (outubro de 1817).

Exame de entrada e matrícula de Bobillier na Escola Politécnica.

O exame de admissão de Bobillier à Escola Politécnica de Paris foi feito em Besançon, pelo professor Charles Louis Dinet (1775-1856).

Dinet foi aluno da primeira turma da EP, de 1794. Pouco tempo depois, já estava contratado para trabalhar na reputada instituição. Ali ele exerceu a função de repetidor de análise de 1798 a 1804 e examinador de entrada de 1816 até aposentar-se. Paralelamente a isso, Dinet também foi professor de astronomia na Faculdade de Ciências de Paris.[58] Esse foi o professor entrou para o anedotário da história da matemática como o examinador de entrada *vilão* que reprovou o adolescente Évariste Galois no concurso de entrada para EP de 1828.[59]

[58] [DHOMBRES 1987 b, p. 160].

[59] Os detalhes desse famoso exame, tanto as perguntas *ingênuas* de Dinet, quanto as respostas

O matemático e acadêmico Joseph Bertrand (1822-1900), num texto de 1899, relata como era um exame típico que Dinet fazia dos candidatos. As perguntas que o examinador colocava costumavam ser aparentemente fáceis, versando sobre alguma matemática *ingênua*. Daí, Dinet "contava com sua longa experiência e a sensibilidade de seu espírito para julgar" não só o acerto do conceito matemático, mas, sobretudo, para analisar os modos (ou os métodos) como os candidatos tratavam o assunto. Ainda segundo o relato de Bertrand, os candidatos saiam contentes do exame, certos de terem sido bem sucedidos em suas respostas, mas as decepções subsequentes eram grandes. "Um professor de matemática", essa era a máxima de Dinet, "deve ensinar antes de tudo a arte de argumentar; a maneira de demonstrar é mais importante do que o que se demonstra".[60]

O autor do discurso obituário de Bobillier também pontua que Dinet é um examinador "cuja severidade é bem conhecida", mas acrescenta que as repostas de Bobillier "surpreendem ao seu interrogador" que o coloca em primeiro lugar de sua lista.[61]

Em outubro de 1817, quando Bobillier chega a Paris aos 19 anos, ele está classificado em quarto lugar na lista geral de entrada da turma X1817. Seguindo a tendência de pequena quantidade de alunos admitidos a partir da crise de 1816, a turma de Étienne Bobillier foi a que teve o menor número de entrada de alunos no século dezenove.[62] Apenas 70 foram admitidos para a promoção de X1817, o que é devidamente compreensível considerando a recente reorganização da EP, que deve ter implicado numa dificuldade de bem conduzir um amplo concurso de entrada.

A ficha de matrícula de Bobillier é um documento depositado nos arquivos da Biblioteca da Escola Politécnica. Trata-se de um documento rico de informações sobre a passagem de Étienne Bobillier pela reputada Escola.[63] Ali encontramos, por exemplo, uma descrição física do jovem recém chegado de Lons-le-Saunier. Bobillier era um rapaz alto, com um metro e 78 centímetros de altura. Seus cabelos, olhos e sobrancelhas eram castanhos. Como características singulares, ele tinha o nariz grande e o rosto marcado de pequena varíolas. No mesmo documento também encontramos informações da evolução escolar de Bobillier na EP, bem como o registro

malcriadas de Galois, são narradas de modo pitoresco (e mitológico) por Bertrand em [BERTRAND 1899, p. 391-392].

[60] [BERTRAND 1899, p. 391-392]

[61] [SÉANCE PUBLIQUE da la MARNE 1840 b, p. 119].

[62] [BELHOSTE 2002, p. 41].

[63] Uma imagem, bem como a transcrição e a tradução deste documento encontra-se na figura D.3, no apêndice D.

de sua retirada da escola.[64]

O "insubordinado" Gabriel Gascheau (X1816).

No dia da chegada de Bobillier à EP, houve um tumulto promovido por alguns alunos da turma X1816 (lembramos que a turma X1816 começou as atividades apenas em janeiro de 1817). Deve ter sido algo como um *trote* ou coisa parecida. Não chegou a ser grave como a insubordinação do ano anterior, a que suspendeu as atividades da Escola, mas ainda assim foi suficiente para demissionar alguns dos alunos. Um dos "insubordinados" dessa ocasião foi um rapaz vindo da província de Tours (no departamento de Indre-et-Loire), chamado Gabriel Gascheau.

A trajetória profissional de Gascheau tem um início muito parecido com a trajetória de Bobillier. Para começar ele também passou apenas um ano na EP, o período escolar 1816/1817. Mas enquanto que Bobillier pediu para sair da EP, Gascheau foi exonerado pela indisciplina narrada no episódio acima. O outro ponto parecido é que Gascheau trabalhou como professor de matemáticas na mesma escola que Bobillier, a Escola de Artes e Ofícios de Châlons-sur-Marne, e no mesmo período, de 1818 a 1828. Gascheau é apenas um ou dois meses mais velho que Bobillier,[65] porém, foi bem mais longevo, pois morreu aos 85 anos em 1883.

O pai de Gabriel Gascheau chamava-se Gabriel Louis Gascheau e era controlador de seguros. Gabriel tinha um irmão mais novo, Jules Gascheau, que mais tarde também será professor de matemáticas na Escola de Artes e Ofícios de Châlons-sur-Marne (mas sem passagem prévia pela Escola Politécnica).[66] O jovem Gabriel Gascheau foi examinado em Poitiers, no concurso de 1816 para admissão na Escola Politécnica, ingressando na escola em 17ª posição em 10 de janeiro de 1817. Apesar de ter sido aprovado para a 1ª divisão, ele permaneceu na EP apenas até dezembro de 1817. A demissão de Gascheau está registrada na sua ficha de matrícula nos seguintes termos: "Excluído da Escola Politécnica por decisão de Sua Excelência o Ministro do Interior, em 14 de dezembro de 1817, [decisão] tomada a partir do relatório do Conselho de Inspeção, por ter tomado parte nas desordens que tiveram lugar quando

[64] O que veremos mais adiante, na seção 2.3.3.

[65] Dois manuscritos da mesma época informam datas de nascimento diferentes para Gascheau. Na sua ficha de matrícula na EP informa-se que ele nasceu em 23 pluviose do ano 6 (isto é, 11 de fevereiro de 1798), entretanto no livro de empregados da Escola de Artes e Ofícios de Châlons, a data de nascimento registrada é de 11 de março de 1798. Os dois manuscritos mencionados estão depositados no *fundo antigo* das bibliotecas da EP e da ENSAM. Quanto a Bobillier, é bom lembrar, nasceu em 17 de abril do mesmo ano.

[66] Mais informações sobre Jules Gascheau e sua ligação de amizade com Bobillier aparecem nas seções 3.2.2 e 9.2.1 desta tese.

da chegada dos novos alunos. Sr Gascheau deixou a Escola no mesmo dia, 14 de dezembro de 1817". Gascheau não passou muito tempo desocupado: em 09 de março de 1818 ele assumiu o posto de segundo professor na Escola de Artes e Ofícios de Châlons-sur-Marne.[67]

O irmão mais velho Marie André Bobillier (X1813).

Quando Étienne Bobillier chegou na Escola Politécnica, seu irmão Marie André já não estava mais por lá. Lembramos que Marie André fez o concurso quatro anos antes Étienne, também em Besançon. Ele foi admitido na 99ª posição em 08 de novembro de 1813. Diferente de seu irmão, Marie André tinha cabelo castanho loiro e olhos azuis. Também era um pouco mais baixo que Étienne, com um metro e 66 centímetros de altura. Marie André ficou por dois anos na EP até ser declarado admissível para os serviços públicos em 1815. A saída de Marie André da EP ocorreu antes da suspensão coletiva de 1816. A escola de aplicação que ele escolheu (ou que lhe foi possível escolher) foi uma de serviço militar, especificamente Artilharia.

Após isso, Marie André Bobillier seguiu carreira militar, tendo servido ao exército francês na Espanha, na Argélia e em outros em países da África. Em 13 de novembro de 1832 foi nomeado Cavaleiro da Ordem da Legião de Honra. À época morava em Auxonne (uma província no departamento de Cotê-d'Or, fronteiriça com o departamento do Jura). Morreu em 26 de abril de 1838, dois anos antes do seu irmão mais novo. Até onde pude apurar, não deixou filhos. E como Étienne Bobillier também não deixou filhos, a família de Ignace e Marie Rollet não deixou descendentes diretos.[68]

2.3.2 Disciplinas e docentes no ano escolar 1817/1818.

O currículo da Escola Politécnica em 1817.

As tabelas 2.2 e 2.3 mostram a distribuição de disciplinas por carga horária após a reorganização de 1816. Essas tabelas são adaptadas de uma tabela semelhante que está apresentada por Fourcy na sua *História da Escola Politécnica* de 1828.[69]

[67] Outras informações sobre a vida e a carreira de Gabriel Gascheau são fornecidas nas seções 3.2.1 e 3.2.4.

[68] As informações sobre a passagem de Marie André Bobillier pela EP podem ser conferidas na sua ficha de matrícula. As demais informações são consultáveis nos arquivos do banco de dados *on-line* "Leonore" (da Legião de Honra).

[69] [FOURCY, pp. 376-379].

	DISCIPLINA	**Número de lições**	**Tempos**
	Análise	55	22
2ª divisão	Mecânica	38	15
	Geometria descritiva	70	20
isto é,	Análise aplicada à geometria	12	1
primeiro	Física	30	10
ano	Química geral e aplicada às artes	36	14
letivo	Gramática e Belas letras	34	8
	Desenho topográfico	...	4
	Desenho de figura e paisagem	70	6
	Total de lições na 2ª divisão	**345**	

Tabela 2.2: Carga horária das disciplinas na Escola Politécnica em 1817 (2ª divisão).

	DISCIPLINA	**Número de lições**	**Tempos**
	Análise	45	17
1ª divisão	Mecânica	55	20
	Geometria descritiva	10	2
isto é,	Análise aplicada à geometria	15	4
segundo	Máquinas	15	5
ano	Geodésia	16	8
letivo	Física	18	4
	Química experimental ou manipulatória e Química geral e aplicada às artes	36	12
	Arquitetura	38	7
	História e Belas Letras	34	9
	Desenho topográfico ou aquarela	...	6
	Desenhos de figuras e de paisagens	70	6
	Total de lições na 1ª divisão:	**352**	

Tabela 2.3: Carga horária das disciplinas na Escola Politécnica em 1817 (1ª divisão).

O "número de lições" que aparece na terceira coluna é a quantidade de aulas da referida disciplina, entendendo "aula" aqui no sentido tradicional, isto é, a quantidade de encontros entre alunos e professores ou repetidores em classe. Já os números na coluna "tempos" indicam os *centésimos* (em linguagem moderna: a taxa percentual) do tempo total de estudos ou de trabalho. Lembramos que "estudos" refere-se ao tempo em sala de aula com o professor e "trabalhos" inclue o tempo com os repetidores ou o tempo de estudo individual. Assim, o tempo dispensado nas "lições" já está computado nessa taxa percentual. Informamos ainda que o *desenho topográfico*, não tem o número de lições computado pois esse conteúdo é ensinado nas lições e no tempo de geometria descritiva.

Não é demais lembrar outra vez que tanto Étienne Bobillier quanto Gabriel Gascheau só estudaram na 2ª divisão da Escola Politécnica, e portanto, só foram afetados pelas disciplinas da tabela 2.2.

Uma lista de gestores e docentes da EP no período de 1816 a 1818.

Cotejando alguns documentos de diversas datas, além do minucioso estudo de Grattan-Guiness,[70] eu pude estabelecer, para o período considerado, os gestores e o corpo docente listado abaixo. As disciplinas (ou atividades) em negrito na lista abaixo são previstas no primeiro ano letivo do currículo. Assim sendo, os docentes que lhes correspondem (também destacados em negrito), são os possíveis professores de Bobillier.

- Aimé Martin. Professor de história e de literatura.
- **Ampère**. Professor de **análise**, **análise aplicada à geometria** e **mecânica**.
- Arago. Professor de aritmética social, geodésia, máquinas e **topografia**.[71]
- Binet. Diretor de estudos.
- Bouchu. Governador (isto é, diretor geral).
- Cauchy. Professor de **análise**, **análise aplicada à geometria** e **mecânica**.[72]
- **Coriolis**. Repetidor de **análise** e **mecânica**.[73]
- **Dinet**. Examinador de **admissão**.
- **De Prony**. Examinador de **análise** e **mecânica**.
- Duhays. Administrador e professor de fortificação.

[70] [GRATTAN-GUINESS 1990].

[71] A disciplina de topografia está destacada, mas o docente não. Como foi informado acima, as lições de topografia são contadas junto com as lições de geometria descritiva, que no ano escolar 1817/1818 já estavam sob responsabilidade de Leroy, e não mais de Arago.

[72] As disciplinas estão destacadas, mas o docente não. Como já foi dito anteriormente, as três disciplinas ministradas por Cauchy são previstas para as duas divisões e eram compartilhadas com Ampère num sistema de rodízio anual. Na turma X1817 de Bobillier, isto é, na 2ª divisão do ano escolar 1817/1818, a vez do rodízio estava com Ampère.

[73] Chamo a atenção para o fato de Coriolis, um dos preteridos para a vaga de professor de geometria descritiva, ser aproveitado como repetidor de análise e mecânica.

- **Dulong**. Examinador de **física** e **química**.
- Durand. Professor de arquitetura e trabalhos civis.
- **Gay Lussac**. Professor de **química**.
- **Lefébure de Fourcy**. Examinador de **física** e **geometria descritiva**.[74]
- **Leroy**. Professor de **geometria descritiva**.
- Mathieu. Repetidor de geodésia e máquinas.
- **Petit**. Professor de **física**.
- Poinsot. Examinador de admissão.
- **Poisson**. Examinador de **análise** e **mecânica**.
- **Regnault**. Professor de **desenho**.
- Reynaud. Examinador de admissão.
- **Thénard**. Professor de **química**.

2.3.3 Étienne Bobillier, um “retirado” da Escola Politécnica (outubro de 1818).

O boletim escolar de Bobillier e a sua saída da EP.

Ao fim do primeiro ano letivo, em outubro de 1818, as notas e o rendimento de Bobillier foram registrados numa espécie de *boletim* (na verdade um livro de registro de graus por disciplina e avaliações de aplicação de conduta da Escola Politécnica).[75]

Numa avaliação global, Bobillier parece ter sido um bom aluno. Em seu boletim há um total de 44 avaliações ao longo do ano escolar. Em 29 delas, Bobillier fez nota maior do que 16.[76] A disciplina onde mais houveram avaliações foi geometria descritiva (24 avaliações), mas diversos tipos de desenho eram demandados nessa disciplina e não apenas desenhos geométricos *abstratos*: paisagens, quadros, sombras, perspectivas, mapas, figuras humanas, etc. Os melhores rendimentos de Bobillier foram em análise e análise aplicada à geometria (isto é, geometria analítica espacial):

[74] Chamo a atenção para o fato de Lefébure de Fourcy, um dos preteridos para a vaga de professor de geometria descritiva, ser aproveitado como examinador da própria geometria descritiva, além de física.

[75] Uma imagem deste livro de registros, bem como a transcrição e a tradução das notas da aluno Bobillier encontra-se na figura D.4, no apêndice D que complementa este capítulo.

[76] As notas escolares na Escola Politécnica (e mesmo no sistema escolar francês de hoje em dia) são imputadas numa escala de 0 a 20, diferente do sistema escolar brasileiro, cuja escala de notas vai de 0 a 10.

tirou nota máxima em quatro das dez avaliações e terminou os cursos com média 19. Por outro lado, as notas mais baixas de Bobillier foram em Química (média final 14) e Belas Letras (onde fez uma nota 2 numa das provas, a pior de todas as suas notas). No que diz respeito aos outros itens avaliados, Bobillier teve conduta "muito boa", aplicação "muito sustentável" e fez uso máximo do seu tempo de trabalho.

No ranking geral da turma X1817, Bobillier concluiu o primeiro ano letivo aprovado para a primeira divisão em 8º numa lista de 64 alunos.

Entretanto Bobillier não continuou na Escola Politécnica no ano escolar seguinte. Em setembro de 1818, uma vaga de primeiro professor de matemáticas na Escola de Artes e Ofícios de Châlons-sur-Marne encontrava-se à disposição. Pediu-se algum aluno da Escola Politécnica para ocupá-la. Bobillier, então com 20 anos, se ofereceu.

Lembramos que quando a vaga foi disponibilizada, Gabriel Gascheau, o "insubordinado" da turma X1816, já estava na Escola de Artes e Ofícios de Châlons a seis meses. Provavelmente foi dele a sugestão de mandar chamar algum aluno da EP para ocupar essa vaga. Quem sabe se não foi o próprio Gascheau quem sugeriu o nome de Bobillier para ser seu colega ou incentivou-o a que se oferecesse?

O fato é que, no dia 21 de outubro de 1818, Étienne Bobillier recebeu uma licença para ir ocupar a vaga de professor na Escola de Artes e Ofícios de Châlons. Ele não cancelou oficialmente sua matrícula em 1818. Ficando licenciado inicialmente no ano escolar de 1818/1819, Bobillier poderia voltar e cumprir as disciplinas da 1ª divisão no ano letivo 1819/1820, caso a experiência docente em Châlons-sur-Marne não desse certo. Não foi isso o que aconteceu, pois encerrado o primeiro ano de trabalho em Châlons, e não tendo retornado à Paris, sua demissão da EP foi oficialmente declarada em 30 de outubro de 1819 .

Sobre os alunos que não concluem o curso na EP e a prosopografia do Fourcy.

Nem todos os alunos da EP se tornavam engenheiros ou executores de "serviços práticos" após sua passagem pela Escola. Muitos ex-alunos tornavam-se matemáticos ou professores de matemática e esse é o caso, por exemplo, de Étienne Bobillier. Esse tipo de *desvio de função* já era observado desde os primeiros anos da EP, como se vê pelo depoimento do bibliotecário/historiador Ambroise Fourcy em seu livro de 1828:

> Uns, engendrados por uma vocação que os estudos variados da Escola determinaram, devotam-se com ardor, e frequentemente com glória, aos progressos das ciências mate-

> máticas; outros se dispõem ao ensino destas mesmas ciências, e propagam em diferentes escolas do reino os métodos sem cessar aperfeiçoados por professores escolhidos entre os sábios mais distinguidos.[77]

Na expectativa de compreender o destino dos ex-alunos da EP após sua passagem pela escola, Fourcy publicou como anexo à sua *História da Escola Politécnica* uma detalhada prosopografia. Ali ele apresenta todos os alunos da EP desde a inauguração até o ano anterior em que o livro foi escrito. Isso cobre pouco mais que as três primeiras décadas de funcionamento da escola. Essa prosopografia é dividida em duas listas. A primeira é a *Lista geral por promoção de entrada de alunos na Escola Politécnica* e a segunda é a *Lista geral por ordem alfabética de alunos na Escola Politécnica*. Essas listas ocupam um grande volume no livro de Fourcy: a *Lista por promoção* toma 85 páginas e a *Lista por ordem alfabética* ocupa 33 páginas.

Na primeira, os alunos são agrupados por ano de entrada. Em cada turma aparece, tanto quanto lhe foi possível coletar a informação, o nome completo do aluno, sua data de saída da EP, a escola de aplicação para onde ele foi encaminhado e a sua situação atual (em 1828). No caso daqueles que "saíram da EP sem tomar nenhum serviço" (ou seja, os que não foram encaminhados para nenhuma das escolas de aplicação), eles são nomeados com a curiosa alcunha de *retirados*.[78] Na segunda lista aparece o nome de família do aluno e o ano da promoção de entrada na EP. No caso de pessoas com o mesmo nome de família, aparecem também, para desambiguação, as iniciais do pré-nome.

Um retirado podia ser o aluno que cursou as disciplinas da 2ª e da 1ª divisão e depois não foi para nenhuma escola de aplicação. Ou, mais radicalmente, um retirado podia ser aquele que cursou apenas as disciplinas da 2ª divisão e nem mesmo foi para o ano escolar seguinte, caso de Bobilier e de Gascheau.

Na prosopografia de Fourcy, junto ao nome de Étienne Bobillier aparece o ano de 1819, o ano da sua dispensa oficial de EP. Além da sua condição de *retirado*, aparece corretamente a informação de que em 1828 ele era professor na Escola de Artes e Ofícios na cidade de Châlons. O mais interessante nessa lista é observar que casos de pessoas retiradas não são tão raros. Na turma X1817 de Bobillier, a lista de Fourcy aponta para 7 ex-alunos nessas condições, o que é um décimo da

[77] Les uns, entrainés par une vocation que les études variées de l'École ont déterminée, se dévouent avec ardeur, et souvent avec glorie, aux progrès des sciences mathématiques ; les autres se livrent à l'enseignement de ces mêmes sciences, et propagent dans les différentes écoles du royaume les méthodes sans cesse perfectionnées par des professeurs choisis entre les savans le plus distingués. [FOURCY 1828, p. iv-v].

[78] Pour ceux qui sont sortis de l'Ecole sans prendre aucun service, on a placé, après l'*année de sortie*, le mot *retiré*. [FOURCY 1828, p. 384].

quantidade de alunos que entraram. Desses sete, dois saíram já no fim do primeiro ano, Bobillier saiu oficialmente ao fim do segundo ano e quatro outros saíram ao fim da prorrogação do terceiro ano. Em 1828, Bobillier é o único a ocupar uma função docente. Outro deles ocupava a Casa Militar do Rei Charles X. Um terceiro estava vinculado ao gabinete particular do ministro do interior. Para quatro deles, o bibliotecário/historiador Fourcy não soube informar a ocupação.

Que influências a EP exerceu na carreira profissional e nas pesquisas matemáticas de Bobillier?

Aparentemente a EP não teve um papel tão decisivo assim na formação de Bobillier enquanto geômetra, nem mesmo enquanto especialista em geometria analítica.[79]

Jean Dhombres registra que "a 'nascente' da EP, isto é, as classes preparatórias ao concurso [de entrada], é frequentemente, com uma ponta de ironia, considerada mais importante na formação global de um politécnico do que os cursos e os costumes da Escola Politécnica ela mesma".[80] Embora não se tenha registro de que Étienne Bobillier tenha frequentado uma classe preparatória quando adolescente, sabe-se que seu irmão Marie André frequentou o Liceu de Besançon, e que ele lhe enviava os livros de *matemáticas especiais* que Étienne usou para fazer seus estudos preparatórios.

Pensando mais especificamente em geometrias, lembramos que o contexto da EP após a reorganização de 1816 é bem diferente do período anterior à Restauração, pois enfatiza bem mais a análise (na figura forte de Cauchy) do que a geometria (na ex-figura forte de Monge). E mesmo na disciplina de análise aplicada à geometria, cujo conteúdo é marcante na pesquisa de Bobillier, o curso de Ampère não parece ter sido significativo. Como já vimos antes, Dhombres observa que Ampère preferia se ocupar das suas pesquisas em física do que preparar cursos inovadores.

Assim, a passagem de Bobillier pela EP provavelmente contribuiu mais para lhe dar o estatuto social de "ex-aluno da Escola Politécnica", algo bom a se imprimir num currículo. Contribuiu também para uma formação geral sólida em matemáticas e em ciências, suficiente para que ele exercesse corretamente suas atividades de ensino nas Escolas de Artes e Ofícios. Provavelmente contribuiu também, por conta de rigidez disciplinar da EP e do seu caráter tecnocrata, para que Bobillier exercesse com eficiência as suas atividades de gestão escolar nas Escolas de Artes e Ofícios na década de 1830. Mas no que diz respeito às suas pesquisas matemáticas de ponta, a

[79] Esta hipótese me foi sugerida pelo historiador Gert Schubring, atualmente professor na Universidade Federal do Rio de Janeiro.

[80] [DHOMBRES 1987 a, p. 47].

formação de Bobillier não se deu na EP.

E onde se deu essa formação específica de Bobillier em geometrias e a sua atualização nos problemas que interessavam aos geômetras de sua geração? Uma hipótese plausível é que isso tenha acontecido por meio dos jornais especializados em matemáticas e que circulavam na província de Châlons-sur-Marne (particularmente, os *Annales de Gergonne*).[81] Sobre isso, pretendo voltar nos próximos capítulos desta tese.

[81] Esta hipótese me foi sugerida pelo historiador Philippe Nabonnand, vinculado aos Archives Henri Poincaré, em Nancy (França).

Capítulo 3

Primeira temporada em Châlons-sur-Marne (1818-1829).

Châlons-sur-Marne é uma cidade provincial francesa construída às margens do Rio Marne, no departamento que se chama também Marne. Eventualmente, já desde a época de Bobillier, a cidade é chamada simplesmente de Châlons.[1]

Este capítulo é dedicado à narração e ao estudo da primeira temporada em que Étienne Bobillier morou na cidade de Châlons-sur-Marne. Esse período da vida de Bobillier durou onze anos e ele ali esteve exatamente para trabalhar na Escola de Artes e Ofícios da cidade. Então este capítulo é também a oportunidade de apresentar as escolas de artes e ofícios francesas na primeira metade do século dezenove: um esboço da sua história, a descrição sucinta de sua organização administrativa e alguns aspectos da sua organização pedagógica.[2] A seguir concentraremos nossa atenção na Escola de Artes e Ofícios de Châlons na década de 1820: a chegada do jovem Bobillier na escola, as relações profissionais com os demais professores de matemáticas e as suas inquietações de trabalhar ali.[3] Um dos fatos relevantes na carreira de Bobillier nesse período é a publicação entre 1825 e 1827 da primeira edição do livro didático *Princípios de Álgebra*, o qual também será apresentado neste capítulo.[4] É ainda na sua primeira temporada em Châlons que ele desenvolveu e publicou quase toda a sua pesquisa científica original: 41 dos seus 46 artigos são publicados entre 1827 e 1829.[5]

---

[1] Nos meados do século vinte a cidade mudou o nome para Châlons-en-Champagne.

[2] Trata-se das seções 3.1.1 e 3.1.2

[3] Estas são as seções 3.2.1, 3.2.2 e 3.2.4

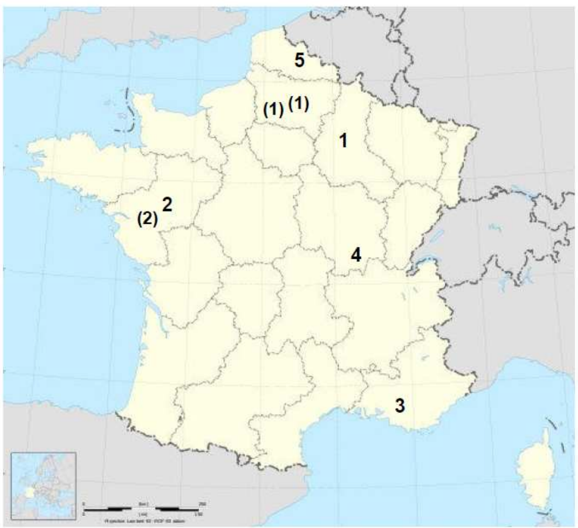
[4] A seção 3.2.3 é dedicada à apresentação e aos comentários sobre esse livro.

[5] As pesquisas matemáticas de Bobillier são estudadas nos capítulos seguintes. Um comentário sobre a ausência de pesquisas matemáticas originais fora do intervalo de 1826 a 1830 é feito na seção 7.2.3 deste trabalho.

3.1 Escolas de Artes e Ofícios na França no início do século 19.

No século dezenove existiram cinco EdA&M na França, todas públicas e todas localizadas na província. Durante esse período, as escola de artes e ofícios foram definidas oficialmente como escolas profissionalizantes de nível elementar (ou secundário), cujo objetivo principal era o de formar operários e técnicos especializados. Os adolescentes que ali estudavam, apelidados de *gadzarts*,[6] ao fim do curso tornavam-se contramestres, isto é, profissionais qualificados e preparados para dirigir outros operários em oficinas ou outros setores das fábrica e indústrias francesas.

Em 1806 uma EdA&M passou a funcionar na cidade de Châlons. A segunda EdA&M foi inaugurada em 1811 em Beaupréau e quatro anos depois transferida para Angers. Essas são as duas únicas escolas de artes e ofícios – Châlons e Angers – durante o tempo de vida de Bobillier; e em períodos distintos de sua vida ele trabalhou em ambas. Em Châlons de 1818 a 1829, em Angers de 1829 a 1832, e outra vez em Châlons de 1832 até o fim de sua vida. As três outras EdA&M estavam localizadas nas cidades de Aix-en-Provence (1843), Cluny (1891) e Lille (1900) e não serão objeto de estudos específicos nesta tese. A figura 3.1 oferece um mapa com a localização e a data de inauguração das EdA&M na França no século dezenove.



(1) Oise / Liancourt (1780)

(1) Compiègne(1800)
(continuação da escola
de Oise / Liancourt)

1 Châlons-sur-Marne (1806)
(continuação da escola
de Compiègne)

(2) Beaupréau (1811)

2 Angers (1815)
(continuação da escola
de Beaupréau)

3 Aix-en-Provence (1843)

4 Cluny (1891)

5 Lille (1900)

Figura 3.1: Escolas de Artes e Ofícios na França no século 19.

Apesar de serem escolas provinciais, sua adminstração central era nacional, isto

[6] Essa palavra é uma contração fonética da expressão informal francesa *gars des arts*, que poderia ser traduzida em português brasileiro como *o garoto das artes*.

é, diretamente ligadas ao governo do país (mais especificamente ligados ao ministério da indústria e do comércio e não ao da instrução pública, como se poderia a princípio esperar). A Escola de Artes e Ofícios de Châlons-sur-Marne onde Bobillier trabalhou é a mais antiga destas escolas que ainda existem, localizada no mesmo endereço e no mesmo prédio, tendo atualmente pouco mais de 200 anos de idade.

Apenas como informação introdutória complementar, as antigas *Escolas de Artes e Ofícios* francesas passaram a oferecer cursos superiores no início do século vinte, cerca de cem anos após a fundação da primeira dessas escolas, quando a rede passou a adotar o nome de *Escola Nacional Superior de Artes e Ofícios* (ENSAM – École Nationale Supérieure d'Arts et Métiers). Além disso, foi nessa época que uma escola desse tipo também foi instalada na capital.[7]

Semelhanças e diferenças entre as escolas de artes e ofícios e a Escola Politécnica.

Para comear, ambas as instituições foram criadas no fim do século dezoito. Sob o período napoleônico, ambas foram reorganizadas e mantinham um regime de funcionamento quase militar. As duas escolas formavam um certo tipo de elite. Se a Escola Politécnica formava para as altas funções públicas, as Escolas de Artes e Ofícios formavam os operários especializados para a indústria. Nenhuma das duas era vinculada ao ministério da instrução pública. Enquanto a EP era ligada ao ministério da guerra ou ao ministério do interior, as EdA&M eram administradas pelo ministério do comércio e da indústria.

Lembramos que a passagem pela EP conferia ao seu egresso muito mais um *status* social do que, de fato, a capacidade de executar um trabalho prático de engenharia. Em contraposição, o ensino na EdA&M preparava bem mais para os serviços práticos. Dito mais claramente, se por um lado, o currículo na EP era clássico e teórico, baseado fortemente em matemáticas e ciências naturais, por outro o currículo na EdA&M continha apenas um pouco de gramática, um pouco de matemática e um pouco de ciências naturais teóricas, pois o peso era bem maior nas aulas práticas em oficinas. Nas palavras do especialista em história da educação técnica francesa no século dezenove, o pesquisador canadense Charles Day, "a educação aristocrática dispensada à Escola Politécnica fazia a transição entre o Antigo Regime e a nova meritocracia, bandeira da burguesia. A formação dispensada às Artes e Ofícios produzia um novo tipo de técnico para a indústria, associando uma bagagem escolar à

[7] Hoje em dia as escolas superiores de artes e ofícios integram a uma rede intitulada *Arts et Métiers ParisTech*, englobando 11 escolas em território francês.

uma formação prática". Assim, embora os egressos das duas escolas fossem, de certa forma, *engenheiros*, eles tinham atuação posterior bem diferentes. Caricaturalmente, a situação pode ser resumida no seguinte ditado popular antigo (também mencionado por Charles Day): "O *politécnico* construiu uma ponte, ela afundou e ele não sabe explicar o porquê. O *gadzart* construiu uma ponte, ela se sustentou e ele não sabe explicar o porquê".[8]

As EdA&M provinciais e o Conservatório de Artes e Ofícios na capital.

É necessário frisar que as escolas de artes e ofícios não têm nenhuma ligação direta com o Conservatório Nacional de Artes e Ofícios de Paris. Enquanto que as EdA&M foram criadas para formar trabalhadores qualificados as indústrias mecânicas, o Conservatório Nacional de Artes e Ofícios, por sua vez, foi criado em 1794 como um laboratório e museu de técnicas industriais e que oferecia (eventualmente) cursos vespertinos em tecnologia industrial.[9]

3.1.1 Do Antigo Regime à Monarquia de Julho, um breve histórico das Escolas de Artes e Ofícios (1780-1848).

Uma primeira escola, ainda protótipo do que seria mais tarde uma *escola de artes e ofícios*, foi fundada pelo duque de La Rochefoucauld, "para ensinar aos filhos orfãos dos militares, trabalhos manuais acompanhado de estudos elementares."[10] Essa escola foi inaugurada em 1780 e funcionava na cidade de Oise, localizada próxima das propriedades do duque de La Rochefoucauld. Ali os meninos aprendiam, pela parte do ensino geral elementar, leitura, escrita, aritmética e exercícios militares. Pela parte técnica, ensinavam-se os ofícios de alfaiate, sapateiro, carpinteiro, marceneiro e serralheiro. Dez anos depois de inaugurada, a escola tinha cerca de 100 alunos matriculados, majoritariamente adolescentes filhos de soldados.

Após quase vinte anos de funcionamento (precisamente em 1799), a escola em Oise foi transferida para Compiègne, uma cidade próxima, ao leste da localidade anterior. A transferência foi custeada pelo estado (cujo regime vigente era o Consulado, liderado por Napoleão). Esta nova escola foi concebida para receber até 400 alunos, preferencialmente órfãos de soldados mortos ou filhos de ex-combatentes das campanhas napoleônicas. A princípio o programa de ensino contemplava a mesma

[8] [DAY 1991, pp. 16-19].
[9] [DAY 2001, p. 10].
[10] [EUVRARD 1895, p. 54].

formação elementar e os mesmos ofícios da primeira escola, acrescentado de lições de desenho.[11]

No Primeiro Império (na primeira década do século dezenove), Napoleão Bonaparte reorganizou a escola, dando-lhe oficialmente o nome de Escola de Artes e Ofícios. Em 25 de fevereiro de 1803, por meio de um decreto,[12] ele transforma a escola de Compiègne numa dessas escolas. A EdA&M torna-se *civil*, ou seja, abre suas portas "para todos os infantes que desejassem trabalhar, tornar-se bons operários, e mais tarde habilidosos chefes de oficinas,"[13] não mais exclusivamente para os filhos dos militares.

Uma comissão em Paris, nomeada pelo imperador e formada pelos cientistas Gaspard Monge (1746-1818), Claude Louis Berthollet (1748-1822) e Pierre Simon de Laplace (1749-1827), encarregou-se de criar os programas de ensino que possibilitassem a formação de operários qualificados e de contramestres para trabalharem nas indústrias (que a essa época estavam em lento processo de estabelecimento).

Na EdA&M de Compiègne, a instrução teórica consistia em gramática francesa, matemáticas, desenho livre e desenhos de aquarela aplicados aos planos e máquinas. Quanto à instrução prática, elas ocorriam nas oficinas de forja, ajuste e torno em metais, fundição, carpintaria e marcenaria para fachadas de edifícios, marcenaria, torno em madeiras e carpintaria geral.

A partir de 1804, os alunos foram divididos em três grupos, por faixa etária. No primeiro grupo estavam os "iniciantes" (com idade entre 7 e 13 anos), que aprendiam simplesmente a ler, escrever, aritmética básica, iniciação à gramática e desenho elementar. No segundo grupo estavam os "artistas" (meninos com mais de 13 anos), que aprendiam elementos de álgebra e geometria, desenho industrial e as artes referentes à metalurgia, fundição e madeira. Os melhores (e mais velhos) alunos desse grupo eram selecionados para formar um terceiro grupo, o dos "aspirantes". Nesse grupo ensinava-se um pouco mais de álgebra, trigonometria, geometria espacial, geometria descritiva, mecânica e química. Além disso, os aspirantes deveriam auxiliar no processo de ensino e aprendizagem dos alunos iniciantes.[14]

[11] [DAY 1991, pp. 114-116].
[12] Esse decreto está reproduzido em [CHARMASSOM, LELORRAIN, RIPA 1987, pp. 102-108].
[13] [EUVRARD 1895, p. 54].
[14] [DAY 1991, pp. 116-117].

A EdA&M chega à Châlons e a Angers (1806-1815).

O duque de La Rochefoucauld acreditava que uma escola destinada ao ensino de artes e ofícios ficaria mais bem instalada num edifício construído para esse fim. Em Compiègne a escola estava instalada num antigo castelo e os espaços físicos não pareciam ser adequados ao objetivo da escola.

Atendendo a um pedido seu, o imperador Napoleão assinou um decreto em 05 de setembro de 1806 autorizando o deslocamento e a fixação da Escola de Artes e Ofícios na cidade de Châlons-sur-Marne. Nessa mudança de endereço, a escola deveria ter salas de aula, biblioteca e alojamento para os estudantes. Além disso, o prédio novo também deveria dispor de diversas oficinas, que serviriam tanto como espaços didáticos, onde aconteceriam as lições, quanto como espaço de produção industrial mesmo, onde os produtos fabricados e vendidos contribuiriam com o orçamento da própria escola. A EdA&M de Châlons passou a funcionar num antigo monastério, que foi devidamente reformado e adaptado às necessidades daquela escola.[15]

La Rochefoucauld exerceu a função de inspetor geral das escolas de artes e ofícios desde 1806 até 1823. Durante esse tempo de gestão, a escola de Châlons era a principal e a maior das escolas de artes e ofícios. Uma segunda escola foi inaugurada na cidade de Beaupréau (no departamento de Maine et Loire, no noroeste da França) em 1811. Mas já em 1815 essa segunda escola foi transferida e fixada na cidade de Angers, no mesmo departamento.

O duque de La Rochefoucauld Liancourt chamava-se François Alexandre Frédéric de La Rochefoucauld (1747-1827). Oriundo de família nobre e nomeado duque no Antigo Regime, foi militar, empresário, político e filantropo. O duque teve a sua vida pública marcada pela participação em todas as fases da tumultuada política francesa a partir da Revolução de 1789. Dentre os seus feitos, um dos mais relembrados é o fato de ele ser o idealizador e fundador de uma escola que oferecesse ensino profissionalizante simultaneamente a um ensino elementar.

O entusiasmo do historiador Charles Day, ao narrar os episódios envolvendo La Rochefoucauld ao longo da história das escolas de artes e ofícios, dá a impressão de que o duque parecia ter um bom diálogo com todos os regimes de governo francês (da monarquia a república, do império napoleônico a restauração), principalmente quando o assunto dizia respeito à evolução ou à defesa das escolas de artes e ofícios. Foi pelos seus contatos políticos em Paris, e sob a sua inspetoria, que a escola pro-

[15] [DAY 1991, pp. 117-119].

gressivamente se transformou de uma pequena iniciativa privada provincial em um complexo sistema escolar de administração nacional com escolas em Châlons-sur-Marne e Angers.

Ao que parece, La Rochefoucauld era muito querido pelos *gadzarts*, que viam aquele velho senhor como uma espécie de padrinho. Esse prestígio e respeito estendiam-se por toda a comunidade escolar de artes e ofícios (dirigentes, professores, funcionários e familiares), independentemente das circunstâncias ou variações políticas no entorno.

Figura 3.2: Desenho do prédio da EdA&M de Châlons na contracapa do livro [EUVRARD 1895], com a singela legenda “A Escola de Artes, vista à vôo de pássaro”.

O programa de ensino das EdA&M durante o período de inspetoria de La Rochefoucauld consistia em introdução à química e à física, mecânica, geometria aplicada, rudimentos de álgebra, desenho industrial, aritmética, caligrafia, e gramática. A escola de Châlons dispunha de oficinas de ajustes, fundição, serralheria, fabricação de instrumentos, lataria, marcenaria, desenho ornamental, arquivamento e modelagem. Para o duque La Rochefoucauld, era necessário que o ensino nas EdA&M fosse claramente distinto do ensino nos liceus (colégios reais) e que essa educação técnico/industrial fosse efetivamente uma mescla de formação teórica básica com a aprendizagem das artes e dos ofícios práticos.[16]

[16] [DAY 1991, p. 119].

A EdA&M sob a Restauração e a Monarquia de Julho.

Nos primeiros anos da EdA&M, no período napoleônico, não havia nenhum concurso de entrada e nem nenhum outro procedimento sistemático de recrutamento de alunos. Os alunos que chegavam eram principalmente filhos de militares, ex-combatentes ou mortos em batalhas. Napoleão enviava para as EdA&M crianças e adolescentes de todas as idades, chegando mesmo a aparecer alunos de sete ou oito anos de idade em algumas ocasiões. Alguns dos alunos chegavam a entrar na escola sem nem mesmo saber ler ou escrever. O historiador Charles Day observa que a escola parecia muito mais um orfanato do que um local de aprendizagem de ofícios.

Foi somente após a estabilidade do primeiro governo da Restauração (o reinado de Louis XVIII), que aconteceu uma primeira grande reforma organizacional nas EdA&M. Precisamente, a reforma empreendida em 1817 estabeleceu um amortecimento do caráter militar das escolas. O processo seletivo para entrada de alunos foi confiado às prefeituras das cidades e vilarejos provinciais próximas às escolas. Estabeleceu-se a faixa etária de 13 a 16 anos para a entrada de alunos, bem como a quantidade máxima de alunos para cada escola: 400 em Châlons e 200 em Angers.[17]

Entre 1822 e 1832, período que vai do final do reinado de Louis XVIII) até depois dos primeiros anos do reinado de Louis Philippe), passando pelo tenso governo de Charles X), as escolas de artes e ofícios atravessaram algumas crises políticas que são reflexo da própria crise política nacional.[18] Apesar disso, as EdA&M subsistiram, até chegarem a um novo momento de renovação e expansão.

Durante os primeiros anos da Monarquia de Julho (regime de governo vigente entre 1830 e 1848), dois eventos marcaram as escolas de artes e ofícios: o primeiro foi uma reforma das EdA&M em 1832, promovida pelo então ministro do comércio Adolphe Thiers (1797-1877).[19] O segundo evento foi uma lei do ministro da instrução pública, François Guizot (1787-1874), publicada em 1833, que regulamenta o ensino elementar.

Na reforma de 1832, o ministro Thiers, que tinha sido secretário de La Rochefoucauld na década anterior, estabelece que a duração dos estudos nas EdA&M passaria

---

[17] [DAY 1991, pp. 122, 126].

[18] Mais detalhes sobre o tenso momento político no segundo governo da Restauração (reinado de Charles X), e a consequência disso nas escolas de artes e ofícios e na carreira de Bobillier, estão na seções 7.1.1 e 7.1.2 desta tese.

[19] Mais tarde, entre agosto de 1871 e maio de 1873, Adolphe Thiers será presidente da França, numa nova fase republicana de governo. Foi em seu governo que aconteceu a célebre revolta armada que entrou pra história como a *Comuna de Paris*.

a ser de quatro anos. Na escola de Châlons, os 400 alunos passaram a ser distribuídos em 100 para cada ano letivo. A faixa etária de alunos na entrada foi reduzida para 13 a 14 anos. Essa reforma também passou a exigir dos candidatos interessados em entrar nas EdA&M, que passassem por uma escolarização prévia de no mínimo um ano. Essa escolarização prévia deveria contemplar no mínimo a etapa inicial da alfabetização: leitura, escrita e contagem. Paralelamente à reforma de Thiers para as EdA&M, em 1833 é estabelecida a lei Guizot. Essa lei regulamenta a instrução pública em nível elementar na França, ordenando que todos os cidadãos entre 12 e 14 deveriam estar devidamente alfabetizados. Para isso, foram criadas escolas primárias em todas as cidades francesas com mais de 5000 habitantes, além de serem criadas escolas normais em todos os departamentos, para que fornecessem mão de obra para as novas escolas primárias. A lei Guizot não necessariamente foi criada para atender às demandas das escolas de artes e ofícios, entretanto o seu estabelecimento *caiu como uma luva* na reforma de Thiers.

Além das reformas, Thiers também nomeou Charles Dauban como diretor da escola de Angers (por ordenança real de 17 de fevereiro de 1831) e Jean Antoine Aza Vincent para a escola de Châlons (em 29 de outubro de 1832). Durante as gestões desses diretores, as lições nas oficinas das artes e dos ofícios práticos foram atualizadas e diretamente adaptadas às necessidades das indústrias mecânicas em expansão.[20] Nesse período os programas de ensino eram compostos de gramática francesa, redação, mecânica, física, química, aritmética, álgebra até as equações de segundo grau, geometria aplicada às artes e ofícios e geometria descritiva. Os alunos eram bem instruídos em desenho. Eles desmontavam as máquinas para desenhar cada uma de suas peças, e depois as remontavam. Eles também produziam (e reproduziam), sistematicamente, peças e máquinas nas oficinas das escolas. Na escola de Châlons foram descartadas as oficinas de alguns trabalhos práticos considerados mais elementares e concentrada as atenções sobre essas quatro oficinas: construção de máquinas, desenho de máquinas, trabalhos em metais e fundição.[21]

Os historiadores Thérèse Charmasson, Anne Marie Lelorrain e Yannick Ripa observam que foi nesse período que “as escolas de artes e ofícios passaram progressivamente do nível elementar ao nível médio”, e que “o sucesso das escolas de Châlons e de Angers, pemitiram a criação, em 1843, de uma terceira escola em Aix-en-Provence”.[22]

[20] Confira [DAY 1991, pp. 129-130] e [GUETTIER 1865, p. 52]. Maiores informações sobre Dauban e sobre Vincent aparecem respectivamente nas seções 7.1.3 e 7.2.1 deste trabalho.
[21] [DAY 1991, p. 129].
[22] [CHARMASSOM, LELORRAIN, RIPA 1987, p. 19].

3.1.2 Aspectos gerais da organização, do ensino e do cotidiano nas Escolas de Artes e Ofícios no início do século dezenove.

Para dar uma idéia da organização administrativa das escolas de artes e ofícios, no período em que Bobillier foi professor ali, apresento a seguir algumas informações recolhidas em dois documentos oficiais do governo. O primeiro é assinado pelo rei Charles X e foi publicado em 31 de dezembro de 1826. Este documento de sete páginas intitula-se *Ordenança real contendo uma nova organização das escolas reais de artes e ofícios de Châlons-sur-Marne e de Angers.* O segundo é um detalhamento do primeiro, assinado pelo secretário de estado e foi publicado em 24 de outubro de 1827. O decreto tem 51 páginas e intitula-se *Regulamento escolar (para ser executado nas escolas reais de artes e ofícios de Châlons e de Angers).* Ambos os documentos encontram-se preservados (e foram consultados) nos Arquivos Nacionais de França (em Paris).[23]

Os postos de chefia e administração nas EdA&M.

Os postos mais altos em uma EdA&M eram o de inspetor geral e o de diretor. Ao inspetor geral cabia a fiscalização anual das EdA&M no que diz respeito à execução dos regulamentos. Quanto ao diretor, ele é o responsável geral pela escola. A ele cabia fazer cumprir os decretos e regulamentos de estado para a (e na) escola. E mais: a prestação regular de contas de todas as atividades ali realizadas perante o inspetor e o ministro. Essas funções eram nomeadas diretamente pelo ministro do comércio e da indústria.

As demais funções na escola eram, em ordem hierárquica, o chefe de trabalhos, o chefe de estudos, o administrador, o tesoureiro, os professores (divididos em três categorias), os vigilantes e os demais empregados prestadores de serviços auxiliares (capelão, médico, enfermeiros, cozinheiros, faxineiros, etc). Essas funções também eram nomeadas pelo ministro, mas indiretamente, mediante indicação ou sugestão feita pelo diretor.

Os nomeados como "chefe de trabalhos" e "chefe de estudos" funcionavam como os diretores adjuntos da escola. O nome dessas funções eventualmente mudava numa ou outra reorganização. Assim, o "chefe de trabalhos" em determinados períodos, foi chamado de "agente especial de oficinas", enquanto que o "chefe de estudos" em

[23] Documentos impressos e preservados em [ARCHIVES NATIONALES DE FRANCE], cota F17 (instrução pública), dossiê [F/17/14318].

outras regimes de governo podia ser chamado de "diretor de instrução" ou "mestre de estudos".

O chefe de estudos era o responsável pelas aulas teóricas e pelos professores das disciplinas teóricas. Ele fiscalizava a pontualidade e assiduidade dos professores, o cumprimento dos programas de ensino, a conduta dos alunos, etc. Também era o chefe de estudos quem abria a escola todas as manhãs e fechava todas as noites após fazer uma ronda geral. Por causa disso, o chefe de estudos (caso fosse solteiro) era autorizado a morar num alojamento dentro da própria escola. Já o chefe de trabalhos era responsável pelas oficinas, sua provisão, manutenção e ordem. Sob sua chefia estavam os professores das artes práticas e todos os demais funcionários diretos e prestadores de serviço.

Na reorganização de 1832, pelo ministro Thiers, as duas funções foram fundidas numa única intitulada "chefe de trabalhos e estudos". Provavelmente isso aconteceu por conta de restrições orçamentárias ou por falta de pessoal qualificado. Seis anos depois, cada escola voltou a ter as duas funções separadas como era antes. Deve ter havido a compreensão por parte do governo de que uma pessoa sozinha não conseguia dar conta de todas as responsabilidades que esses cargos exigiam.

Finalmente, o administrador era o responsável pela contabilidade da escola e por manter as despensas e as oficinas guarnecidas do que fosse necessário para seu funcionamento. Ele coordenava uma equipe de almoxarifes para cumprir seu trabalho. Lado a lado com o administrador vinha o tesoureiro, que guardava o dinheiro que anualmente era enviado pelo governo, bem como era o responsável pela venda dos produtos fabricados na escola. Com esse montante em caixa o tesoureiro fazia os pagamentos mensais dos salários de todos os funcionários diretos e indiretos da escola.

Sobre os docentes das EdA&M.

Os docentes das EdA&M eram divididos em três categorias. Na primeira estavam os que o regulamento chamava de "professores". A escola de Châlons tinha seis e a de Angers tinha três, denominados como "primeiro professor de matemáticas", "segundo professor de matemáticas", e assim sucessivamente.[24] Os "professores (de matemáticas)" lecionavam mais do que hoje em dia entendemos como "matemática": eles ensinavam aritmética, álgebra, geometria, trigonometria, e fundamentos de geometria descritiva, mas também física, química, mecânica e desenho industrial. A segunda categoria de docentes era a dos chamados "chefes de oficina". Em Châlons

[24] Mais adiante, na seção 3.2.2 voltaremos a comentar essa ordenação hierárquica entre os "professores (de matemáticas)".

eles eram seis e em Angers, cinco. Trata-se dos instrutores das artes e dos ofícios práticos, cujas lições eram ministradas nas oficinas. A terceira categoria, no regulamento, era chamada simplesmente de "mestres". Esses professores eram, em cada escola, dois de desenho, um de escrita (caligrafia) e um de gramática francesa.

Os professores e os mestres eram classificados como "teóricos", em contraposição aos chefes de oficinas. As lições desses professores eram ministradas nas salas de aula tradicionais. Fazia parte das obrigações dos docentes (das três categorias) avaliar a conduta dos alunos a cada aula, atribuindo-lhes notas. E uma vez a cada semestre, eles davam notas e produziam relatórios avaliando os progressos de aprendizagem de seus alunos. Uma obrigação no mínimo curiosa que os professores e mestres tinham que cumprir era a de assistir parcialmente as aulas dos chefes de oficina. Antes de cada lição teórica semanal da qual ele era encarregado, e por meia hora, ele deveria "assistir regularmente, com exatidão e sem exceção, às lições dadas nas oficinas, afim de aproximar da instrução prática, tanto quanto seja possível, a direção e as aplicações do seu ensino teórico". A execução dessa atividade era supervisionada pelo chefe de estudos e o seu descumprimento era passível de punições.

O Conselho de Oficinas e o Conselho de Despensa.

As decisões e ações de compra e venda nas EdA&M ficavam a cargo de dois conselhos: o Conselho de Despensa e o Conselho de Oficinas.

O *Conselho de Oficinas* era responsável por propor e regulamentar quais (e onde) deviam ser comprados os equipamentos, produtos e matéria prima a serem usadas nas oficinas da escola. Este conselho também era quem regulava a venda dos produtos fabricados na própria escola. O Conselho de Oficinas se reunia pelo menos uma vez por semana, era presidido pelo diretor e era composto pelo chefe de trabalhos, os chefes de oficina, o administrador e seus almoxarifes.

Já o *Conselho de Despensa* era encarregado de propor e regulamentar quais (e onde) deviam ser comprados todos os demais produtos para o funcionamento cotidiano da escola. Também era este conselho que fiscalizava as contas do administrador e do tesoureiro e preparava os relatórios financeiros a serem enviados anualmente ao inspetor e ao ministro. Este conselho também era presidido pelo diretor e na sua composição apareciam o chefe de estudos, o administrador e o tesoureiro como membros titulares. Os professores (de matemáticas) poderiam ser convocados eventualmente para participar desse conselho como suplentes, na ausência previamente anunciada de algum titular.

A organização pedagógica da EdA&M nas décadas de 1820 e de 1830.

Pelo aspecto pedagógico, a escola era organizada assim. O tempo de instrução ordinária durava quatro anos. Ao final do curso, os alunos concluintes recebiam um certificado de fim de estudos despachado pelo diretor da escola.

Extraordinariamente podia haver um quinto ano escolar para os alunos que ao longo do curso "se fizeram distinguir por sua boa conduta e por sua capacidade nos estudos teóricos e práticos". Esses poucos alunos selecionados recebiam aulas mais aprofundadas de "matemáticas" (no sentido largo do termo) e especializações nas artes e nos ofícios, obtendo "um grau a mais" da instrução da escola.

Os calouros do primeiro ano escolar eram ditos alunos da "3ª divisão". Na "2ª divisão" estavam os alunos do segundo e do terceiro ano letivo. Os alunos do quarto ano e os selecionados para o quinto ano eram os alunos da "1ª divisão". Particularmente, a turma do quinto ano escolar era chamada de "turma dos veteranos".

Na 3ª divisão, os alunos iniciantes eram distribuídos pelas diversas oficinas, num processo coordenado pelos docentes chefes de oficinas e baseado no critério de "colocar o aluno na oficina que pareça ser a mais adequada para a sua instrução prévia e a sua força física". Na passagem da 3ª para a 2ª divisão a distribuição era refeita, pelos mesmos critérios, mas também pelos resultados obtidos naquele primeiro ano escolar. Daí pra frente os adolescentes permaneciam fixados nessa oficina até o fim do quarto ano escolar. Os alunos selecionados para o quinto ano tinham o privilégio de escolher, se assim o quisessem e se houvesse disponibilidade, uma oficina diferente da que seguiu nos três anos anteriores. Nisso consistia o "grau a mais" da instrução na escola.

Distribuição anual de prêmios.

Como já foi dito, os alunos de todas as turmas eram submetidos a avaliações diárias de conduta e a avaliações semestrais de aprendizagem. Além disso, os três ou quatro melhores classificados em cada turma de aula teórica ou de cada oficina recebiam prêmios anuais. A seleção dos alunos premiados acontecia por meio de bancas composta majoritariamente de docentes (das três categorias) da própria escola, mas com eventuais participações de avaliadores externos enviados pelo ministro ou pelas indústrias que empregavam os alunos concluintes.

A distribuição anual de prêmios acontecia em cerimônias solenes, com direito a discursos pronunciados pelo diretor e pelo capelão. Essas cerimônias sempre contava com algum representante do governo, que também proferia seu discurso. O duque de La Rochefoucauld pronunciou alguns desses discursos, de modo geral com caráter laudatório e incentivador.

E em que consistia os prêmios dessa solenidade anual? A princípio os objetos escolares (como cadernos, réguas, compassos, etc) e os instrumentos de trabalho (esquadros, trenas, ferramentas, etc) pertenciam às oficinas e eram de uso coletivo. Assim, os prêmios distribuídos anualmente aos melhores alunos nas diversas turmas eram alguns desses objetos escolares ou instrumentos de trabalho que passavam a ser seus (de uso próprio individual). Outros prêmios distribuídos eram "livros úteis aos estudos ou trabalhos dos alunos, ou apropriados a lhes inspirar bons sentimentos para a conduta moral".

Sobre a rotina semanal e a carga horária de atividades nas EdA&M.

A rotina semanal era regulamentada pelo diretor. A carga horária de aulas teóricas ocupava cerca de um terço do tempo total de atividades dos alunos. Os outros dois terços do tempo eram ocupados com as atividades nas oficinas (aulas práticas ou produção).

Para dar uma idéia da rotina escolar e a distribuição de carga horária dos estudantes da EdA&M, apresento as tabelas 3.1, 3.2 e 3.3 informando a agenda escolar para o ano de 1833 em Châlons-sur-Marne. Essas tabelas são transcrições/traduções adaptadas das páginas 92 e 93 do livro (manuscrito) intitulado *Ordens publicadas pelo diretor da escola [de artes e ofícios de Châlons] (1830-1858)*, que encontra-se preservado nos Arquivos Departamentais de la Marne (na cidade de Châlons).[25]

Observe que a carga horária é pesada, eu diria até mesmo sacrificante. O tempo diário de aulas teóricas (com os professores e os mestres) era de 5 horas e meia. Isso totalizava uma jornada escolar semanal de 33 horas. Nessa carga horária está contado o tempo de estudos individuais dos alunos (isto é, a hora do *dever de casa*). Já a carga horária diária de lições e trabalhos nas oficinas (com os chefes de oficina) era de 7 horas e meia. A jornada semanal de trabalho nesta atividade ficava em 45 horas. O dia útil típico dos alunos (de segunda feira a sábado) durava quase 16 horas, já que eles se levantavam às 5h15min e se deitavam às 20h45min. Dessa jornada, 13 horas eram dedicadas aos estudos ou aos trabalhos.

[25] Documento manuscrito, preservado em [ARCHIVES DÉPARTEMENTALES DE LA MARNE] série 1T (fundos da escola), dossiê [1/T/2046].

Agenda para os dias úteis dos alunos da Escola Real de Artes e Ofícios de Châlons (válida à partir de 02 de janeiro de 1833) 3ª divisão (1º ano escolar)				
Designação dos horários	**1ª seção**	**2ª seção 1ª parte**	**2ª seção 2ª parte**	**Duração das atividades**
5h15	Levantar-se e apresentar-se nas salas de estudos			1/2 hora
5h45	2as, 4as e 6as: Gramática 3as, 5as e sáb: Escrita (sala 6)	Estudos	Estudos	1 hora e 1/4
7h	Desenho	Desenho	Matemática Prof. Faron (sala 6)	1 hora e 1/2
8h30	Almoço e recreação			1/2 hora
9h	Matemática Prof. Gicquel (sala 4)	2as, 4as e 6as: Escrita 3as, 5as e sáb: Gramática (sala 6)	Desenho	1 hora e 1/2
10h30	Trabalhos nas oficinas			3 horas e 1/2
14h	Jantar, recreação, música, leitura na biblioteca			1 hora e 1/2
15h30	Trabalhos nas oficinas			3 horas e 1/2
19h	Ceia e recreação			1/2 hora
19h30	Estudos	Matemática Prof. Faron (sala 4)	2as, 4as e 6as: Gramática 3as, 5as e sáb: Escrita (sala 6)	1 hora e 1/4
20h45	Deitar-se			1/4 hora
21h	(Ordens específicas serão dadas para os domingos e feriados)			

Tabela 3.1: Rotina escolar semanal da EdA&M de Châlons em 1833 (3ª divisão).

Agenda para os dias úteis dos alunos da Escola Real de Artes e Ofícios de Châlons (válida à partir de 02 de janeiro de 1833)

2ª divisão (3º e 2º ano escolar)

Designação dos horários	1ª seção	2ª seção	Duração das atividades
5h15	Levantar-se e apresentar-se nas salas de estudos		1/2 hora
5h45	2as e 5as: Matemática Prof. Mosnier (sala 5)	Estudos	1 hora e 1/4
7h	Desenho	Matemática Prof. Gicquel (sala 4)	1 hora e 1/2
8h30	Almoço e recreação		1/2 hora
9h	Matemática Prof. Véret (sala 5)	Desenho	1 hora e 1/2
10h30	Trabalhos nas oficinas		3 horas e 1/2
14h	Jantar, recreação, música, leitura na biblioteca		1 hora e 1/2
15h30	Trabalhos nas oficinas		3 horas e 1/2
19h	Ceia e recreação		1/2 hora
19h30	Estudos 5as: Língua francesa (sala 5)	Estudos sáb: Língua francesa (sala 5)	1 hora e 1/4
20h45	Deitar-se		1/4 hora
21h	(Ordens específicas serão dadas para os domingos e feriados)		

Tabela 3.2: Rotina escolar semanal da EdA&M de Châlons em 1833 (2ª divisão).

Agenda para os dias úteis dos alunos da Escola Real de Artes e Ofícios de Châlons (válida à partir de 02 de janeiro de 1833) 1ª divisão (5º e 4º ano escolar)			
Designação dos horários	**1ª seção**	**2ª seção**	**Duração das atividades**
5h15	Levantar-se e apresentar-se nas salas de estudos		1/2 hora
5h45	Estudos	Estudos	1 hora e 1/4
7h	3as, 5as e sáb: Matemática 2as, 4as e 6as: Física e Química Prof. Bobillier (sala em frente à biblioteca)	3as, 5as e sáb: Desenho	1 hora e 1/2
8h30	Almoço e recreação		1/2 hora
9h	Desenho	Matemática Prof. Gascheau (sala em frente à biblioteca)	1 hora e 1/2
10h30	Trabalhos nas oficinas		3 horas e 1/2
14h	Jantar, recreação, música, leitura na biblioteca		1 hora e 1/2
15h30	Trabalhos nas oficinas		3 horas e 1/2
19h	Ceia e recreação		1/2 hora
19h30	Estudos 3as: Língua francesa (sala de estudos)		1 hora e 1/4
20h45	Deitar-se		1/4 hora
21h	(Ordens específicas serão dadas para os domingos e feriados)		

Tabela 3.3: Rotina escolar semanal da EdA&M de Châlons em 1833 (1ª divisão).

3.2 Bobillier, primeiro professor de matemáticas na EdA&M de Châlons entre 1818 e 1829.

Nas próximas seções acompanharemos a atuação docente de Bobillier em Châlons. Inicialmente veremos o impacto causado pelos jovens professores Gabriel Gascheau e Étienne Bobillier ao chegarem na EdA&M. Apresentaremos outros professores que trabalhavam na mesma escola na década de 1820, e particularmente Jules Gascheau, o irmão mais novo de Gabriel Gascheau. Aproveitamos a apresentação dos professores de matemáticas para discutir a hierarquia entre eles. Por fim, veremos a saída de Gabriel Gascheau da EdA&M e o desejo de Bobillier de ampliar seu horizonte profissional para além das escolas de artes e ofícios.

3.2.1 Gabriel Gascheau e Étienne Bobillier, dois professores numa mesma escola.

Bobillier e Gascheu tem o mesmo ponto de partida em suas carreiras docentes: ambos são *retirados* da Escola Politécnica e ambos foram professores cujo início da carreira docente se deu na EdA&M de Châlons. O paralelismo na história de vida deles dura até 1827, conforme veremos a seguir.

A chegada de dois jovens professores na EdA&M de Châlons-sur-Marne.

No início de 1818, precisamente em 09 de março, Gabriel Gascheau foi nomeado provisoriamente 2º professor de matemáticas na Escola de Artes e Ofícios de Châlons-sur-Marne. Seis meses depois da chegada de Gascheau, o posto de 1º professor de matemáticas ficou vazio. Um professor chamado Charles Duhaffont, que ocupava essa função até então, foi dispensado da EdA&M para ir lecionar numa escola na cidade de La Flèche.

Não se sabe se por sugestão de Gascheau ou não, mas o fato é que mandaram chamar alguém da Escola Politécnica para ocupar essa vaga. Étienne Bobillier, que tinha acabado de concluir os estudos do primeiro ano letivo EP, ofereceu-se. Em 21 de outubro daquele ano ele conseguiu uma licença provisória na escola parisiense e foi para Châlons para assumir a vaga disponível.

As nomeações definitivas dos dois rapazes aconteceram rapidamente. Ainda em setembro de 1818, Gascheau foi confirmado como professor incumbido de lecionar geometria descritiva e um curso sobre máquinas. A confirmação da nomeação de

Bobillier aconteceu em julho do ano seguinte, assentando definitivamente na vaga de professor de geometria e de física que lhe tinha sido provisoriamente confiada. Seguese a isso a demissão definitiva de Bobillier como aluno da Escola Politécnica em 30 de outubro de 1819.

É interessante notar que os dois professores oriundos da Escola Politécnica, começaram suas carreiras docentes e não mais voltaram para concluir seus ciclos de estudos na *grande escola* de Paris. Observa-se também a pouca idade de ambos no início da carreira, com apenas 20 anos de idade dando aulas para meninos entre 13 e 16 anos.

No obituário de Bobillier, há uma breve descrição (embora possivelmente um pouco exagerada) dessa primeira temporada de Bobillier em Châlons: os seus modos em sala de aula, como ele lecionava, seus sucessos entre os alunos da EdA&M. Nas palavras do orador do discurso obituário de Bobillier, assim que o jovem professor chegou a Châlons

> fez prova do maior talento na difícil arte de ensinar. A rapidez de seu golpe de vista, a vivacidade do seu pensamento, a lucidez de sua expressão, a firmeza de seu caráter, tudo nele se impunha aos alunos, lhes cativava, lhes dominava.[26]

Em 1895, um comissário de polícia de Châlons chamado F. Euvrard redigiu um livreto intitulado *Histórico da Escola Nacional de Artes e Ofícios de Châlons-sur-Marne desde sua fundação até os nossos dias.* A princípio ele não tinha nenhuma ligação direta com a escola, exceto pelo fato de considerá-la importante para a sociedade chalonense. Neste livreto, dedicado aos alunos da referida escola, Euvrard também comenta (mas de maneira pouco simpática) a chegada dos dois novos professores de matemáticas em 1818 e do impacto que eles causaram na comunidade escolar.

> Em 1818 envia-se professores da Escola Politécnica para Châlons. Esses professores deram um forte impulso aos estudos matemáticos; os alunos responderam [a esse impulso] pelo seu zelo e um número bastante grande [deles] não se contentam mais com os cursos da escola, solicitando lições particulares para se elevar às altas regiões da ciência. Os cursos de gramática seguiram a mesma progressão e se tornaram cursos de retórica e literatura. Esta extensão deveria prejudicar a instrução prática, já que

[26] Le jeune professeur fit bientôt preuve du plus grand talent dans l'art difficile d'enseigner. La rapidité de son coup d'oeil, la vivacité de sa pensée, la lucidité de son expression, la fermeté de son caractère, tout chez lui imposait aux élèves, les captivait, les domptait. [SEANCE PUBLIQUE de la MARNE 1840 b, p. 119].

> muitos alunos identificados por sua capacidade, negligenciariam as oficinas em prol das classes [teóricas].[27]

Euvrard parece incomodado com o "forte impulso" que as lições matemáticas causaram nos alunos, a ponto de fazê-los "não se contentarem" mais com as lições oficiais da escola. Acrescenta a essa *reclamação* o fato dos mestres de letras transformar um curso básico de gramática em algo mais *poético*, digamos assim: literatura e retórica. Os novos professores de matemáticas e o de gramática seriam *potencialmente perigosos*, ao incentivar indiretamente os adolescentes a aprenderem mais do que era devido. Os meninos poderiam acabar se tornando "negligentes nas oficinas" e a EdA&M deixaria de cumprir sua missão de formar bons operários.

O menino Pierre Laurent Wantzel, aluno da EdA&M de Châlons-sur-Marne (1826).

O *perigo* de ter alunos desencaixados do objetivo principal da escola era real. Para bem ilustrar essa situação, apresento o caso do geômetra Pierre Laurent Wantzel (1814-1848), que quando menino foi aluno da EdA&M de Châlons.

Wantzel nasceu em Paris em 05 de junho de 1814 e estudou na EdA&M em 1826. Pouco mais tarde, ele estudou na Escola Politécnica (na turma de 1832) e depois trabalhou como engenheiro, matemático e professor. Em 1837 provou que a duplicação do cubo e a trisecção do ângulo não podem ser construídas apenas com régua e compasso, resolvendo assim dois dos mais famosos problemas formulados na Grécia clássica. Trabalhou como docente na Escola Politécnica desde 1837 até o fim da sua curta vida, sendo examinador de admissão e repetidor de análise e de mecânica.

Segundo o registro feito em 1848 por um amigo de Wantzel, o matemático e engenheiro politécnico Adhémar Barré de Saint Venant (1797-1886),[28] o menino Wantzel foi

> Admitido em novembro de 1826, aos doze anos e meio, na Escola de Artes e Ofícios de Châlons, então dirigida por um geômetra bastante capaz de o apreciar, o falecido

[27] On envoya en 1818 des professeurs de l'École Polytechnique à Châlons. Ces professeurs donnèrent une forte impulsion aux études mathématiques ; les élèves y répondirent par leur zèle et un assez grand nombre ne se contentant pas des cours de l'école prirent des leçons particulières pour s'élever dans les hautes régions de la science. Les cours de grammaire suivirent la même progression et devinrent des cours de rhétorique et de littérature. Cette extension devait nuire à l'instruction pratique, parce que beaucoup d'élèves distingués par leur capacité, négligeaient les ateliers pour les classes. [EUVRARD 1895, pp. 53-54].

[28] Este texto é um discurso obituário dedicado ao recém falecido Wantzel, publicado no jornal *Nouvelles Annales des Mathématiques*.

> Bobillier (...) Mas [Wantzel] não sentia nenhum gosto pelos trabalhos manuais aos quais todos os alunos da escola estavam então restritos, e ele solicitava eloquentemente, em suas cartas a seu pai, uma educação mais científica.[29]

Sobre uma possível ação direta de Bobillier na formação matemática de Wantzel, não se sabe exatamente se o menino foi ou não aluno de uma das turmas de Bobillier. Mas não é de todo descartável a hipótese de que a "geometria da régua",[30] um dos temas de interesse do pesquisador Bobillier, possa ter tido influência no futuro trabalho do jovem matemático Wantzel.

3.2.2 Considerações sobre a ordenação hierárquica entre os professores de matématicas na EdA&M de Châlons.

Lembramos que em Châlons deveria haver seis professores de matemáticas. Nos livros de registros de empregados, esses professores são classificados como "primeiro", "segundo", "terceiro", "quarto", "quinto" e "sexto". Como regra geral (mas não absoluta), os primeiros têm privilégios sobre os últimos. Por exemplo, no que diz respeito à quantidade de turmas, o regulamento da reorganização de 1826/1827 observa que quando houvesse oito turmas, então do primeiro ao quarto professor, cada um pega uma turma, enquanto o quinto e o sexto professor pegam duas turmas cada um. Essa regra eventualmente era quebrada quando havia mais de oito turmas ou quando funcionava o sistema de ensino simultâneo.

Os primeiros professores também eram privilegiados em relação aos últimos, seja pelo conteúdo lecionado, seja pelo salário que recebiam. Isso indica que havia uma ordenação hierárquica entre os professores de matemáticas. Mas como são classificados esses professores? Por idade? Por tempo de serviço na escola? Ou pela formação antes de ser contratado? A leitura dos documentos que tive acesso não foi suficiente para responder a essas perguntas.[31]

[29] Entré en novembre 1826, à douze ans et demi, à l'École des Arts et Métiers de Châlons, alors dirigée par un géomètre bien capable de l'apprécier, feu M. Bobillier (...) Mais il ne se sentait aucun goût pour les travaux manuels auxquels tous les élèves de cette école étaient désormais astreints, et il sollicitait éloquemment, dans ses lettres à son père, une éducation plus scientifique. [St VENANT 1848, p. 322].

[30] Sobre a chamada "geometria da régua" e as ligações de Bobillier com esse tipo de prática matemática, confira o capítulo 5 mais adiante.

[31] As informações apresentadas nesta seção foram obtidas nos Arquivos Nacionais de França (em Paris) ou nos Arquivos Municipais de Châlons. Sobre carreiras, nomeações, tempo de serviço e salários, consulte [ARCHIVES NATIONALES DE FRANCE] cota F12 (comércio e indústria), dossiês [F/12/5779] e [F/12/5781]. Sobre quantidade de turmas, disciplinas e conteúdos lecionados nos anos letivos apresentados como exemplos, consulte [ARCHIVES NATIONALES DE FRANCE] cota F12 (comércio e indústria), dossiês [F/12/1167] e [F/12/1167], [ARCHIVES NATIONALES

A seguir apresento alguns professores de matématicas na EdA&M de Châlons na década de 1820, começando por Octave Marie Gicquel e Jules Gascheau. Aproveito alguns exemplos em torno de Bobillier para discutir a hierarquia entre eles, no que diz respeito à posição profissional, quantidade de turmas, disciplinas lecionadas e salários recebidos.

Gicquel e outros professores versáteis.

Um dos professores a ser destacado no período em que Bobillier trabalhou na EdA&M de Châlons é Octave Marie Gicquel. Primeiro, porque o caso dele ilustra a possibilidade de mudanças de carreira e de promoções na contexto interno das escolas de artes e ofícios. E em segundo, porque ele também escreveu um curso de geometria (em 1834) para os estudantes da EdA&M, em muito parecido com a primeira edição do *Curso de Geometria* de Bobillier (de 1832).[32]

Gicquel nasceu em 08 de agosto de 1789, na cidade de Josselin, localizada no noroeste da França. Trabalhou na escola de artes e ofícios de Châlons por quinze anos, de 1821 a 1836, exercendo diversas funções diferentes. No início da carreira, começou como mestre de gramática. Nessa época morava nos alojamentos da própria escola. Em 1825, a convite do diretor da EdA&M, deixou de ser professor para se tornar encarregado pela conservação do acervo da biblioteca. Dois anos depois ele volta para sala de aula na posição de 5º professor de matemáticas, posto que ocupará pelos próximos seis anos. Em 1833, é *promovido* para 4º professor de matemáticas até ser compulsoriamente aposentado, por ordenança real, em 1836. Sobre esse professor *misto*, há um relato engraçado, registrado por um ex-aluno seu na década de 1830.[33] Informa-nos esse ex-aluno que "Gicquel misturava seus cursos de álgebra e de geometria com dissertações poéticas, e passava avaliações aos alunos onde a prosódia ficava mais em questão do que as próprias matemáticas."[34]

O caso de Gicquel põe em questão a formação necessária para ser professor nas escolas de artes e ofícios. Essa carreira indica que a formação de um professor não encerrava definitivamente as suas possibilidades de exercício profissional na EdA&M.

DE FRANCE], cota F17 (instrução pública), dossiê [F/17/14318] e [ARCHIVES MUNICIPALES À CHALONS-EN-CHAMPAGNE] dossiê [2/1/R/25].

[32] Quando da apresentação e do estudo do livro de Bobillier, na seção 8.2.2 desta tese, pretendo apontar brevemente as semelhanças entre os dois produtos.

[33] Esse ex-aluno chama-se André Guettier. Na seção 7.1.1 deste trabalho, há uma apresentação mais detalhada dele e do livro que ele escreveu sobre as escolas de artes e ofícios.

[34] Gicquel qui entremêlait ses cours d'algèbre et de géométrie, de dissertations poétiques, et qui faisait passer aux élèves des examens où la prosodie était plus en question que les mathématiques. [GUETTIER 1865, pp. 108-109].

Gicquel não é um caso singular de professor que se mobiliza de uma disciplina de *letras* (gramática ou escrita) para uma disciplina de *números*. Na mesma geração de Bobillier, identifiquei pelo menos mais dois casos de mobilidade como esse: os professores Alphonse Faron e Alexandre Guillaume Jean Baptiste Véret também migraram de turmas de *letras* para turmas de *números* ao longo de sua carreira. Há ainda um terceiro professor, cuja mobilidade é mais radical, pois migra de disciplinas práticas para uma disciplina teórica: trata-se de Joseph Aimé Carrier, que em seus vinte anos de trabalho na EdA&M passou de chefe da oficina de instrumentos matemáticos para chefe da oficina de ajustagem de peças, e alguns anos depois foi promovido ao posto de 2º professor de matemáticas.[35]

Jules Gascheau, professor de matemáticas, irmão de Gabriel.

O outro professor a ser destacado é um segundo Gascheau que atravessa a história de Bobillier. Trata-se de Jules Gascheau, irmão caçula de Gabriel Gascheau. Jules é dois anos mais novo que Gabriel e Bobillier, tendo nascido em 29 de novembro de 1800 em Tours (no departamento de Indre et Loire).

Jules Gascheau construiu toda a sua carreira docente na EdA&M de Châlons, tendo sido contratado em 13 de maio de 1822 e ali trabalhando por 31 anos. Assim sendo, ele foi colega de Bobillier nos dois períodos distintos em que o protagonista desta tese morou em Châlons (de 1818 a 1829 e de 1832 a 1840). Além disso, como veremos mais adiante, Bobillier e o Gascheau caçula frequentaram as mesmas atividades sociais no departamento de la Marne, na segunda temporada de Bobillier naquela cidade.[36]

No início da sua carreira, Jules Gascheau foi nomeado como professor adjunto de matemáticas nas turmas dos iniciantes. Para essa turma, ele lecionava contagem e as quatro operações básicas da aritmética. Suas aulas aconteciam num sistema chamado de "ensino simultâneo". Esse sistema funcionava assim: uma turma tinha lições de um certo conteúdo teórico num determinado horário com um professor. E a mesma turma, em horário alternativo, tinha aulas do mesmo conteúdo mas com outro professor. Eram dois professores lecionando a mesma disciplina, paralelamente, ao longo do ano letivo. Esse sistema não era habitual e eu não pude apurar em quais circunstancias era necessário adotar o "ensino simultâneo". Para ser mais exato, na geração de Bobillier, além da turma de Jules Gascheau de 1822, eu identifiquei apenas

[35] Todas as informações acima, sobre Gicquel, Faron, Véret e Carrier, foram obtidas em [ARCHIVES NATIONALES DE FRANCE] cota F12 (comércio e indústria), dossiês [F/12/5779] e [F/12/5781].

[36] Esse assunto será retomado com mais detalhes na seção 9.2.1 desta tese.

mais duas turmas nesse sistema: em 1828 uma turma de Bobillier com Malhère, e em 1829 uma turma de Bobillier com Gicquel.

Jules Gascheau passou os oito primeiros anos de carreira nas turmas de iniciantes, contratado como professor adjunto ou como 6º professor de matemáticas. Em 1830 foi promovido de maneira espetacular, saltando de 6º para 1º professor de matemáticas. Foi o período em que Bobillier passou na EdA&M de Angers, e deu-se o caso de Jules Gascheau substituí-lo na EdA&M de Châlons, exatamente em suas turmas avançadas. Quando Bobillier retorna para Châlons-sur-Marne em 1832, Jules Gascheau é nomeado 2º professor de matemáticas, pois Bobillier retoma sua posição de 1º professor. Dessa vez Jules Gascheau substitui o professor Carrier, que era o 2º professor de matemáticas até então, mas tinha acabado de falecer.

Daí em diante, Jules Gascheau conservou seu posto de 2º professor de matemáticas até se aposentar em 1853. É bom registrar que nesse meio tempo Jules Gascheau redigiu um texto didático de geometria descritiva para uso dos alunos das escolas de artes e ofícios.[37]

Considerações sobre a ordenação hierárquica entre os professores de matemáticas: conteúdos lecionados e salários.

Sobre o conteúdo lecionado, os primeiros professores costumavam pegar as turmas mais avançadas enquanto os últimos pegavam as turmas iniciantes. Para dar exemplos, vejamos a distribuição de disciplinas e conteúdos por professores em três datas distintas da década de 1820.

Em 1822 a EdA&M de Châlons tinha esses seis professores de matemáticas, pela ordem: Bobillier, Gabriel Gascheau, Mosnier, Véret, Henri e Jules Gascheau. Bobillier, enquanto 1º professor, pegava os alunos mais avançados: as três turmas da 1ª divisão e uma turma de veteranos (a turma selecionada para o quinto ano escolar). Nas turmas da 1ª divisão, Bobillier lecionava mecânica, geometria analítica e estática, e na turma de veteranos o conteúdo era química elementar e física. Gabriel Gascheau, o 2º professor, pegava os mesmos alunos que Bobillier. Ele ensinava geometria descritiva nas três turmas da 1ª divisão e demonstração de máquinas na turma de veteranos. O 3º professor era Benoit Theodore Mosnier, nascido em 1781, em Compiègne. Mosnier tinha as três turmas da 2ª divisão, onde lecionava geometria: sólidos, superfícies, planos e linhas. O próximo pela ordem é Véret. Como 4º professor ele ficava encarregado das três turmas de 3º divisão, lecionando álgebra.

[37] Voltaremos a mencionar o livro de Jules Gascheau mais adiante, na seção 9.3.2.

As turmas de iniciantes ficavam para Henri e Jules Gascheau, 5º e 6º professores. Eles ensinavam nas mesmas turmas, no sistema de ensino simultâneo, contagem e aritmética básica.

Em 1828, Gabriel Gascheau já não estava mais na EdA&M de Châlons e em seu lugar foi nomeado um professor chamado Louis Marie Joseph Malhère, nascido em 1772 em Rouen.[38] Assim, os seis professores de matemáticas eram os seguintes, em ordem de posição: Bobillier, Malhère, Mosnier, Véret, Gicquel e Jules Gascheau.

Bobillier lecionava na 1ª divisão aplicações de geometria descritiva às engrenagens, aos traçados de carpintaria, e às diversas questões práticas. Malhère, na mesma turma, lecionava geometria descritiva. Na turma de veteranos, Bobillier e Malhère lecionavam mecânica industrial no sistema de ensino simultâneo. Mosnier e Véret, cada um tinha apenas uma turma. Mosnier lecionava o "final de geometria" e a trigonometria retilínea, enquanto Véret ensinava "geometria até planos inclusive". A carga horária mais pesada era de Gicquel e Jules Gascheau, com duas turmas para cada um. Numa suas turmas, Gicquel ensinava "logaritmos, uso de tabelas, equações numéricas com sinais algébricos, exercícios sobre todo tipo de questões do cálculo aritmético como regra de sociedade, [mistura proporcionais] de ligas, etc, binômio de Newton" e na outra turma o conteúdo era extração de raízes quadradas e cúbicas, proporções e progressões. Por fim, Jules Gascheau numa de suas turmas ensinava frações decimais, números complexos e frações ordinárias.[39] Noutra turma, a de iniciantes, ele ensinava numeração, as quatro regras operando sobre os números inteiros e exercícios de cálculos.

Observe que após a saída de Gabriel Gascheau da EdA&M, as geometrias descritivas e o curso de máquinas que ele lecionava foram atribuídos a Bobillier e Malhère. Apesar de Malhère ser novo na casa, ele foi contratado diretamente para o posto de 2º professor. Assim, essa redistribuição de disciplinas por professores não parece alterar muito a hierarquia que já havia no ano do exemplo anterior.

Como terceiro exemplo de distribuição de disciplinas e conteúdos por professores, vejamos o ano de 1830. Nessa data Bobillier não está na EdA&M de Châlons devido

[38] Veremos mais adiante, na seção 3.2.4 deste trabalho, as informações sobre a saída de Gabriel Gascheu da EdA&M e a continuação da sua carreira docente em outras escolas e outros níveis de ensino.

[39] Chamo a atenção para os "números complexos" que aparecem aqui. Eles não são o que se entende hoje mais comumente como números complexos, isto é, o conjunto formado pelas somas de números reais com múltiplos reais da unidade imaginária (cujo quadrado é -1). Antes, o que se entende por números complexos nesse contexto são grandezas cujos múltiplos e submúltiplos não são organizado em base decimal, mas em base sexagesimal, como por exemplo, medida de ângulos (graus, minutos, segundos) ou medida de tempo (horas, minutos, segundos).

à sua transferência para Angers.[40] A consequência disso foi um rearranjo hierárquico radical. Jules Gascheau passou de 6º para 1º professor de matemáticas no lugar de Bobillier. E o professor Alphonse Faron foi remanejado da sua docência de gramática para o posto de 6º professor de matemáticas no lugar de Jules Gascheau. Os seis professores de matemáticas da EdA&M de Châlons aparecem então na seguinte ordem: Jules Gascheau, Malhère, Mosnier, Véret, Gicquel e Faron.

Jules Gascheau agora leciona "desenvolvimento e aplicações variadas da mecânica industrial" na turma de veteranos e "exposição dos princípios da mecânica industrial, aplicação desses princípios ao cálculo prático das máquinas" na 1ª divisão. Malhère fica com as mesmas turmas, lecionando "elementos de química aplicada às artes" para os veteranos e "aplicação da geometria descritiva às engrenagens a aos traçados de carpintaria" na 1ª divisão. Mosnier, Véret e Gicquel permanecem nas mesmas turmas que tinham desde o ano de 1828 (2ª e 1ª divisões), com conteúdos também iguais aos de antes. Para Faron restou as turmas iniciantes e os conteúdos que tinham sido de Jules Gascheau em 1828.

A ordenação dos seis professores de matemáticas em 1830 indica que aparentemente não havia nenhum critério de idade, tempo de serviço ou formação prévia do professor para organizar o *ranking*. Naquele ano, Jules Gascheau (30 anos de idade) era mais novo que Mosnier, Véret e Gicquel (respectivamente 49, 39 e 41 anos). Ele também tinha menos tempo de serviço na EdA&M: 8 anos contra 18, 16 e 9 anos para Mosnier, Véret e Gicquel respectivamente. Então a melhor hipótese que explica quem deve ser o primeiro, quem deve ser o segundo ou o sexto, etc, me parece ser uma questão de indicação.

Essa ordenação dos professores de matemáticas (e consequentemente a distribuição de turmas e disciplinas) é uma questão *interna*. Mais grave do que isso é a questão salarial que é *externa*, digamos assim, porque era diretamente ligada ao ministério do comércio e da indústria. Vejamos quatro exemplos de evolução salarial.

Bobillier e Gabriel Gascheau, quando foram nomeados em 1818, tinham 20 anos de idade. O salário inicial dos rapazes estava contado em 1800 fr, passando para 2000 fr com apenas dois anos de serviço.[41] Esse era o salário mais alto que um professor tinha na EdA&M de Châlons nas décadas de 1820 e 1830. Cifras maiores do que essa,

[40] O curto e instável período de Bobillier na EdA&M de Angers é tema do capítulo 7 deste trabalho.

[41] A unidade monetária francesa ao longo de todo o século dezenove é o *franco*, abreviado por fr. Esta moeda foi estabelecida em 1803 por um decreto de Napoleão. A moeda de 1 franco tem o peso invariável de 5 gramas de prata e se manterá estável até 1914. [JULAUD 2005, p. 103].

naquela período, eram reservadas somente para os cargos administrativos ou cargos de direção.

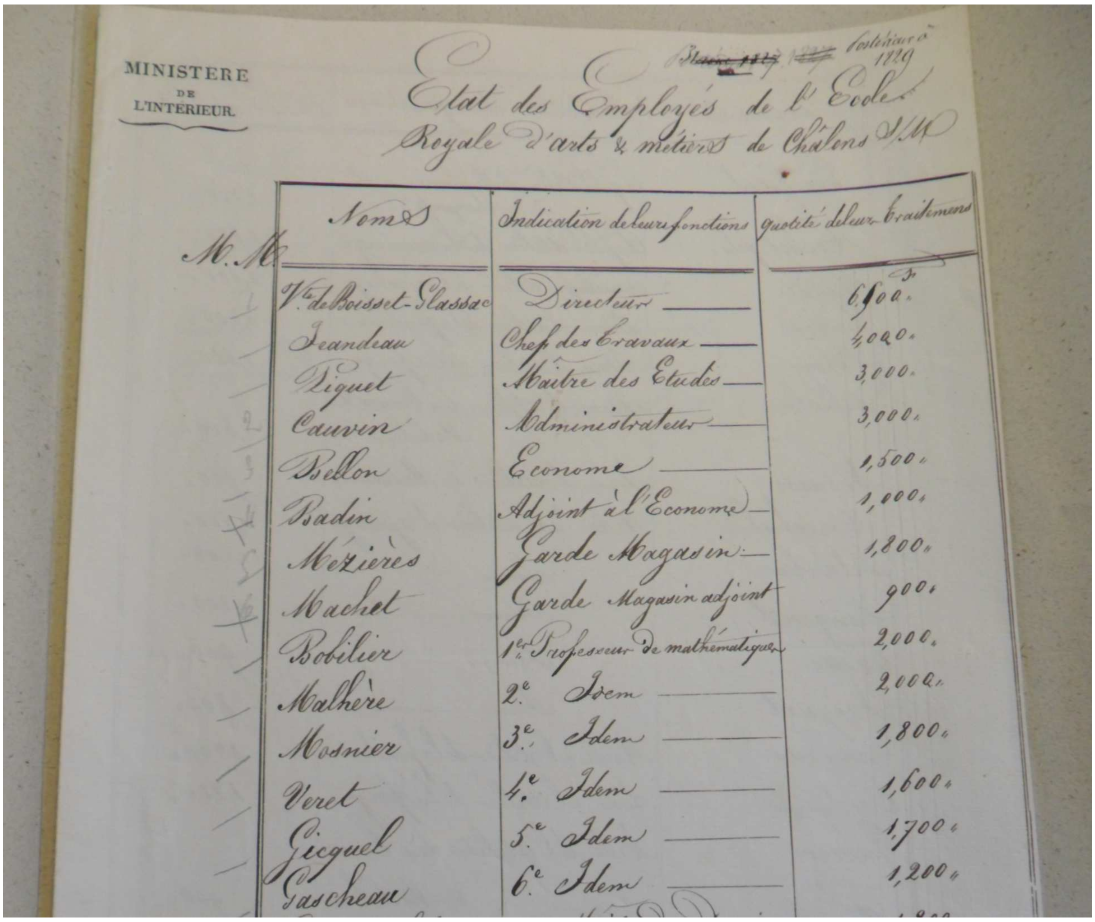
No caso de Alexandre Véret, para mostrar um exemplo de um professor com mobilidade docente ao longo da carreira, sua evolução salarial é lenta. Ele começou em 1814 ganhando 1400 fr como professor de escrita. Treze anos depois, ao passar para o posto de 4º professor de matemáticas, alcançou a cifra de 1600 fr. Após isso foi necessário esperar mais 11 anos (totalizando 24 anos de serviço) para chegar ao salário de 2000 fr (que Bobillier alcançou em apenas 2 anos).

O caso mais gritante de aparente distorção é, novamente, Jules Gascheau. Porque enquanto o irmão e o amigo dele começaram *por cima*, digamos assim, tanto na hierarquia quanto no salário, Jules Gascheau começou *por baixo*. Então era de se esperar uma evolução salarial mais ou menos parecida com a de Véret, por exemplo. Mas não foi isso que aconteceu. Ao ser nomeado provisoriamente em 1822, Jules Gascheau ganhava apenas 500 fr. Ele passou para 1000 fr no ano seguinte, na confirmação da sua nomeação como 6º professor de matemáticas. Cinco anos depois, em 1827, ainda como 6º professor de matemáticas, seu salário foi para 1200 fr. Por fim, em 1830, ao chegar ao posto de 1º professor, seu salário quase dobrou, empatando com Bobillier em 2000 fr.

Assim, sobre a dotação salarial, também não consegui entender a organização das promoções ou dos aumentos de honorários, porque mais uma vez parece não haver nenhum critério relacionado à idade ou ao tempo de serviço do professor na escola.

A figura 3.3 mostra um trecho de um documento manuscrito de 1829, com uma folha de pagamento da EdA&M de Châlons.[42] Note que na primeira coluna aparece o nome do funcionário, na segunda coluna a sua função e na terceira coluna o seu salário. Observe que nas quatro primeiras linhas aparecem as funções de diretor, chefe de trabalhos, mestre de estudos e administrador, ganhando respectivamente 6500 fr, 4000 fr, 3000 fr e 3000 fr. Da nona linha em diante aparecem os seis professores de matemáticas em ordem: Bobillier, Malhère, Mosnier, Véret, Gicquel e Gascheau (Jules). Os salários deles são 2000 fr, 2000 fr, 1800 fr, 1600 fr, 1700 fr e 1200 fr respectivamente.

[42] Para melhorar a clareza do documento, não mostro a página inteira, mas apenas as 14 primeiras linhas da tabela, suficiente para capturar o salário desde o diretor até o sexto professor de matemáticas. Este documento manuscrito está preservado em [ARCHIVES NATIONALES DE FRANCE] cota F12 (comércio e indústria), dossiê [F/12/4878].



MINISTERE DE L'INTERIEUR.

Etat des Employés de l'Ecole Royale d'arts & métiers de Châlons S/M

M.M. Noms	Indication de leurs fonctions	Quotité de leur traitement
Vte de Boissel-Glassac	Directeur	6,500.
Jeandeau	Chef des Travaux	4,000.
Piguet	Maître des Etudes	3,000.
Cauvin	Administrateur	3,000.
Bellon	Econome	1,500.
Badin	Adjoint à l'Econome	1,000.
Mézières	Garde Magasin	1,800.
Machet	Garde Magasin adjoint	900.
Bobilier	1er Professeur de mathématiques	2,000.
Malhère	2e Idem	2,000.
Mosnier	3e Idem	1,800.
Veret	4e Idem	1,600.
Gicquel	5e Idem	1,700.
Gascheau	6e Idem	1,200.

Figura 3.3: Uma folha da pagamento da EdA&M de Châlons em 1829.

3.2.3 O livro didático *Princípios de Álgebra* (1825 a 1827).

Apesar de não lecionar aritmética nem álgebra habitualmente (pois esses eram conteúdos das turmas da 2ª e 3ª divisão), Bobillier se ocupou de redigir um manual didático sobre esse assunto. Esse livro intitulado *Princípios de Álgebra* foi publicado em três pequenos volumes entre 1825 e 1827, um volume por ano. A figura 3.4 mostra a folha de rosto de um dos livros da trilogia *Princípios de Álgebra*.

Há um detalhe interessante na publicação deste livro. Apesar de morar em Châlons, a trilogia de Bobillier foi editada em Lons-le-Saunier, sua cidade natal. O editor era Fréd. Gauthier, da mesma família de Pierre Gauthier, vizinhos do menino Étienne Bobillier em Lons-le-Saunier no entorno dos anos 1800. Essas ligações de amizade entre as famílias rendeu a Bobillier a 1ª edição de seu primeiro livro didático. Em 1825/1827, a imprensa de Gauthier parece ser ainda uma pequena empresa provincial, mas a casa publicadora subsequente, denominada de Gauthier-Villars será, ao fim do século dezenove, uma das mais importantes imprensas de livros científicos em Paris.[43]

A apresentação e o conteúdo dos ***Princípios de Álgebra*****.**

Para começar a falar deste livro, reproduzo integralmente a apresentação redigida pelo próprio autor nas páginas iniciais:

> Estes PRINCIPIOS DE ÁLGEBRA foram escritos especialmente para os meus alunos; eu espero, entretanto, que eles possam ser de alguma utilidade para aqueles que empreenderão o estudo desta ciência sem a ajuda de um professor, e até mesmo para aqueles que, mais avançados, se propuserem a rever o que aprenderam anteriormente.
>
> Eles estão divididos em três livros. Eu me esforcei para que ali estivesse compreendido tudo o que é essencial conhecer para seguir com algum êxito os cursos de Geometria analítica e Mecânica racional que me foram confiados, prescrevendo-me, em todo caso, de não exceder os limites do ensino das Escolas de Artes e Ofícios.
>
> O primeiro livro contém a teoria completa de operações algébricas; eu fiz ali, em forma de suplemento, uma demonstração totalmente elementar da fórmula do Binômio de *Newton*. O segundo e terceiro tratam da resolução de problemas e das equações às quais eles conduzem; o último [livro], certos procedimentos que fornece a álgebra para abreviar o cálculo com números.
>
> Eu escolhi dentre as demonstrações que me são conhecidas, aqueles que me pareciam as mais claras e simples. Eu me apeguei sobretudo a colocar bastante ordem na distribuição da matéria, e a enunciar os resultados com precisão geométrica, convencido de que este método é o mais luminoso e o mais próprio para acelerar o progresso de iniciantes.[44]

O primeiro livro da trilogia *Princípios de Álgebra* é de 1825 e intitula-se *Operações algébricas*. É composto de dez capítulos e um anexo. Bobillier começa com números

[43] Alguns dos clientes de Gauthier-Villars são instituições renomadas como a Escola Politécnica ou o Bureau des Longitudes. Esse fato está apontado, na seção 2.1.2 desta tese.

[44] Ces PRINCIPES D'ALGÈBRE ont été spécialement rédigés pour ms élèves ; j'espère cependant qu'ils pourront être de quelque utilité à ceux qui entreprendont l'étude de cette science sans le secours d'un professeur, et même à ceux qui, plus avancés, se proposeront de revoir ce qu'ils ont appris précédemment.

Ils sont divisés en trois Livres. Je me suis efforcé d'y comprendre tout ce qu'il est essentiel de connaître pour suivre avec quelque succès les cours de Géométrie analytique et de Mècanique rationnelle qui m'étaient confiés, en me prescrivant toutefois de ne pa dépasser les bornes de l'enseignement des Écoles d'Arts et Métiers.

Le premier Livre contient la Théorie complète des opérations algébriques ; j'y ai font, en forme de supplément, une démonstration tout-à-fait élémentaire de la formule du Binome de *Newton*. Le deuxième et le troisième, traitent de la résolution des problèmes et des équations auxquelles ils conduisent ; le dernier, de certains procédés que fournit l'algèbre pour abréger le calcul des nombres.

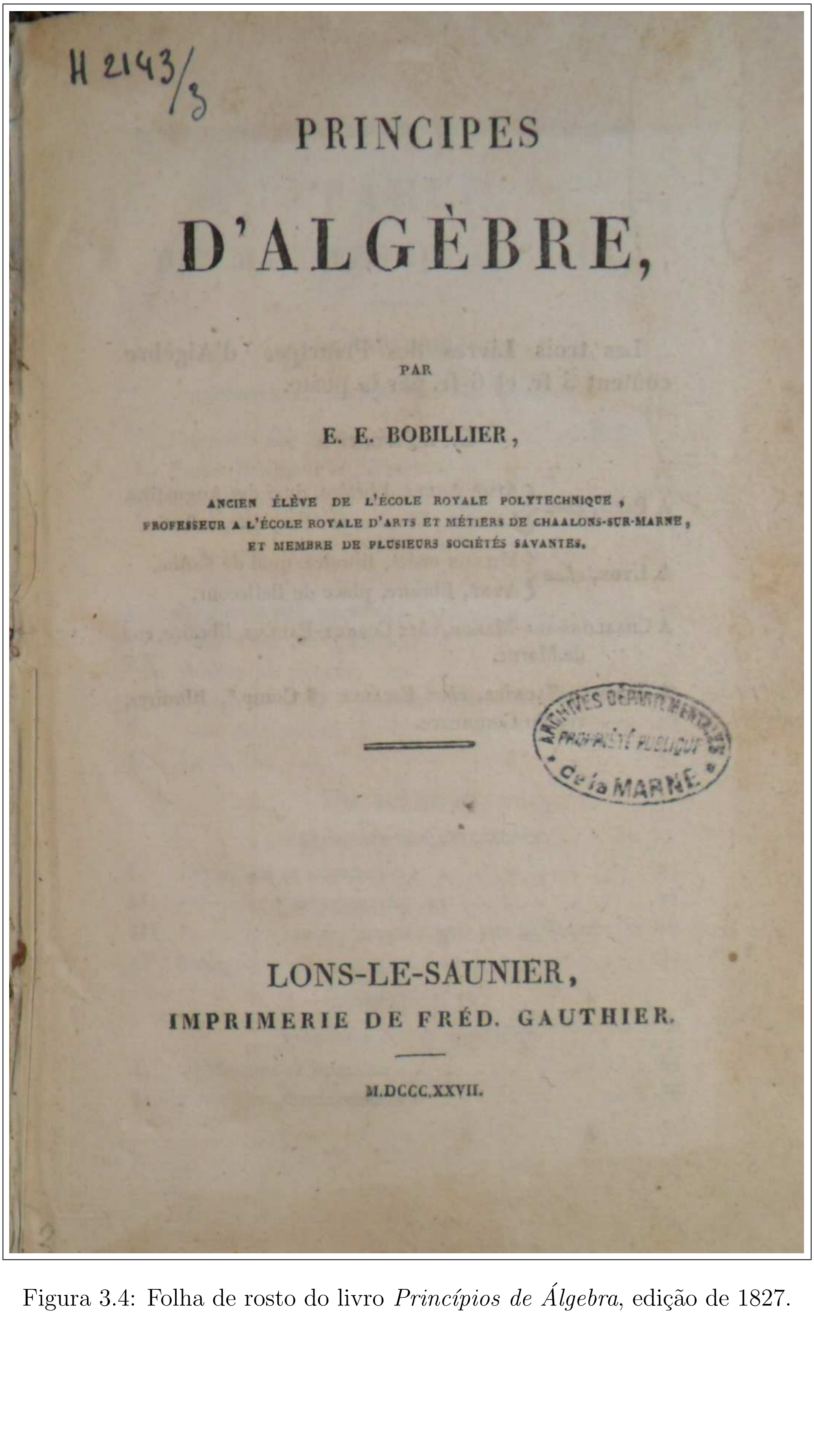
J'ai choisi parmi les démonstrations qui me sont connues, celles qui m'ont paru les plus claires et les plus simples. Je me suis attaché surtout à mettre beaucoup d'ordre dans la distribution des matières, et à énoncer les résultats avec une précision géométrique, bien convaincu que cette méthode est la plus lumineuse et la plus propre à hâter les progrès des commençants. [BOBILLIER A, (as duas primeiras páginas, que não são numeradas)].

inteiros positivos e negativos e suas regras de operações. A seguir ele passa para monômios e polinômios, onde ensina as operações de adição, multiplicação e divisão com resto. Na sequência ele ensina potências de expoentes inteiros e extrações de raízes quadradas e cúbicas de números, e continua com considerações mais gerais sobre radiciação e expoente fracionários. No anexo, Bobillier apresenta e demonstra a fórmula do binômio de Newton.

Em 1826 saiu o livro segundo dos *Princípios de Álgebra*, intitulado *Resolução de problemas e equações* e composto de oito capítulos. Neste livro, Bobillier resolve equações, problemas ou sistemas do primeiro grau (a uma, duas ou três variáveis). Ele também trata das equações e problemas de segundo grau a uma só variável. A notar que no último capítulo desse livro ele faz considerações sobre temas ligeiramente mais avançados, como equações a uma variável com grau maior que dois e a demonstração de que toda raiz de grau par de uma quantidade negativa é da forma $p \pm q\sqrt{-1}$.

Finalmente o último livro dos *Princípios de Álgebra* apareceu em 1827. O livro tem sete capítulos e intitula-se *Teoria de proporções, de progressões e de logaritmos.* Aqui Bobillier ensina problemas de razões, proporções e divisão proporcional. Trata também de "progressões por diferença" e "progressões pelo quociente" (que hoje em dia é mais comum chamar de progressões aritméticas e geométricas, respectivamente). E conclui com uma minuciosa teoria de logaritmos, incluindo definições, propriedades, construção e uso de tábuas e aplicações diversas.

Conferindo as palavras do próprio autor na apresentação, o livro serviria para um aluno da 1ª divisão "seguir com algum êxito os cursos de geometria analítica e mecânica racional" que Bobillier lecionava. Mas o mesmo autor não parece ser completamente *honesto*, pois na apresentação ele diz ter tido o cuidado de "não exceder os limites do ensino das Escolas de Artes e Ofícios", e o que se nota no livro é um conteúdo mais vasto do que o previsto para as 3ª e 2ª divisões. Nesse sentido, o *Princípios de Álgebra* parece mais útil a Bobilier mesmo do que aos seus colegas. Caso os 3º, 4º e 5º professores de matemáticas pretendessem adotar esse livro como manual em sala de aula, teriam de suprimir aquilo que fosse excessivo nas suas lições para a EdA&M.



PRINCIPES

D'ALGÈBRE,

PAR

E. E. BOBILLIER,

ANCIEN ÉLÈVE DE L'ÉCOLE ROYALE POLYTECHNIQUE,
PROFESSEUR A L'ÉCOLE ROYALE D'ARTS ET MÉTIERS DE CHAALONS-SUR-MARNE,
ET MEMBRE DE PLUSIEURS SOCIÉTÉS SAVANTES.

LONS-LE-SAUNIER,
IMPRIMERIE DE FRÉD. GAUTHIER.

M.DCCC.XXVII.

Figura 3.4: Folha de rosto do livro *Princípios de Álgebra*, edição de 1827.

Uma resenha elogiosa no jornal *Correspondência Matemática e Física*.

A trilogia de Bobillier (na verdade 2 dos 3 livros) mereceu uma nota simpática, publicada em 1827 no jornal *Correspondência Matemática e Física* do editor Adolphe Quetelet. Informamos que em 1827 Bobillier já era devidamente (re)conhecido pela comunidade matemática francesa leitora dos *Annales de Gergonne* editado na França e da *Correspondência* editada nos Países Baixos.[45] O editor Quetelet avalia o livro didático de Bobillier como "plenamente ordenado e claro" e comenta o seguinte:

> Temos sob os olhos apenas o 2º e o 3º livros dos *princípios de álgebra*, que o Sr Bobillier parece ter publicado separadamente para a comodidade do ensino. (...) A publicação desta obra só vem a acrescentar à reputação honorável que o Sr Bobillier já adquiriu pelas suas pesquisas variadas em ciências.[46]

Outras edições do *Princípios de Álgebra* (1849 a 1879).

Além da primeira, outras edições dos *Princípios de Álgebra* a que tive acesso foram as seguintes: Uma edição póstuma chamada de "Nouvelle Edition", publicada em Paris (1845), e que simplesmente reúne os três pequenos volumes num volume único. E a 5ª edição, publicada em Paris (1861), que não difere em nada da edição de 1845.[47] Há ainda outras edições cuja existência eu apurei, mas que não consegui acessar são: 3ª (1849), 6ª (1865), 9ª (1877) e 10ª (1879).

3.2.4 Gabriel Gascheau e Étienne Bobillier, dois professores em escolas diferentes.

A partir de 1828, as trajetórias de Bobillier e Gabriel Gascheau se separam. Por um lado, Gascheau avança de escola em escola até alcançar um posto de professor numa faculdade. Por outro, Bobillier ainda permanece algum tempo restrito às escolas de artes e ofícios até conseguir ampliar sua atuação docente em outros estabelecimentos.

[45] Uma apresentação mais detalhada desses jornais e a publicação das pesquisas de Bobillier neles serão vistas com mais detalhes nas seções 4.1.1 e **??** deste trabalho.

[46] Nous n'avons sous les yeux que le 2e et le 3e livres des *principes d'algèbre*, que M. Bobillier paraît avoir publiés séparément pour la commodité de l'enseignement. (...) La publication de cet ouvrage ne peut qu'ajouter à la réputation honorable que M. Bobillier s'est déjà acquise par ses recherches variées dans les sciences. [CORRESPONDANCE MATHÉMATIQUE et PHYSIQUE 1827 b, pp. 257-259].

[47] Esta 5ª edição é a mais facilmente encontrada na *internet*. Ela pode ser baixada gratuitamente, por exemplo, no site *Gallica* (vinculado à Biblioteca Nacional de França), cujo endereço eletrônico está na bibliografia desta tese.

Gabriel Gascheau deixa a escola de artes e ofícios.

Em 1827, Gabriel Gascheau, o 2º professor de matemáticas, quis sair da Escola de Artes e Ofícios de Châlons-sur-Marne. No fim daquele ano, precisamente em 18 de novembro, ele conseguiu dispensa para ser professor no Colégio Real de Poitiers. A consequência direta dessa saída foi um rearranjo interno em que, conforme já vimos antes, Bobillier e o novo professor 2º professor, Louis Marie Joseph Malhère, ficaram com as disciplinas que eram de Gascheau.

Sobre uma possível colaboração entre Gascheau e Bobillier, no período em que conviveram, não há indícios de que os dois professores compartilhassem interesses comuns em termos de pesquisa matemática, e nem mesmo colaboração didática recíproca além das atividades cotidianas das EdA&M. Quanto às diferenças, elas são basicamente duas: na quantidade de produção científica e na amplitude da carreira docente. Por um lado, a produção científica de Bobillier é muito maior. Gascheau nunca publicou nada nos *Annales de Gergonne*, no *Bulletin de Ferussac*, na *Correspondência Matemática e Física* ou nos *Nouvelles Annales*. E nos primeiros anos do *Journal de Liouville*, eu só encontrei um texto seu, de julho de 1841, onde ele é apresentado como "ex-aluno da Escola Politécnica e Inspetor da Academia de Orléans".[48] Por outro lado, a carreira de Gascheau foi bem mais longa e depois de sua saída da EdA&M de Châlons prosseguiu por mais 45 anos, até sua aposentadoria em 1872. O espírito "insubordinado" do jovem Gascheau quando aluno da Escola Politécnica não se aquietou, dando lugar a um profissional, digamos, *andarilho*. Isto porque após sair de Châlons ele passou por três cidades até se fixar na quarta e última.

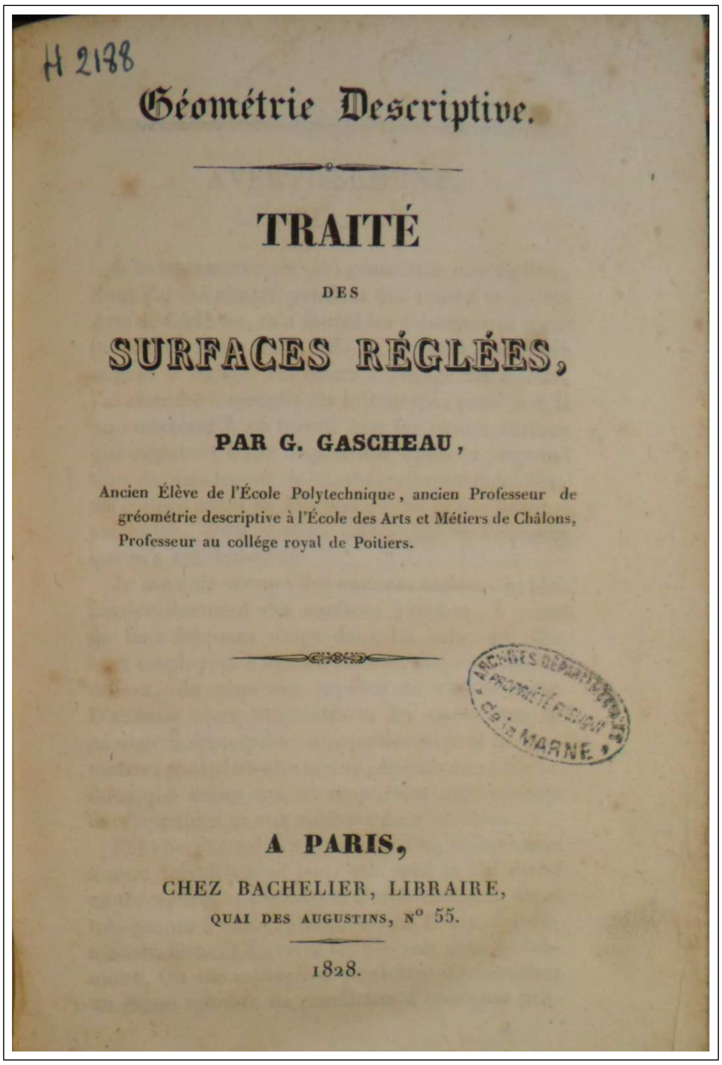
Assim, em 1827 Gascheau foi nomeado professor de matemáticas elementares e matemáticas especiais no Colégio Real de Poitiers. Cinco anos depois ele estava ensinando ciências físicas no Colégio Real de Nantes. Mais quatro anos se passaram, e veio uma terceira mudança profissional: ele agora ocupava o posto de inspetor de Academia de Orléans. Por fim, em 17 de janeiro de 1844, após "jurar fidelidade a Louis Philippe Rei dos Franceses, obediência à Carta de 1830 e às lei do Reino, e jurar conduzir-se como um bom e leal membro da Universidade", Gabriel Gascheau foi nomeado professor de matemáticas aplicadas na Faculdade de Ciências de Toulouse. Nessa função ele ficou fixado por 28 anos. Aos 74 anos de idade, com mais de meio século de serviços prestados, ele foi aposentado "por antiguidade".[49]

[48] Os periódicos científicos aqui mencionados acima são apresentados nas seções 4.1.1, ?? e 4.1.3 do próximo capítulo. O artigo de Gascheau no *Journal de Liouville* é [GASCHEAU 1841].

[49] Todas as informações acima, sobre a continuação da carreira de Gascheau, foram obtidas em [ARCHIVES NATIONALES DE FRANCE] cota F17 (instrução pública), dossiê [F/17/20800].

O livro *Tratado de Superfícies Regradas* **de Gabriel Gascheau (1828).**

No ano seguinte à sua saída de Châlons, Gabriel Gascheau publicou um pequeno livro intitulado *Geometria descritiva: Tratado de superfícies regradas*, impresso em Paris. A figura 3.5 mostra a folha de rosto do livro de Gascheau.



Géométrie Descriptive.

TRAITÉ

DES

SURFACES RÉGLÉES,

PAR G. GASCHEAU,

Ancien Élève de l'École Polytechnique, ancien Professeur de gréométrie descriptive à l'École des Arts et Métiers de Châlons, Professeur au collége royal de Poitiers.

A PARIS,

CHEZ BACHELIER, LIBRAIRE,

QUAI DES AUGUSTINS, N° 55.

1828.

Figura 3.5: O *Tratado de superficies regradas* de Gabriel Gascheau (1828).

Este livro, conforme depoimento do próprio autor, foi um produto do seu trabalho docente na EdA&M. O livro mostra estudos de superfícies como os hiperbolóides, os parabolóides hiperbólicos e os helicóides. Mostra ainda as condições de geração dessas superfícies a partir de movimentos de retas no espaço e o traçado de planos tangentes a elas. Na apresentação do seu livro, o autor se manifesta nos seguintes termos:

> O ensino da geometria descritiva, do qual eu fui encarregado durante dez anos na escola de artes de Châlons, me forneceu os elementos que compõem este pequeno

> tratado. Tendo o Sr diretor me ordenado a redigir um curso para o uso dos alunos, eu procurei preencher suas intenções; mas eu só pude me dedicar a este trabalho nos pouco instantes que restavam à minha disposição após a preparação das minha lições de matemáticas especiais no colégio real de Poitiers: assim, eu me limito a apresentar, neste ano, uma parte da obra que me foi solicitada.
>
> Eu fui guiado, neste trabalho, pela leitura das obras de Hachette e Vallée, que permanentemente dirigiam meu curso de geometria descritiva. Eu procurei, com o apoio desses dois mestres, apresentar o mais simplesmente possível, as verdades suscetíveis de aplicações úteis: se eu atingi meu objetivo, então encontrei uma ocasião de justificar a confiança que Sua Excelência o ministro da instrução pública quis por bem me conceder, me nomeando para uma cadeira de matemáticas na Universidade.[50]

"Bobillier, que não via nenhum horizonte nas escolas de artes, quis entrar na Universidade".

Logo depois da saída de Gabriel Gascheau, foi a vez de Bobillier também querer algo mais do que simplesmente encerrar sua carreira na EdA&M. Uma pequena inconfidência do orador do discurso obituário do protagonista desta tese, revela que "em 1829, Sr Bobillier, que não via nenhum horizonte nas escolas de artes, quis entrar na Universidade."[51]

É necessário fazer uma precisão e um lembrete após a leitura do testemunho acima. A precisão é de que a data em que Bobillier se manifestou a esse respeito foi em 1828 e não em 1829. O lembrete é que "entrar na Universidade", no contexto da época, não significa necessariamente dar aula em faculdades ou estabelecimentos de ensino superior. Como vimos no capítulo anterior,[52] as escolas de nível médio e intermediário também ficavam sob a supervisão do sistema administrativo chamado "Universidade". E as turmas de *matemáticas especiais*, que serviam de classes preparatórias para as *grandes escolas*, eram turmas de um nível de ensino considerado como *intermediário*, mas que funcionavam em estabelecimentos de ensino médio (que eram os liceus, na

[50] L'enseignement de la géométrie descriptive, dont j'ai été chargé pendant dix ans à l'école des Arts de Châlons, m'a fourni les élémens qui composent ce petit traité. M. le directeur m'ayant engagé à rédiger un cours à l'usage des élèves, j'ai cherché à remplir ses intentions ; mais je n'ai pu consacrer à ce travail que les courts instans qui restaient à ma disposition, après la préparation de mes leçons de mathématiques spéciales, au collége royal de Poitiers : aussi je me borne à présenter, cette année, une partie de l'ouvrage qui m'a été demandé.

J'ai été guidé, dans ce travail, par la lecture des ouvrages de MM. Hachette et Vallée, qui m'ont toujours dirigé dans mon cours de géométrie descriptive. J'ai cherché, avec le secours de ces deux maîtres, à présenter, le plus simplement possible, des vérités suscetibles d'applications utiles : si j'ai atteint mon but, j'aurai trouvé une occasion de justifier la confiance que S. Exc. le ministre de l'instruction publique a bien voulu m'accorder, en me nommant à une chaire de mathématiques dans l'Université. [GASCHEAU 1828, pp. 5-6].

[51] En 1829, M. Bobillier, qui ne voyait aucun avenir dans les écoles d'arts, voulut entrer dans l'Université. [SEANCE PUBLIQUE de la MARNE 1840 b, p. 120].

[52] Estudamos o sistema escolar francês no início do século dezenove na seção 2.2.1 desta tese.

era napoleônica, e os colégios reais, sob o regime da Restauração).

Na véspera do Natal de 1828, Bobillier entra com uma solicitação junto ao diretor da escola de Châlons e ao ministro do comércio e da indústria, pedindo para entrar numa Universidade. Dois meses depois, em 26 de fevereiro de 1829, Bobillier foi autorizado a acumular as funções de 1º professor de matemáticas na Escola de Artes e Ofícios e uma cadeira de matemáticas no Colégio Real de Châlons. Observe que Bobillier não pediu para *sair* das EdA&M. O que ele pediu (e lhe foi autorizado) foi *entrar* para uma Universidade.[53]

Então a etapa seguinte para Bobillier era tomar posse no seu novo emprego. Não consegui apurar exatamente o motivo, mas o fato é que, mesmo autorizado, Bobillier não pode ser nomeado em 1829 no Colégio Real de Châlons. Foi nesse meio tempo que aconteceu uma intervenção a favor de Bobillier, feita por um renomado matemático parisiense, Siméon Denis Poisson (1781-1840).

Poisson provavelmente conhecia Bobillier pessoalmente desde os tempos da Escola Politécnica. Convém lembrar que em 1817/1818, Poisson era examinador de análise e mecânica na EP. Além do mais, uma recomendação da parte de Poisson era algo considerável. Do ponto de vista acadêmico, havia o fato de Poisson à época já ser membro da Academia de Ciências em Paris. E do ponto de vista político, como Poisson sempre foi ferrenho opositor do regime bonapartista, gozava de boa recepção junto ao governo da Segunda Restauração do rei Charles X.

Outra vez, quem revela os fatos desse episódio é o orador do discurso obituário de Bobillier. Segundo seu relato, Poisson, que conhecia Étienne Bobillier como "um matemático de primeira ordem", recomenda-o para a turma de matemáticas especiais do Colégio Real de Amiens, uma cidade localizada no centro norte da França, a cerca de 170 quilômetros a oeste de Châlons. Dessa vez Bobillier chega até a ser nomeado, mas não se instala em Amiens e nem assume a vaga.[54]

O período que se segue, então, de 1829 a 1832, foi tumultuado na vida e na carreira de Bobillier. De um ponto de vista *macro*, a França passa por mais um golpe de estado, a Revolução dos Três Gloriosos (em 1830), que derruba o rei Charles X e entroniza um novo rei, Louis Philippe, no regime de governo chamado de Monarquia de Julho. Essa mudança de regime afeta vários estabelecimentos de administração nacional, incluindo as escolas de artes e ofícios. De um ponto de vista *micro*, a vida e

[53] Correspondências ministeriais preservadas em [ARCHIVES DÉPARTEMENTALES DE LA MARNE], série 1T (fundos da escola), dossiês [1/T/2052] e [1/T/2081].

[54] [SEANCE PUBLIQUE de la MARNE 1840 b, p. 120].

a carreira de Bobillier passa por algumas reviravoltas envolvendo promoção de posto de trabalho, transferência de cidade e de escola e até mesmo um breve momento em que ele se engaja na guarda nacional durante Revolução de 1830. Os sucessos e insucessos desse período em que Bobillier morou na cidade de Angers serão narrados mais adiante.[55] Nos próximos três capítulos vamos nos deter bastante detalhadamente nas pesquisas matemáticas de Bobillier, cujas publicações aconteceram quase todas nesse período da sua primeira temporada em Châlons-sur-Marne.

[55] O relato linear da vida e carreira de Bobillier continua a partir do capítulo 7 desta tese.

Capítulo 4

As pesquisas matemáticas de Étienne Bobillier (1826-1830).

Em 1826 Bobillier publicou um artigo no almanaque regional do departamento de la Marne e um *exercício resolvido* num jornal especializado em matemáticas, o *Annales de Gergonne*. Nos três anos seguintes apareceram pouco mais de 40 artigos entre cartas ao editor, exercícios resolvidos, notas sobre outros textos ou artigos de pesquisa original. Depois de 1830 apenas mais três textos ainda apareceram. Esse período de intensa atividade de pesquisas matemáticas de Bobillier coincidiu com o final de sua primeira temporada em Châlons-sur-Marne. A partir de sua transferência para Angers e ao longo da sua segunda temporada em Châlons, suas atividades matemáticas e profissionais restringiram-se a ensino, chefia de estudos e produção de textos didáticos.

Neste capítulo estudaremos os textos de pesquisas matemáticas de Bobillier, cuja lista completa encontra-se na tabela E.1. Para começar, na parte "Jornais e Rubricas", apresento brevemente a imprensa matemática da primeira metade do século dezenove na França e adjacências. Em particular, chamo a atenção para os periódicos *Annales de Gergonne* e *Correspondência matemática e física*, onde aparecem quase a totalidade dos artigos de Bobillier.[1] A seguir mostro como esses textos são classificados em rubricas editorias. O estudo de rubricas editoriais interessa na medida em que de certa forma simulam, refletem e contribuem na evolução dos diversos campos disciplinares em matemáticas.[2] Uma atenção especial é voltada ao formato editorial do tipo *questões propostas e questões resolvidas*. Primeiramente porque essa era uma prática que mobilizava os autores e leitores dos jornais matemáticos da época, tendo

[1] Estas são as seções 4.1.1, 4.1.2 e 4.1.3.
[2] Trata-se da seção 4.1.4.

como efeito colateral a compreensão das matemáticas como uma produção coletiva. Mas também porque mais de um terço da pesquisa original de Bobillier é apresentada nesse interessante formato.[3] Na parte "Textos e Assuntos" que continua o capítulo, convido o leitor a percorrer comigo todos os artigos de Bobillier, apresentando-os agrupados por temas. Para uma melhor apresentação dos 46 artigos, eu os dividi em textos de formação ou ensaio, textos maduros e textos tardios ou dispersos.[4] Passada essa apresentação geral dos textos de Bobillier, eu mostro na parte "Pessoas e Outros textos" quais são as referências matemáticas do geômetra de Châlons. Quem são os seus co-autores? E os demais personagens citados nos textos, quem são e como são citados? Que livros, artigos, notas, memórias ou tratados de outros autores Bobillier evoca em seus trabalhos?[5] Como complemento a esse capítulo, há um apêndice onde aparecem algumas tabelas que apresentam de forma resumida as informações contidas aqui.[6]

Chamo a atenção para os aspectos que são *abertos* nesse capítulo mas só são *fechados* nos capítulos posteriores deste trabalho. Veremos que nas pesquisas de Bobillier, destacam-se dois grupos de textos e/ou temas onde o protagonista desta tese publica seus trabalhos mais importantes: a *geometria de situação* e o *método da notação abreviada*. Esses textos, e suas ligações com os trabalhos de outros geômetras das décadas de 1810 e 1820, são objetos de estudos bem mais detalhados e reservados aos capítulos imediatamente seguintes.

Por fim,é curioso notar que a produção matemática original de Bobillier, abundante e sofisticada em 1828, tenha drástica redução logo a seguir (confira as datas das publicações de Bobillier na tabela E.3). A *desaparição* de Bobillier após 1830, ou seja, a interrupção de sua produção matemática original, acontece subitamente e sem maiores explicações públicas, exatamente quando ele já está bem estabelecido e reconhecido na comunidade matemática de sua geração. Num capítulo posterior desta tese, eu levanto e justifico algumas hipóteses que tentam explicar essa interrupção.[7]

4.1 Jornais e Rubricas.

Na expectativa de reconstituir o contexto em que ocorreram as pesquisas de Bobillier, apresento a seguir os *cenários* onde tudo se passa: os periódicos (e as rubricas) em

[3] Esse estudo aparece na seção 4.1.5.
[4] São as seções 4.2.1, 4.2.2 e 4.2.3.
[5] Estas são as seções 4.3.1 e 4.3.2.
[6] Trata-se do apêndice E.
[7] Isso é feito na seção 7.2.3 deste trabalho.

que seus artigos foram publicados. A tabela E.2 dá a informação de quais são os jornais onde aparecem os textos de Bobillier e a quantidade de textos em cada jornal.

Um breve comentário sobre a emergência de jornais especializados em matemáticas na França e adjacências, no início do século dezenove.

O século dezenove começa e a Europa vê aparecer aos poucos, mas solidamente, em vários lugares, a cultura de ler, escrever e fazer circular jornais especializados em matemáticas.

Na primeira década do século há algumas tentativas pioneiras de jornais *quase* especializados, como a *Correspondência da Escola Politécnica* e o *Jornal da Escola Politécnica*, editados por Jean Nicolas Pierre Hachette (1769-1834). Digo *quase* especializados, porque o foco desses jornais não era necessariamente as matemáticas, mas tudo o que dizia respeito à Escola Politécnica. É claro que havia muita matemática publicada ali, visto que o currículo da EP era forte nessa área. Mas havia também textos de física e química, além de outros assuntos não necessariamente científicos, mas ligados ao cotidiano da Escola. Além disso, como os próprios títulos do periódicos já indicam, tratam-se de publicações de circulação restrita ao universo politécnico. Finalmente, esses jornais não apareciam com a regularidade esperada de um jornal profissional.

Na segunda década do século aparece na França os *Annales de Gergonne*. Esse jornal é um marco na história da imprensa científica, pois além de publicar textos específicos de matemáticas, também atende a dois critérios que poderiam ser tomados como característicos de um jornal profissional. O primeiro deles é a amplitude institucional/geográfica, visto que o jornal alcançava vários lugares, para além da sua instituição e cidade de origem. A segunda característica é a regularidade da publicação, observando que seus fascículos apareciam e eram distribuídos em intervalos bem demarcados de tempo. Além de atender a esse dois critérios, o periódico *Annales de Gergonne* foi uma empreitada de longa duração, existindo por pouco mais de vinte anos.

Na esteira dos *Annales*, surge na década seguinte a *Correspondência Matemática e Física* no Reino Unido dos Países Baixos (1825) e o *Jornal de Crelle* na Alemanha (1826). Também nesta década aparece o *Boletim de Ferussac* (1824). E nas décadas posteriores surgem o *Jornal de Liouville* (1836) e os *Nouvelles Annales* (1842).

A aparição de tais periódicos na França e adjacências, num curto intervalo de meio século, indica uma profissionalização do *fazer matemático* no início do século dezenove. Associada à idéia de profissionalização, está a idéia de formação, e nisso os jornais também tem papel fundamental. Os jornais de matemática do início do século dezenove contribuíram para a formação matemática de seus leitores, incentivando-os a se comunicar e a participar como autores dos mesmos jornais. Um primeiro efeito disso é que um indivíduo que lê e/ou escreve em jornais especializados de matemática, reconhece e é reconhecido pelos seus pares, além de reconhecer-se a si mesmo como um *matemático*.[8] Deste modo, ao aglutinarem-se em torno dos jornais, seus leitores e autores pouco a pouco vão tomando consciência de que a fabricação de saberes matemáticos é uma empreitada coletiva e colaborativa, criando (e reforçando ainda mais) a sensação de pertencimento à uma *comunidade matemática*.

4.1.1 Os *Anais de matemáticas puras e aplicadas* , dito simplesmente *Annales de Gergonne*.

O *Annales de Gergonne* é periódico mais importante para esta tese. Todos os artigos mais citados de Bobillier, os que geraram mais citações, comentários, polêmicas, discussões, estudos, desdobramentos, etc, estão publicados ali. Para ser mais exato, esse periódico exibiu em quatro volumes, do tomo XVII ao tomo XX, trinta e três dos 46 artigos de Bobillier.

O jornal, criado em 1810 sob o título de *Anais de matemáticas puras e aplicadas*, foi o primeiro jornal moderno na Europa, especializado em publicação de artigos de pesquisas em matemáticas. Este periódico aparecia em fascículos mensais de mais ou menos 30 a 40 páginas. De ano em ano, os doze fascículos da temporada eram reunidos num volume. Cada temporada do jornal, que correspondia a um volume, corria do mês de julho de um determinado ano até o mês de junho do ano seguinte. Ao todo o jornal durou pouco mais de 21 anos, produzindo 22 volumes. Do primeiro ao penúltimo, com uma quantidade de 380 a 400 laudas por volume, e o último com pouco menos de 100 laudas.

Inicialmente o periódico era editado por Joseph Esprit Thomas Lavernède (1764-1848) e por Joseph Diaz Gergonne (1771-1859), ambos professores de matemática em Nîmes, uma cidade localizada no sul da França. Mas já a partir de terceiro volume, o jornal passou a ser dirigido exclusivamente por Gergonne.

O jornal cessou exatamente no fascículo de agosto de 1831, provavelmente por *falta de fôlego* de Gergonne em prosseguir nessa empreitada editoral sem abrir mão de

[8] Ou, mais geralmente, um *usuário da matemática*, no sentido que já foi exposto anteriormente. Confira a primeira nota de rodapé na seção 1.1.3, no capítulo introdutório desta tese.

lecionar na sua classe de *matemáticas especiais* no liceu de Nîmes e mais acumulando o recente posto de reitor da Academia de Montpellier que lhe havia sido imputado.

O editor Joseph Diaz Gergonne.

Joseph Diaz Gergonne nasceu na cidade de Nancy, localizada no departamento de Meurthe-et-Moselle (região de Lorraine), em 19 de junho de 1771. Após uma curta carreira militar e tendo passado por algumas cidades do norte do país, Gergonne estabeleceu-se no sul da França (na região de Languedoc, que inclui as cidades de Nîmes e de Montpellier, entre outras), onde exerceu plenamente sua carreira de professor, editor e reitor. No Liceu de Nîmes ensinou *matemáticas especiais* por quase cinco décadas, desde 1795 até sua aposentadoria em 1844. Paralelamente a isso, foi nomeado professor suplente de filosofia na Faculdade de Letras de Montpellier em 1812 e professor de astronomia na Universidade de Montpellier em 1816. Sem deixar de ser professor na classe de *matemáticas especiais*, assumiu a direção dos *Annales* ao longo dos seus 22 anos de existência. Sob o regime de governo da Monarquia de Julho, Gergonne foi reitor da Academia de Montpellier (entre 1830 e 1844). Finalmente morreu pouco antes de completar 88 anos de idade, em Montpellier, no dia 04 de maio de 1859.

A presença de Gergonne na história da matemática é fortemente considerada pelo fato de ter sido o editor e o maior colaborador dos *Annales*. É ele quem assina 180 de um total de 839 artigos publicados no periódico (pouco mais de um quinto da quantidade de textos).[9] Essa quantidade numerosa de artigos já justificaria por si só o apelido de *Annales de Gergonne* para seu o jornal.

Mas isso não é tudo. Gergonne era também um grande animador do jornal, no sentido de incentivar a aparição de autores entre seus leitores. Para isso ele lançava mão de métodos *corretos*, digamos assim, como por exemplo, a publicação sistemática em todos os fascículos das seções de *Questões propostas* e *Questões resolvidas*, um expediente de enorme sucesso editorial.[10] Outro expediente utilizado pelo editor era o de traduzir e publicar textos integrais ou extratos de artigos publicados por autores (e em jornais) estrangeiros. Com isso, de certa forma ele alargava o espectro de autores para o seu jornal. Mas eventualmente ele também se valia de métodos de *licitude duvidosa*, digamos assim. Por exemplo, o truque de redigir textos anônimos ou sob pseudônimos inventados, para suscitar réplicas redigidas por outros autores ou

[9] [DHOMBRES e OTERO 1993, p. 17].
[10] Veremos adiante mais detalhes sobre essas rubricas editoriais, *Questões propostas* e *Questões resolvidas*, nos *Annales*.

as vezes por ele mesmo (sob seu verdadeiro nome). Com isso, provocavam-se debates e discussões (algumas das quais desembocando em polêmicas acirradas).

Por fim, a terceira grande marca da editoração de Gergonne nos *Annales* é a quantidade enorme de intervenções que ele fazia nos textos de todos os autores que publicaram no seu jornal. O editor inseria dezenas de notas de rodapé nos textos publicados. A maioria dessas notas meramente indicava aparições anteriores nos *Annales* de um certo tema que estivesse sendo tratado no texto atual. No caso de um teorema que estivesse sendo apresentado, ele costumava indicar (quando houvesse) versões de reprise, de generalização ou de casos particulares, além de demonstrações alternativas. Essas intervenções são positivas, no sentido de fazer os textos do jornal comunicarem-se entre si. Mas ele também inseria sem o menor pudor, enormes notas de rodapé com complementos ao texto principal, onde apresentava de autoria própria o que ele achasse adequado: um corolário extra, uma demonstração alternativa de um resultado, comentários provocativos, perguntas contestando a validade do resultado enunciado no texto principal, etc. De resto, Gergonne chegou até mesmo a interferir em alguns dos textos principais dos colaboradores de seu jornal, e não somente inserindo notas de rodapé.[11]

Quem era e onde estavam os leitores e autores dos *Annales*?

A comunidade de leitores e autores dos *Annales* ultrapassava a comunidade dos matemáticos profissionais reconhecidos. Enquanto esses matemáticos, digamos, *de elite*, publicavam na Academia de Ciências de Paris, havia um grupo bem mais amplo de usuários da matemática, a quem o jornal era dirigido: professores e estudantes. Se por um lado, uma boa parte dessas pessoas eram diretamente ligados à Escola Politécnica de Paris (professores, alunos e ex-alunos), por outro, havia também uma grande parte de leitorado dos *Annales* que era proveniente das faculdades, liceus e escolas provinciais.[12]

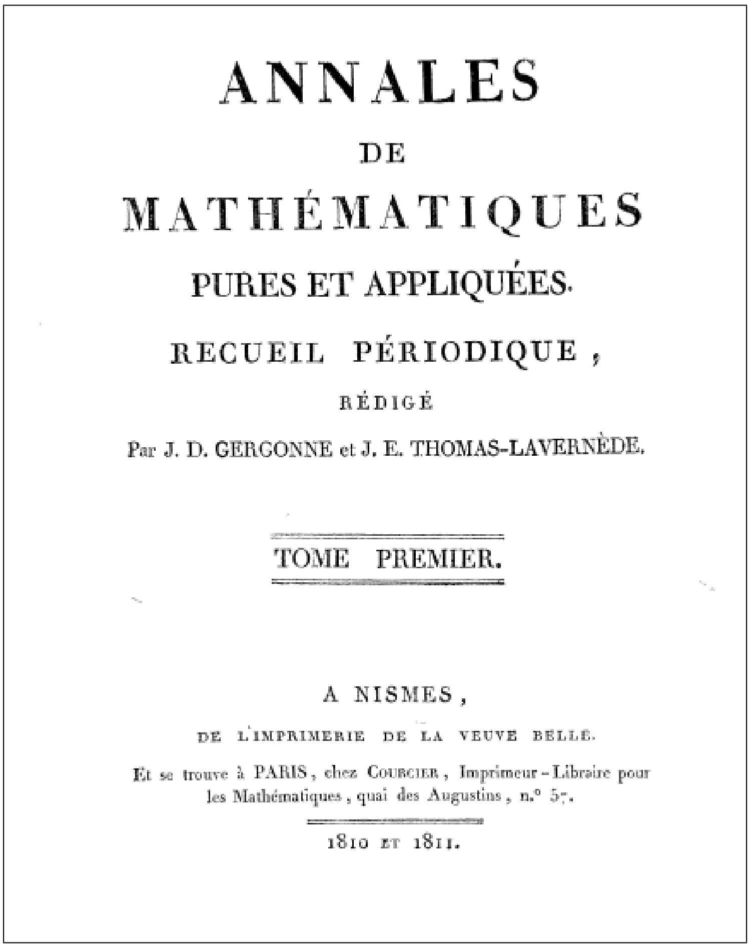
Onde estavam esses professores e estudantes, público principal do jornal de Gergonne? Os historiadores Jean Dhombres e Mario Otero, num estudo publicado em 1993, contaram tanto os artigos, quanto os autores nos *Annales*, numa estatística de repartição geográfica estabelecida sobre o tripólo Paris-Província-Exterior. O resultado mostra que mais de um terço de autores são de origem provincial, contra menos de um quinto de autores parisienses. Quanto aos textos, quase dois terços são assi-

[11] O caso mais famoso desse tipo de intervenção editorial de Gergonne aconteceu com dois textos de Plücker publicados em 1826. Esse episódio será narrado e examinado mais detidamente nas seções 5.3.1 e 5.3.3 desta tese.

[12] [DHOMBRES e OTERO 1993, pp. 17-27, 67].

nados por autores provinciais contra um décimo assinado por autores parisienses.[13] O fato dos *Annales* ser um jornal *de* província (e também *na* e *a partir* da província), é anotado por Dombres e Otero nos seguintes termos:

> [Os Annales estavam] baseados em Nîmes (e em Motpellier), longe de Paris e de suas escola. Portanto, longe do centro reconhecido do saber matemático, o *centro das luzes* como convinha então lhe qualificar, o jornal de Gergonne parece confundir o par dominante/dominado, isto é, Paris/Província, e é de fato uma criação singular na história do século XIX francês.[14]



ANNALES
DE
MATHÉMATIQUES
PURES ET APPLIQUÉES.
RECUEIL PÉRIODIQUE,
RÉDIGÉ
Par J. D. GERGONNE et J. E. THOMAS-LAVERNÈDE.

TOME PREMIER.

A NISMES,
DE L'IMPRIMERIE DE LA VEUVE BELLE.
Et se trouve à PARIS, chez COURCIER, Imprimeur-Libraire pour les Mathématiques, quai des Augustins, n.° 57.
1810 ET 1811.

Figura 4.1: Folha de rosto do tomo I dos *Annales de Gergonne* (1810/1811).

O ensino como objetivo e a geometria como tema dominante.

A intenção explicitamente declarada pelos editores quando inauguraram os *Annales* é que eles fossem um ponto de convergência de interesses de professores e estudantes

[13] As taxas percentuais exatas podem ser conferidas na tabela 1 em [DHOMBRES e OTERO 1993, p. 18].

[14] [DHOMBRES e OTERO 1993, p. 13].

em prol do ensino de matemáticas:

> [Falta-nos ainda] um periódico que permita aos geômetras de estabelecerem entre si um comércio ou, para dizer melhor, uma espécie de comunidade de [pontos de] vista e de idéias. (...) Estes *Annales* serão consagrados principalmente às *matemáticas puras*, e sobretudo às pesquisas que terão por objetivo aperfeiçoar e simplificar o ensino [de matemáticas].[15]

Em seus 22 anos de existência, esse periódico de fascículos mensais publicou 839 textos, assinados por quase 107 autores franceses e estrangeiros da sua geração.[16] A maioria dos textos trata de geometria e, para os historiadores Jean Dhombres e Mario Otero, isso é consequência da predileção de Gergonne por este tema (e mais particularmente, a geometria analítica).[17]

Segundo os historiadores mencionados, os *Annales* não são um *retrato* do panorama matemático da época, pois não apareciam ali todas as frentes de pesquisas inovadoras em matemáticas que se praticava nos anos 1810 e 1820. O jornal era muito mais um retrato dos interesses, sejam pedagógicos/editorias ou sejam matemáticos, do seu editor:

> Gergonne através dos *Annales* apresenta uma visão totalmente particular das matemáticas, visão que não se apega nem à pesquisa de seu tempo, nem à divulgação em geral. Ela nos parece essencialmente dominada por dois fatores, de uma parte [atender às] necessidades da comunidade bem específica de professores de liceu, e de outra parte o engajamento analítico do próprio Gergonne.[18]

A condução individual de Gergonne se fez sentir com o tempo em seu jornal. Dhombres e Otero apontam que ele não alcançou assimilar todas as novidades matemáticas que apareciam nas Academias e outras instituições de pesquisa. Os professores e estudantes provinciais e os de nível intermediário não perceberam essa lacuna, pois para eles o jornal era (sempre foi) fonte de novidades. Mas entre os matemáticos profissionais, as contribuições *de ponta de lança* foram pouco a pouco rareando.[19] Apesar disso, os historiadores acima mencionados indicam que a dualidade em geometria, a geometria de situação, a representação geométrica dos números

[15] [Il nous manque encore d'un] recueil qui permette aux géomètres d'établir entre eux un commerce ou, pour mieux dire, une sorte de communauté de vues et d'idées. (...) Ces *Annales* seront principalement consacrées aux *mathématiques pures*, et surtout aux recherches qui auront pour objet d'en perfectionner et d'en simplifier l'enseignement [des mathématiques].

Confira em ["Prospectus", *Annales de Gergonne*, volume I, p. i,ii].

[16] [DHOMBRES e OTERO 1993, p. 17].

[17] Os argumentos sobre a influência da predileção do editor pela geometria analítica na condução do jornal aparecem nas páginas 27 a 32 de [DHOMBRES e OTERO 1993].

[18] [DHOMBRES e OTERO 1993, p. 43].

[19] [DHOMBRES e OTERO 1993, p. 58].

imaginários e os aperfeiçoamentos nas teorias sobre as cônicas foram temas e debates destacados conduzidos no jornal. O historiador Dirk Struik, autor do verbete *Gergonne* no *Dicionário de Biografias Científicas* (DSB), acrescenta que "os *Annales* desempenharam um papel essencial na criação da geometria projetiva moderna e na geometria algébrica."[20]

Os *Annales de Gergonne* e a formação matemática de Bobillier.

Como observação final desta seção dedicada à apresentação dos *Annales de Gergonne*, vale registrar o seu caráter pedagógico, e em particular, sua influência na formação matemática de Bobillier. Conforme veremos no avançar desta tese, a inserção de Bobillier nas pesquisas matemáticas de sua época (bem como sua atualização sobre o que estava acontecendo), tem como *porta de entrada* a sua enorme participação da seção *Questões resolvidas*, fomentada pela seção *Questões propostas* de Gergonne.[21] Além disso, quando Bobillier em seus textos reprisa o vocabulário matemático do editor dos *Annales*, isso mostra mais uma vez a função de *texto de formação* que esse jornal assume perante o professor da EdA&M de Châlons.[22] Por fim, veremos também que, salvo a questão da representação geométrica dos números imaginários, os outros três temas maiores nos *Annales*, segundo a seleção de Dhombres e Otero, receberam contribuições fundamentais de Bobillier.[23]

4.1.2 A *Correspondência Matemática e Física* de Quetelet.

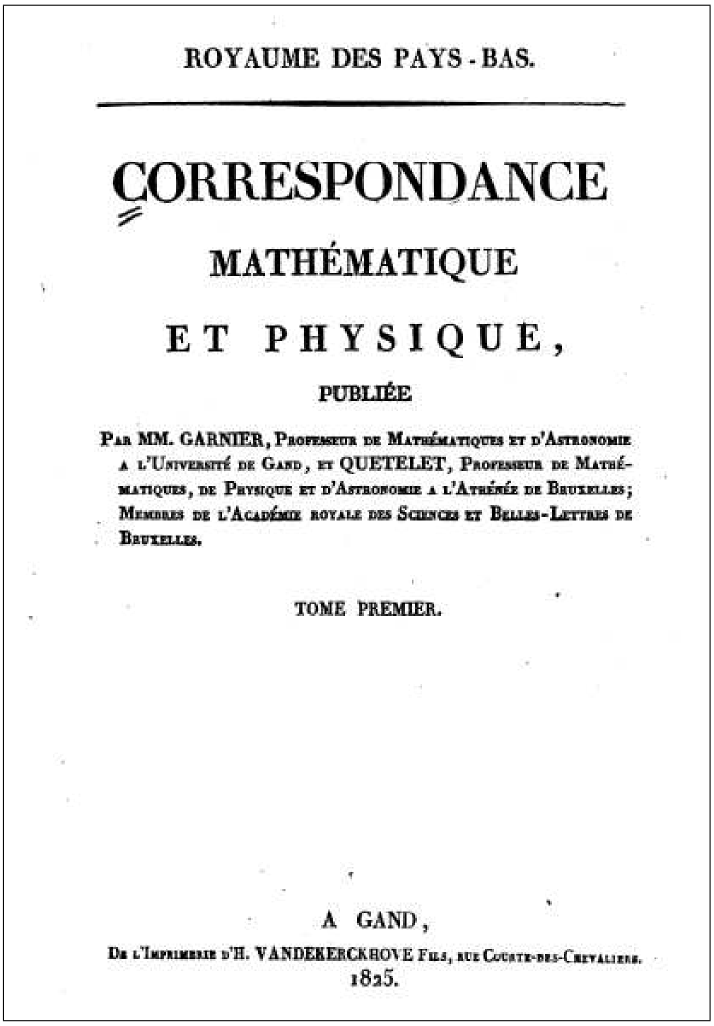
O jornal *Correspondência matemática e física* é um periódico francófono publicado no Reino Unido dos Países Baixos sob direção de Adolphe Quetelet. Durou pouco mais de dez anos, entre 1825 e 1838. Nos primeiros anos, de 1825 a 1832, apareceu regularmente um volume por ano, totalizando oito volumes. Após essa data o jornal passa por uma reformulação e muda de nome para *Correspondência Matemática e Física do Observatório de Bruxelas*. Daí em diante a distribuição torna-se irregular, e em seus últimos seis anos não se produziu mais do que quatro volumes. Bobillier publicou ali, nos volumes 3 e 4 (de 1827 e 1828, respectivamente) um total de dez artigos.

[20] [STRUIK 1970, p. 888].

[21] Isso será mostrado um pouco mais detalhadamente na seção 4.1.5 desta tese.

[22] Veremos um exemplo importante e bastante claro dessa reprise do vocabulário de Gergonne por Bobillier na seção 5.3.2 desta tese.

[23] Em particular, a dualidade em geometria e a geometria de situação (tanto nos *Annales* de modo geral, quanto em Bobillier, em particular) são estudadas detalhadamente no próximo capítulo desta tese.



ROYAUME DES PAYS-BAS.

CORRESPONDANCE

MATHÉMATIQUE

ET PHYSIQUE,

PUBLIÉE

PAR MM. GARNIER, PROFESSEUR DE MATHÉMATIQUES ET D'ASTRONOMIE A L'UNIVERSITÉ DE GAND, ET QUETELET, PROFESSEUR DE MATHÉMATIQUES, DE PHYSIQUE ET D'ASTRONOMIE A L'ATHÉNÉE DE BRUXELLES; MEMBRES DE L'ACADÉMIE ROYALE DES SCIENCES ET BELLES-LETTRES DE BRUXELLES.

TOME PREMIER.

A GAND,

DE L'IMPRIMERIE D'H. VANDEKERCKHOVE FILS, RUE COURTE-DES-CHEVALIERS.

1825.

Figura 4.2: Folha de rosto do tomo I da *Correspondência* de Quetelet (1825).

Lambert Adolphe Jacques Quetelet (1796-1874).

Quetelet foi um matemático, físico e astrônomo neerlandês. Trabalhou por muitos anos no Observatório Real de Bruxelas. Ele era um cientista reconhecido pelos seus contemporâneos, não só no Reino Unido dos Países Baixos, mas também em vários outros países, principalmente pelos seus esforços de estabelecer e organizar uma rede de cooperação científica internacional. Ele é célebre por introduzir um tratamento matemático mais preciso aos dados recolhidos em estatísticas sociais. Publicou ainda trabalhos em geometria, geofísica e meteorologia. Num livro escrito em 1867, onde narra suas memórias científicas, Quetelet conta sobre os primeiros anos da Academia de Belas Letras e Ciências de Bruxelas e de suas pretensões editoriais. Em certo trecho, ao se recordar a gênese da sua *Correspondência*, menciona alguns dos seus primeiros colaboradores, entre os quais aparece o nome do protagonista desta tese:

> Os amigos da antiga geometria encorajaram esta útil tendência; eu citarei particularmente Ampère, Bobillier, Chasles, Gergonne, Gerono, Hachette, Lévy, Olivier, Plana, Plücker, Poncelet, Michel Reiss; todos nos comunicaram trabalhos que foram inseridos na *Correspondência matemática e física.*[24]

4.1.3 Outros periódicos do século dezenove.

Eis alguns outros periódicos que aparecem nesta tese. Alguns estão fora do espectro de publicações de Bobillier, outros pertencem às gerações posteriores à dos geômetras dos anos 1820 (nos quais este trabalho tem maior interesse) e outros ainda são de circulação restrita ou regional. No entanto é pertinente apresentar brevemente cada um deles, visto que há textos a serem estudados nessa tese que aparecem ali.

O *Bulletin de Ferussac* (de 1824 a 1831).

O *Boletim de ciências matemáticas, astronômicas, físicas e químicas* também é um jornal que ganhou o apelido do seu editor, sendo conhecido como *Bulletin de Ferussac.* Para ser mais exato, o Barão de Ferussac era menos um editor, e mais um animador e patrocinador do periódico. Ele contava, trabalhando consigo, com uma grande equipe de cientistas especialistas nas diferentes áreas de interesse, que editavam as seções específicas do boletim.

O *Bulletin de Ferussac* tinha a característica de publicar, majoritariamente, resenhas e divulgação dos artigos dos demais jornais científicos que circulavam. Assim, diversas resenhas sobre os *Annales de Gergonne* (o que incluía comentários e análise dos textos de Bobillier, por exemplo) apareciam regularmente ali. E também resenhas da *Correspondência* de Quetelet, do periódico alemão *Journal de Crelle*, de tratados, de livros didáticos, entre outras coisas.

Mas o jornal continha também artigos e textos originais e não apenas resenhas ou resumos. Bobillier nunca publicou ali, mas entre 1827 e 1829 seu nome e seus trabalhos foram mencionados várias vezes. Outros geômetras (como por exemplo, Poncelet e Plücker) e outros textos significativos para esta tese foram publicados pelo *Bulletin de Ferussac.*[25]

O jornal durou de 1824 a 1831 totalizando 16 volumes. Ao longo da sua existência, apareceu com pelo menos quatro nomes diferentes, mas todos mais ou menos parecidos entre si, e todos contendo as palavras *Boletim* e *Ciências* no título.

[24] QUETELET 1867, p. 156].
[25] Veremos esses textos de Plücker e de Poncelet nas seções 5.3.2 e 5.3.3.

O *Journal de Crelle* (de 1826 aos dias de hoje).

O *Journal de Crelle*, de verdadeiro nome *Journal für die reine und angewandte mathematik*, foi assim apelidado a partir do nome do seu primeiro editor, o matemático August Leopold Crelle (1780-1855). Esse jornal foi fundado em 1826 e ainda é publicado até os dias de hoje.

Não há nenhum texto de Bobillier neste jornal. Entretanto alguns personagens importantes na história que está sendo narrada aqui publicaram, eventualmente, textos nesse periódico. Destaque para Poncelet e Plücker, cujos textos foram bem recebidos pelo editor Leopold Crelle a partir da década de 1830.[26]

Dois "herdeiros" dos *Annales de Gergonne*: o *Journal de Liouville* (de 1836 aos dias de hoje) e os *Nouvelles Annales de Mathématiques* (de 1842 a 1927).

Os *Nouvelles Annales de Mathématiques* é um jornal que circulou na França de 1842 a 1927. Como este jornal inicia dois anos após a morte de Bobillier, com forte razão não há nenhum texto do protagonista desta tese publicado ali. O periódico *Nouvelles Annales*, era sub-intitulado *jornal dos candidatos às escolas politécnica e normal*, e foi criado por Orly Terquem (1782-1862) e Camille Gerono (1799-1891).[27]

Apenas por menção, mas sem maiores desdobramentos, há também o *Journal de Liouville*. Seu verdadeiro nome é *Journal de mathématiques pures et appliqueés*, recebe seu apelido, como não poderia deixar de ser, também a partir do nome do seu primeiro editor, o matemático Joseph Liouville (1809-1882). Também não há nenhum texto de Bobillier publicado ali.

Ao fim do velho *Annales de Gergonne*, leitores de todos os tipos (profissionais, acadêmicos, professores do diversos níveis, estudantes, militares, etc), interessados em matemáticas, ficaram *órfãos* de um jornal específico. Foi necessário esperar cinco anos para aparecer o periódico de Liouville e depois mais seis anos até o advento dos *Nouvelles Annales*. Tanto um quanto outro jornal, cada um à sua maneira, são *herdeiros* dos *Annales*. A começar pelos títulos que imitam o título oficial do jornal de Gergonne. Liouville substituiu o termo "Anais" pela palavra "Jornal", e manteve as "matemáticas puras e aplicadas". Já Terquem e Gerono eliminaram as palavras

[26] Estudaremos alguns textos deles no *Journal de Crelle* nas seções 5.3.3 e 5.3.4.

[27] Atualmente existe um grupo de pesquisa voltado ao estudo das diversas facetas desse jornal. Este grupo é vinculado aos Archives Henri Poincaré e ao Groupe d'Histoire et Diffusion des Sciences d'Orsay. Como resultado parcial deste trabalho existe uma base de dados *on line* com bastante informações sobre os autores desse periódico, intitulada "Nouvelles Annales de Mathématiques: Les Auteurs".

"pura e aplicada" e astutamente inseriram a palavra "Novos" à frente de "Anais".

Entretanto, os *Nouvelles Annales* não competiam com o *Journal de Liouville*, pois o público de leitores/autores de cada um desses periódicos tinha perfis diferentes e mais ou menos bem definidos. Por um lado, o *Journal de Liouville* foi rapidamente adotado pelos cientistas profissionais e acadêmicos, que faziam aparecer ali suas pesquisas especializadas *de ponta*. Quanto aos *Nouvelles Annales*, desde as origens visavam um público intermediário de estudante, professores ou simplesmente interessados pelas matemáticas no nível dos programas das classes preparatórias, embora ali aparecessem eventualmente artigos inovadores em certos domínios (em geometria em particular).

Alguns jornais regionais.

Bobillier foi membro de algumas sociedades *savantes* regionais, que eram agrupamentos de estudiosos ou outros cidadãos ilustres da cidade que se reuniam regularmente para ouvirem os discursos uns dos outros sobre os mais diferentes temas. Várias dessas sociedades mantinhas publicações anuais que continham anúncios de interesse regional e as transcrições dos discursos ou leituras proferidas nas suas reuniões públicas. É bom registrar que esses anuários não são periódicos de matemáticas, não são nem mesmo de temas exclusivamente técnicos ou científicos. Pelo contrário, além dos assuntos científicos, técnicos e industriais, ali cabiam também discursos políticos ou morais, textos de geografia e história, textos de ou sobre poesia, e outros tantas coisas.[28]

Há três textos de Bobillier aparecendo em publicações desse tipo: dois na *Seção Pública da Sociedade de Agricultura, Comércio, Ciências e Artes do Departemento de la Marne*, sediado em Châlons, e um nas *Memórias da Sociedade de Agricultura, Ciências e Artes de Angers*. Note que Châlons-Sur-Marne e Angers são as duas cidades onde Bobillier trabalhou como professor em sua carreira docente.

4.1.4 As rubricas editoriais

Uma *rubrica* é uma classificação editorial de um artigo de acordo com o assunto do mesmo. Estudar rubricas e os conteúdos matemáticos publicados nelas, pode contribuir na compreensão de alguns aspectos, como por exemplo: Quais são as concepções disciplinares que um autor ou editor tem sobre suas práticas matemáticas?

[28] Para mais detalhes sobre os objetivos e o funcionamento de sociedades regionais desse tipo, bem como sobre o tipo de texto que apareciam nos seus anuários, confira a seção 9.2.1 desta tese.

Como determinadas práticas e/ou notações compartilhadas em torno de uma rubrica evoluem rumo à formatação de uma disciplina (ou de um campo de estudos e pesquisa)? O estudo das rubricas de um conjunto de artigos pode se restringir a um determinado jornal ou a um determinado período ou ainda á obra de um pesquisador.

O que há de mais relevante a ser dito aqui nessa seção é a diferença entre *rubrica principal* e *rubrica alternativa.* Essa separação em dois tipos de rubrica não era utilizada no período histórico que estou estudando, mas foi inventada por mim, no âmbito desta tese, para organizar melhor a exposição e a análise das informações.

Os editores, a rubrica principal e as rubricas alternativas.

Uma rubrica pode ser imputada pelo próprio autor de um artigo. No nosso século, com a multiplicação de temas de pesquisa e a proliferação de revistas ainda mais especializadas, um pesquisador que escreve um artigo que ele entende ser, digamos, de geometria algébrica, não vai enviar seu texto, por exemplo, para uma revista de probabilidades. Mas na época em que se desenrola a história narrada nesta tese, devido às poucas revistas de áreas específicas dentro das matemáticas, os textos sobre os mais diversos assuntos eram enviados para os mesmos (poucos) jornais. Uma das tarefas a que o(s) editor(es) se atribuía(m) era a de rubricar um artigo que fosse publicado em seu jornal. Decidir com precisão a que área de pesquisa pertence um texto é um problema difícil, como de resto qualquer problema de taxonomia. Essa tarefa ficava a cargo dos editores Gergonne nos *Annales* e de Quetelet na *Correspondência.*[29]

De modo geral, a lista de textos publicadas num determinado tomo de um jornal aparecia ao final, no sumário,[30] acompanhada da informação do número da página. Para melhor guiar a leitura que interessasse a um determinado leitor, os índices apresentavam os textos do volume agrupados por rubricas. Conforme disse antes, nem sempre decidia-se facilmente que rubrica deveria ser imputada a um determinado artigo. Assim, ocorria de muitas vezes o mesmo artigo aparecer mais de uma vez no índice, alistado sob rubricas diferentes. Vários dos textos de Bobillier, por exemplo, receberam esse tipo de tratamento. Além disso, aos diversos textos do tipo *questões resolvidas*, os editores sempre inventava rubricas disciplinares que pudessem esclarecer ou indicar *qual é* a matemática que emerge no enunciado ou na resolução das *questões propostas.*

[29] Para um estudo mais detalhado da evolução das rubricas nos *Annales de Gergonne*, e em particular o enorme destaque nas rubricas de geometria (tanto em quantidade de textos quanto nas qualificações disciplinares), confira as páginas 40 a 57 de [DHOMBRES e OTERO 1993].

[30] Também chamado de índice em português e de *tables de matières* em francês.

Nesta tese, estou chamando de *rubrica principal* de um artigo (de qualquer que seja o autor e em qualquer que seja o jornal) à classificação editorial que aparece na folha de rosto (a primeira página) do artigo no corpo do texto. Cada texto tem apenas uma única rubrica principal. Quando há mais de uma ocorrência de um mesmo texto no sumário de um volume publicado, o no caso específico das *questões resolvidas*, as demais rubricas além da principal são as que eu chamo nesta tese de *rubricas alternativas*.

Por exemplo, o artigo de maio de 1828 – o mais célebre de Bobillier e campeão de citações tanto em sua geração quanto nas gerações posteriores – apresenta-se na folha de rosto como um texto sob a rubrica *filosofia matemática*.[31] Uma conferida no sumário do volume XVIII dos *Annales* onde o texto está publicado, mostra que o mesmo artigo aparece tanto no grupo de *filosofia matemática* quanto no de *geometria analítica*. Assim, *geometria analítica* é sua rubrica alternativa e *filosofia matemática* é sua rubrica principal.

Rubricas sob as quais Bobillier publicou.

Os textos de Bobillier foram publicados sob 16 rubricas principais. Elas estão alistadas e ranqueadas por quantidade de textos na tabela E.4, que apresenta também quais são os textos sob cada rubrica. Note que as três rubricas com mais textos (que são *questões resolvidas (de geometria)* seguidas de *geometria analítica* e *geometria de situação*) já abarcam mais da metade da produção de Bobillier.

Considerando as rubricas principais acrescentadas das alternativas, a lista totaliza 24 rubricas, apresentadas na tabela E.5. Nessa lista, observamos que há uma *geometria* sem nenhuma qualificação disciplinar e outras sete *geometrias* com qualificações disciplinares distintas: *analítica*, *de situação*, *de curvas e superfícies*, *elementar*, *descritiva*, *transcendente* e *pura*. Se acrescentarmos a isso as rubricas com títulos tais como *análise aplicada à geometria*, por exemplo, observamos que há 15 rubricas, entre as 24, que tem a palavra *geometria* em seu nome.

As tabelas E.6 e E.7 (cada uma delas ocupando quatro páginas) mostra a produção de Bobillier, tendo como referência a linha do tempo. Nos anos de 1827 a 1829, em que sua produção foi volumosa, a linha do tempo corre de mês em mês. Nos demais períodos (de 1825 a 1826 e de 1830 a 1834), a linha do tempo está numa escala de anos. A primeira tabela contém tantas células preenchidas quantos são os textos de

[31] Trata-se de [BOBILLIER 25], estudado detalhadamente na seção 6.3.1 desta tese.

Bobillier, pois são exibidas apenas as rubricas principais. A segunda tabela mostra as rubricas principais e as alternativas numa mesma moldura.

Essa evolução temporal das rubricas mostra informações interessantes. Para começar, a primeira página da tabela E.6 concentra os textos de Bobillier nas primeiras linhas, que são exatamente as rubricas de *questões resolvidas*, onde fica claro um período inicial de *formação* e *treinamento* de Bobillier para as pesquisas matemáticas. A segunda e a terceira páginas da mesma tabela E.6 já mostra a produção de Bobillier *espalhada* pelas diversas rubricas nas quais ele publicou. Finalmente na quarta página da tabela E.6 concentra-se textos nas últimas linhas, com os trabalhos menos geométricos (em particular, os textos de *estática* e os *sem rubrica*).

Ainda na tabela E.6, tomei a liberdade de inserir os dois livros didáticos publicados por Bobillier, no ano da primeira edição de cada um: o *Princípios de Álgebra* (de 1825) e o *Curso de Geometria* (de 1832). Com isso quero ressaltar a posição singular dos livros didáticos na obra total de Bobillier: o manual de álgebra *abre*, e o livro de geometria *fecha*, a produção literária matemática deste autor. Olhando mais de perto, e excluindo momentaneamente o texto *disperso*, que é o artigo de 1834,[32] vê-se que os três primeiros textos, em ordem de aparição, são: um livro didático, um texto sem rubrica num almanaque regional e um texto de estática. E os três últimos, de trás pra frente, são: um livro didático, um texto sem rubrica num almanaque regional e um texto de estática. A impressão que fica é que a literatura matemática de Bobillier aparece num ciclo fechado, como se as duas pontas de uma linha fossem atadas num nó.

4.1.5 O formato "questões propostas" e "questões resolvidas" nos periódicos de Gergonne e de Quetelet.

Era prática comum nos *Annales de Gergonne* e na *Correspondência* de Quetelet que o editor ou alguns autores publicassem problemas como exercícios propostos ao final de cada fascículo. Esses problemas podiam ser exercícios para recreação ou que demandasse bastante habilidade, mas também poderiam ser conjecturas, problemas em aberto, pedidos de construções de exemplos ou contra-exemplos, etc.

Em quase todos os volumes dos *Annales*, os problemas propostos não eram assinados pelos autores proponentes, donde, de modo geral, atribui-se ao editor a proposição do problema, embora se possa imaginar quão difícil é para qualquer pessoa inventar

[32] O apelido de *disperso* para o último artigo de Bobillier será melhor compreendido mais adiante, quando se fizer uma apresentação do mesmo.

ou registrar uma lista de questões novas a cada mês. É apenas no tomo XVIII, no fascículo de abril de 1828, que Gergonne passa a indicar mais ou menos sistematicamente os proponentes das *questões propostas*, até então registradas como problemas sem autor.[33]

Menciono dois problemas propostos que ilustram o caso da *autoria*. Os dois casos giram em torno do protagonista desta tese. Em março de 1827 perguntou-se nos *Annales* qual é a elipse que mais se aproxima de uma circunferência dentre todas que passam por quatro pontos previamente fixados.[34] Apenas sete meses depois, numa nota de rodapé de um texto seu mesmo,[35] Gergonne informa que este problema tinha sido proposto por Bobillier. Mais adiante, no tomo XIX dos *Annales* há outro problema proposto por Bobillier, publicado em 1828, no mês de novembro. Esse já foi devidamente creditado a Bobillier desde o seu enunciado.[36]

À medida que as soluções fossem enviadas por cartas ao editor, ele as publicava sob a rubrica *questões resolvidas*. Essa é uma rubrica que aparece somente nas folhas de rosto e portanto não há rubricas alternativas assim intituladas. Por outro lado, todos os textos publicados sob *questões resolvidas* necessariamente ganhavam uma rubrica alternativa (um pouco mais esclarecedora do seu conteúdo) ao final do volume.

As questões resolvidas por Étienne Bobillier.

Bobillier publicou 17 *questões resolvidas*, o que dá mais do que um terço do seu total de textos.

É significativo que os oito primeiros textos de Bobillier nos *Annales de Gergonne* são todos publicados sob a rubrica de *questões resolvidas*.[37] Também é relevante que esses oito textos tenham aparecido de agosto de 1826 a julho de 1827. Este intervalo cobre exatamente o primeiro dos seus três anos de produção em pesquisas matemáticas. Esses textos podem ser considerados como escritos de uma fase *juvenil*, digamos assim, onde Bobillier ainda está se formando ou ensaiando, antes de apresentar uma pesquisa mais vigorosa e original.

Os outros nove textos rubricados sob *questões resolvidas* aparecem espalhados

[33] Confira em [*Annales de Gergonne*, volume XVIII, p. 302].

[34] Problema I de geometria em [QUESTION PROPOSÉES 1827 b].

[35] [GERGONNE 1827 d, p. 110].

[36] Trata-se do texto [BOBILLIER 29], que será apresentado e comentado na seção 5.4.3 dessa tese, no contexto mais adequado e bastante específico da geometria de situação desenvolvida por Bobillier.

[37] Esse oito primeiros textos são [BOBILLIER 02], [BOBILLIER 03], [BOBILLIER 04], [BOBILLIER 05], [BOBILLIER 06], [BOBILLIER 07], [BOBILLIER 08] e [BOBILLIER 09].

ao longo dos dois anos seguintes do seu período produtivo em pesquisa (o último texto sob esta rubrica aparece em julho de 1829).[38] Dois desses textos aparecem na *Correspondência* de Quetelet, e os demais estão nos *Annales de Gergonne.*

Nestes textos, Bobillier resolve dezessete problemas, demonstra seis teoremas e obtêm cerca de duas dezenas de outros resultados, a partir de propostas de exercícios publicadas nos *Annales* entre janeiro de 1826 e setembro de 1827 e na *Correspondência* de Quetelet nos volumes de 1827 e 1828. A predileção de Bobillier por geometria é notável. Os problemas ou teoremas de geometria ocupam 14 dos 17 textos. Os demais são 2 problemas de estática e 1 exercício de análise.

O caso de Bobillier ilustra uma das facetas bem sucedidas dos *Annales de Gergonne.* Trata-se do fato de que o jornal se prestava também à formação matemática dos seus leitores. A quantidade de textos de Bobillier que responde as questões propostas no periódico, e principalmente a exclusividade desse tipo de publicação no primeiro ano produtivo de Bobillier, são suficientemente eloquentes para mostrar a importância do jornal na sua formação matemática. Considerando que Bobillier é um caso singular de ex-aluno *retirado* da Escola Politécnica (isto é, que saiu da instituição parisiense sem completar os dois anos de estudos), a circulação do periódico de Gergonne na província de Châlons-Sur-Marne acaba tendo papel decisivo na profissionalização e na atualização matemática do professor Étienne Bobillier.

Sobre as co-autorias nas "questões resolvidas".

Observamos que as *questões resolvidas* são os únicos textos de Bobillier em que eventualmente aparecem co-autores. Esse é o caso de oito textos: sete nos *Annales de Gergonne* e um na *Correspondência* de Quetelet.[39]

É necessário pontuar que o que chamo aqui de *co-autoria* é algo puramente formal, visto que não necessariamente os diferentes autores trabalharam juntos na produção de um único texto. Na verdade acontecia exatamente o contrário. Cada autor, por conta própria, redigia sua solução aos exercícios propostos e os enviava ao editor. Este por sua vez, fazia o trabalho de cotejar as soluções recebidas e reescrevê-las num novo texto. Nos *Annales de Gergonne* isso era uma prática comum desde o início do jornal, como se pode conferir nessa informação editorial publicada no tomo II do

[38] Depois dos oito já mencionados na nota de rodapé anterior, temos agora mais esses nove: [BOBILLIER 12], [BOBILLIER 13], [BOBILLIER 15], [BOBILLIER 16], [BOBILLIER 17], [BOBILLIER 23], [BOBILLIER 30], [BOBILLIER 35] e [BOBILLIER 41].

[39] [BOBILLIER 02], [BOBILLIER 06], [BOBILLIER 08], [BOBILLIER 13], [BOBILLIER 16], [BOBILLIER 17], [BOBILLIER 35] e [BOBILLIER 41].

periódico, em setembro de 1811:

> A falta de espaço, o grande número de soluções obtidas para os mesmos problemas e a analogia entre essas soluções, frequentemente obrigarão daqui por diante, aos redatores dos *Annales*, a lhes abarcar todas num único artigo e a apresentar apenas uma curta análise. [Os redatores] terão o cuidado, ao menos, de ser razoáveis e de nada omitir do que possa despertar a curiosidade dos seus leitores.[40]

No caso do protagonista desta tese, em quase todos os seus textos em co-autoria, percebe-se o trabalho editorial de Gergonne por meio de frases explícitas inseridas no corpo do texto ou em notas de rodapé. A seguir, vejamos alguns exemplos em torno de Bobillier, de como o editor tentava mesclar as diferentes soluções recebidas para determinada questão proposta.

Uma maneira de compor a co-autoria era uniformizando as notações quando as idéias fossem parecidas. Por exemplo, em agosto de 1826, na *Solução de dois problemas de estática propostos na página 296 do precedente volume*,[41] Gergonne apresenta os autores que são Bobillier e Finck, e antes mesmo de começar o texto insere uma note de rodapé informando: "As duas soluções não diferem uma da outra a não ser pela notação e por algumas nuances bastante ligeiras, [assim] cremos dever fundi-las numa única redação."[42]

Outro modo era de redigir um texto único, com notação uniformizada, mas separando a parte de cada autor. Assim vemos na *Demonstração do teorema de estática enunciado na página 199 do presente volume*, publicada em maio de 1827. Após transcorridas três páginas de texto, Gergonne "pula uma linha" e começa um novo parágafo. Ali ele insere uma nota de rodapé esclarecendo que "o que acabou de se ler pertence em comum aos Srs. Lenthéric e Bobillier; o que se segue pertence unicamente ao Sr. Bobillier."[43] Feito esse esclarecimento, o texto avança por ainda mais quatro páginas.

Às vezes a interferência do editor era um pouco mais analítica. Na *Solução de quatro problemas de geometria enunciados na página 56 do presente volume*,[44] por

[40] Le défaut d'espace, le grand nombre des solutions obtenues pour les mêmes problèmes et l'analogie entre ces solutions obligeront souvent à l'avenir les Rédacteurs des *Annales* à les comprendre toutes dans un seul article et à n'en présenter qu'une courte analise. Ils auront soin, au moins, d'être équitables et de ne rien omettre de ce qui pourra piquer la curiosité de leurs lecteurs. [Confira em *Annales de Gergonne*, volume II, p. 88].

[41] [BOBILLIER 02].

[42] Ces deux solutions ne différant pas l'une de l'autre que par les notations et par quelques nuances trés-légères, nous avons cru devoir les fondre dans une rédaction unique. [BOBILLIER 2, pp. 59-60].

[43] ce qu'on vient de lire appartient en commun à MM. Lenthéric et Bobillier ; ce qui suite appartient uniquement à M. Bobillier. [BOBILLIER 06, p. 341].

[44] [BOBILLIER 16].

exemplo, publicada em dezembro de 1827, foram compostos três escritos recebidos: um de Bobillier, o segundo de Roche e o terceiro de Vallès. Essas soluções divergiam entre si desde o início, já na interpretação do problema como tinha sido proposto. Na composição final, o editor explicou caso a caso como cada autor interpretou a pergunta feita e depois forneceu as respostas de cada um.

Eventualmente não se tinha como mesclar as soluções recebidas, por parecem diferentes demais entre si. Nesse caso, segundo o julgamento do editor quanto ao valor que a solução recebida podia agregar aos seus leitores, ele publicava as soluções em sequência. Isso aconteceu, por exemplo, num texto publicado por Bobillier e Garbinski nos *Annales de Gergonne* em dezembro de 1827. E aconteceu também na *Correspondência* de Quetelet de 1828, num texto de Bobillier e Lobatto.[45]

Repetindo para reforçar, e dizendo mais claramente, Bobillier nunca trabalhou nem redigiu colaborativamente qualquer dos seus textos com os seus co-autores. Tudo o que houve foi que eles, cada um por conta própria, resolveram os mesmo problemas propostos.

Registramos ainda que a *co-autoria por colagem* de textos individuais não é a única maneira de se produzir um texto com mais de um autor naquela época. Entretanto, parece ser bastante raro o tipo de *co-autoria de fato* que estamos acostumados hoje em dia, quando os autores trabalham juntos para produzir por eles mesmos um texto único. Fica registrado aqui que de todos os textos estudados ou mencionados nessa tese, e publicados nas décadas de 1810 e 1820, há apenas um único caso de co-autoria de fato. Trata-se de um trabalho assinado por Poncelet e Brianchon sobre hipérboles equiláteras, publicado no fascículo de janeiro de 1821 dos *Annales*.[46]

Falando um pouco mais de textos em co-autoria, ou mais exatamente dos co-autores de Bobillier, novamente o caso do protagonista desta tese ilustra bem um dos sucessos do periódico dirigido por Gergonne, a saber, o alcance geográfico da publicação.

Vejamos o seguinte depoimento revelador, em que Bobillier indiretamente reclama de algo que poderíamos chamar hoje em dia de *isolamento matemático* (pelo menos no início dos anos 1820) na cidade em que morava. Numa troca de correspondência entre Quetelet e Bobillier, no final de 1827, o editor de Bruxelas lhe informa que alguns teoremas que o professor de Châlons havia lhe enviado para publicação não

[45] Respectivamente [BOBILLIER 17] e [BOBILLIER 35].
[46] [BRIANCHON e PONCELET 1821].

eram novos. Em sua resposta, datada de 03 de janeiro de 1828, Bobillier registra o seguinte:

> Desde que eu vos enderecei o *lugar dos vértices dos cones de revolução, sujeitos a passar por uma curva de segunda ordem*, eu estava longe de pensar que isso vos fosse conhecido, e que vós mesmo o tivesse assinalado em 1820; eu também ignoro completamente o que os senhores *Dupin* e *De Monferrand* forneceram sobre o assunto; o isolamento em que me encontro, a falta de comunicação, a impossibilidade onde estou de me atualizar de todas as obras novas numa cidade desprovida de tais recursos, me servirão de desculpas; além disso, eu me considero bastante feliz de ter reencontrado uma proposição descoberta por geômetras tão distintos.[47]

Ora, os *Annales de Gergonne*, impresso e distribuído a partir de Montpellier (no sul do França, à beira do Mar Mediterrâneo), conseguiu *quebrar* "o isolamento em que Bobillier se encontrava": os fascículos dos *Annales* alcançaram Châlons, uma "cidade desprovida de recursos", e foram lidos por Bobillier, pelo menos desde janeiro de 1826. Para ilustrar melhor ainda o sucesso do alcance geográfico dos *Annales*, e restringindo-se somente a Bobillier e seus co-autores, observamos que além de Châlons-Sur-Marne (que fica a 300 km ao leste de Paris), a procedência dos demais autores envolvidos nos oito textos em co-autoria são as cidades de Montpellier e Toulon (ambas no sul), Paris (no centro norte), Strasbourg (no norte , extremo leste, na fronteira com Alemanha) e Varsóvia (na Polônia, para além das fronteiras nacionais da França).

4.2 Textos e Assuntos.

Nas seções seguintes veremos algumas características ou os assuntos tratados nos textos de Bobillier, apresentando-os agrupados (e reagrupados) por rubricas, por temas ou por períodos. Para facilitar a exposição, eu os dividi em três grandes grupos: os textos de formação ou de ensaio, os textos maduros e os textos tardios ou dispersos. O conjunto dos textos de *formação ou ensaio* é composto basicamente pelos *exercícios resolvidos* no primeiro ano-e-meio produtivo de Bobillier, quase todos publicados nos *Annales de Gergonne.* Também aparece nesse grupo o primeiro texto de Bobillier, publicado no almanaque regional do departamento de la Marne. Após

[47] Lorsque je vous ai adressé le *lieu des sommets des cônes de révolution, astreints à passer par une courbe du second ordre*, j'étais loin de penser qu'il vous fût connu, et que vous l'eussiez vous-même signalé en 1820 ; j'ignore complétement aussi ce que MM. *Dupin* et *De Monferrand* ont donné sur ce sujet ; l'isolement où je me trouve, la manque de communication, l'impossibilité où je suis de me procurer tous les ouvrages nouveaux dans une ville dépourvue de ressources sous ce rapport, me serviront d'excuse ; au surplus, je m'estime fort heureux d'avoir rencontré une proposition découverte par des géomètres aussi distingués. [BOBILLIER 34, p. 157].

treinar matemáticas nos *Annales*, Bobillier começa a enviar textos originais para publicação tanto no periódico de Gergonne quanto na *Correspondência* de Quetelet. Esses textos, majoritariamente publicados entre 1827 e 1829, compõem a fase *madura* de Bobillier. Os textos publicados depois de 1829 (incluindo dois que aparecem em almanaques regionais), são os que chamei de *tardios ou dispersos*.

4.2.1 Textos de formação ou de ensaio.

Vejamos a seguir os textos juvenis do pesquisador Étienne Bobillier, que lhes serviram para formação ou para ensaio.

"Notas sobre poços à roldanas", o texto de estréia de Bobillier (1826).

O primeiro artigo de Bobillier foi publicado na *Seção Pública de la Marne* de 1826 e intitula-se *Notas sobre poços à roldanas.*[48] Trata-se de um texto de 12 páginas, onde se aplica fórmulas elementares de geometria visando fornecer instruções para obter as melhores medidas na fabricação de roldanas de poços. Essas fórmulas e instruções são calculadas a partir de dados iniciais referentes aos poços como a sua profundidade, a forma e o volume das vasilhas utilizadas para trazer a água, etc.

Ao escrever esse texto, Bobillier parece estar interessado em mostrar-se útil à Sociedade de Agricultura, Comércio, Ciências e Artes do Departamento de la Marne, que o acolheu como membro titular em 1826,[49] oito anos após sua chegada e instalação na cidade de Châlons-Sur-Marne. Assim sendo, entende-se o porquê desse tema tão prosaico. Além disso, essa contribuição é perfeitamente compatível com a posição de Bobillier naquela sociedade provincial local: um professor de matemáticas justamente numa escola que formava técnicos em várias especialidades *práticas.* É o próprio Bobillier que justifica a sua motivação pela escolha do tema:

> Ainda que a construção da roldana de um poço seja bastante simples, os carpinteiros experimentam eventualmente dificuldades em lhe dar as dimensões convenientes. O acaso me fez testemunha de um trabalho deste tipo, e eu pude me aperceber das suas múltiplas tentativas, as vezes até mesmo infrutíferas. Assim sendo, eu fui naturalmente conduzido a aplicar o cálculo a esta máquina, e ainda que a teoria seja completamente elementar, creio ter podido mostrar minha estima a esta Sociedade, em razão do grande número de poços que se encontrar no Departamento de la Marne, e do especial interesse que [o Departamento] tem a tudo o que é relativo ao cultivo de campos e jardins.[50]

[48] [BOBILLIER 01].

[49] [SÉANCE PUBLIQUE da la MARNE 1840 b, p. 120].

[50] Quoique la construction de la bascule d'un puits soit fort simple, les charpentiers éprouvent

A incursão de Bobillier foi bem acolhida pelos chalonenses. Na prestação de contas da leitura pública de Bobillier, o secretário da Sociedade comenta assim:

> Sr Bobillier, encarregado dos cursos de química, de física e de geometria na Escola Real de Artes e Ofícios desta cidade, vos mostrou sua estima numa memória sobre poços à roldanas, e vos deu uma nova prova do interesse que ele dispensa aos vossos trabalhos. Este professor, testemunha por acaso das incertezas de um carpinteiro sobre as dimensões das diferentes peças que devem compor uma roldana de poços de irrigação, concebeu o argumento do trabalho que vos endereçou. Neste escrito, Sr Bobillier não deixou a questão sem considerá-la sob todas as principais faces em que ela apresenta-se; assim, tanto a fixação dos contrapesos, quanto a forma dos vasos, são determinadas por fórmulas rigorosas, onde todas as condições que servem de base ao cálculo anunciam um observador tão inteligente quanto hábil.[51]

Perguntas e respostas sobre catenárias, massas e forças.

Os primeiros problemas dos quais Bobillier se ocupou, foram duas perguntas sobre a catenária,[52] enunciadas nos *Annales* em março de 1826,[53] e resolvidos por Bobillier e Finck em agosto do mesmo ano.[54] Nas duas perguntas, pede-se para descrever catenárias cuja massa não é uniformemente distribuída ao longo da corrente. O texto tem dez páginas e é dividido em três partes. A primeira parte começa com algumas considerações físicas gerais sobre o problema de se ter uma corrente pendurada entre dois postes paralelos de alturas previamente fixadas e a curva plana descrita por essa corrente. O cálculo dos autores considera que a corrente possa estar submetida a forças de diferentes valores ao longo dos seus diferentes pontos, e que esses

cependant des difficultés à lui donner les dimensions convenables. Le hasard m'ayant rendu témoin d'un travail de ce genre, j'ai pu m'apercevoir de leurs tatonnemens multipliés, quelquefois même infructueux. J'ai donc été naturellement conduit à appliquer le calcul à cette machine, et, bien que la théorie en soit tout-à-fait élémentaire, j'ai cru pouvoir en faire hommage à la Société, à raison du grand nombre de puits que l'on rencontre dans la départament de la Marne, et de l'intérêt spécial qu'elle porte à tout ce qui est relatif à la culture des champs et des jardins. [BOBILLIER 01, p. 67].

[51] M. Bobillier, charge des cours de chimie, de physique et de géométrie, à l'École royale d'arts et métiers de cette ville, en vous faisant hommage d'un mémoire sur les puits à bascule, vous a donné une nouvelle preuve de l'intérêt qu'il porte à vos travaux. Ce professeur, témoin par hasard des incertitudes d'un charpentier, sur les dimensions des différentes pièces qui doivent composer une bascule de puits d'arrosement, conçut la pensée du travail qu'il vous a adressé. Dans cet écrit, M. Bobillier n'a pas laissé la questions sans la considerer sous toutes les principales faces qu'elle lui présentait ; ainsi la fixation du contrepoids, la forme des vases sont aussi déterminées par de formules rigoureuses, où toutes les conditions qui servent de base au calcul annoncent un observateur aussi intelligent que consommé. [SÉANCE PUBLIQUE da la MARNE 1826, p. 30].

[52] A palavra *catenária* é a tradução mais corrente nos livros brasileiros de matemática para a palavra *chaînette*, embora esta palavra francesa também possa ser traduzida em português como *correntinha*.

[53] [QUESTIONS PROPOSÉES 1826 b].

[54] [BOBILLIER 02].

valores e posições são relacionados por uma lei matemática geral. Em sua solução, Bobillier e Finck estabelecem um sistema cartesiano de coordenadas e fazem algumas considerações que envolvem cálculo integral (sobretudo fórmulas que calculam comprimento de arcos). Na sequência, aparece uma equação diferencial que é resolvida e cuja solução fornece um par de equações gerais que se prestam a resolver as diferentes variações de problemas envolvendo catenárias. Isso encerra a parte I do texto. Nas duas partes seguintes aparecerão as respostas para as duas perguntas propostas. A primeira pergunta respondida informa qual é a catenária cuja massa em cada "elemento" (isto é, em cada posição) é proporcional à "tensão" (isto é, à força) exercida sobre ele. Na terceira parte, responde-se qual é a catenária cuja massa depende apenas das diferentes tensões entre os elementos. O que se faz em cada parte é manipular as equações gerais obtidas na parte I, reduzindo-as segundo as considerações particulares de cada pergunta feita.

É bom registrar que esse é um texto atípico de Bobillier. Considerações vindas do cálculo infinitesimal e soluções de equações diferenciais são raras em seus textos. Igualmente raro em Bobillier, mas presentes nesse texto, são as aparições de algumas funções clássicas do cálculo infinitesimal: as trigonométricas, as exponenciais e as logarítmicas. As catenárias voltarão a aparecer nos trabalhos de Bobillier nas suas últimas pesquisas publicadas, após 1829.[55]

O problema acima é classificado pelo editor como um problema de *estática*. O outro problema de estática no qual Bobillier se engajou na sua fase juvenil foi proposto nos *Annales* em dezembro de 1826,[56] e recebeu duas soluções (Bobillier e Lenthéric) publicadas em maio do ano seguinte.[57] O problema trata do equilíbrio de forças e de massas num sistema de n pontos (com pesos), espalhados no espaço e submetidos à n forças de diferentes intensidades e direções. É curioso observar a descrição do *cenário* onde os pontos, as forças e as massas estão distribuídos, pelo modo prolixo da linguagem numa época em que ainda não se tinha estabelecido o conceito e a definição moderna de *vetor*: "Sejam A_1B_1, A_2B_2, A_3B_3, ..., A_nB_n, retas representando, em intensidade e direção, forças aplicadas respectivamente a pontos arbitrários A_1, A_2, A_3, ..., A_n invariavelmente ligados entre eles, porém perfeitamente livre no espaço. Sejam PD_1, PD_2, PD_3, ..., PD_n, retas respectivamente paralelas e iguais àquelas, conduzidas por um mesmo ponto qualquer P do espaço. Sejam PG_1, PG_2, PG_3, ..., PG_n outras retas respectivamente perpendiculares aos planos dos triângulos PA_1B_1, PA_2B_2, PA_3B_3, ..., PA_nB_n, e proporcionais à suas superfícies. Seja enfim Δ o centro

[55] Conforme veremos mais adiante nos textos *tardios* ou *dispersos*.
[56] [QUESTIONS PROPOSÉES 1826 g].
[57] [BOBILLIER 06].

das distâncias médias dos pontos D_1, D_2, D_3, ..., D_n, e Γ o centro das distâncias médias dos pontos G_1, G_2, G_3, ..., G_n."[58] Neste cenário são propostos cinco resultados como exercícios, os quais são devidamente deduzidos por Bobillier e por Lenthéric.

Feita a demonstração do teorema principal, o problema proposto foi resolvido. Entretanto, o artigo continua com uma segunda parte. A continuação do texto consiste de contribuições que são exclusivas de Bobillier, segundo informa o editor Gergonne. O que se passa então são outras considerações em cima do problema inicial culminando em demonstrações alternativas para os mesmos resultados já obtidos antes.

Dois comentários curtos.

Em duas intervenções rubricadas como *questões resolvidas*, Bobillier de fato não resolve os exercícios propostos e nem mesmo demonstra teoremas.

Num texto de fevereiro de 1827,[59] Bobillier começa declarando: "Eu acabo de me ocupar do problema resolvido na página 166 quando o número de novembro me chegou. Limito-me então a registrar aqui, dentre os resultados que obtive, os que me parecem os mais dignos de atenção."[60] Após esse parágrafo introdutório, Bobillier simplesmente enuncia cinco observações sem demonstrá-las e encerra o breve texto. O "problema resolvido na página 166" é a solução de um assinante anônimo, publicada em novembro de 1826,[61] para uma pergunta feita em abril de 1826.[62] A situação geométrica é a seguinte: são dadas duas superfícies no espaço, um cone circular reto e um plano passando pelo vértice do cone e perpendicular ao seu eixo. É dado também um fio perfeitamente flexível e inextensível de comprimento fixado, tal que uma extremidade é presa inicialmente num ponto do cone e a outra extremidade deve permanecer sempre no referido plano. Imagina-se o fio enrolando-se no cone segundo uma curva de modo que, em cada ponto, a parte do fio que está *no ar* (isto é, a parte sobrante, fora do cone, e que ainda não foi enrolada), acompanha a reta tangente à curva naquele ponto do cone. Consequentemente, a outra extremidade do fio descreve uma (outra) curva no plano dado. Pede-se então para descrever as duas curvas em questão. As técnicas usadas para resolver esse problema são classificadas pelo editor como *geometria transcendente*: essa é a rubrica alternativa

[58] [BOBILLIER 06, p. 338].
[59] [BOBILLIER 03].
[60] Je venais de m'occuper du problème résolue à la page 166, lorsque le número de novembre m'est parvenu. Je me bornerai donc à consigner ici, parmi les résultats que j'avais obtenus, ceux qui paraissent le plus dignes de remarque. [BOBILLIER 03, p. 254].
[61] [ANÔNIMO 1826]
[62] [QUESTIONS PROPOSÉES 1826 c].

tanto na pequena intervenção de Bobillier quanto na solução anônima.[63]

A outra intervenção acontece exatamente um ano depois, em fevereiro de 1828,[64], quando Bobillier comenta o primeiro dos cinco problemas de geometria propostos em setembro de 1827 nos *Annales*.[65] Dessa vez, trata-se de um problema de *geometria elementar* que pede para construir um tetraedro cujas seis arestas sejam paralelas à seis retas dadas, reversas duas a duas, e fixadas previamente no espaço. O comentário de Bobillier ocupa uma página e ele não resolve o problema. Ele apenas mostra que o problema só pode ter solução se as retas dadas previamente satisfaçam outras condições além de serem simplesmente reversas duas a duas e informa que restrição é essa.

Perguntas e respostas em geometria descritiva.

Em quatro textos, há cinco perguntas que são propostas e/ou são respondidas no contexto da *geometria descritiva*.

No texto de maio de 1827,[66] Bobillier resolve o primeiro de dois problemas propostos em janeiro de 1826:[67] Constroem-se, sobre as duas faces de um ângulo diedro, dois triângulos tais que os pontos de concorrência das direções de seus lados correspondentes estão situados todos três sobre a aresta do ângulo diedro e consequentemente alinhados; donde resulta, aliás, que qualquer que seja a abertura deste ângulo diedro, as retas que ligam os vértices correspondentes dos dois triângulos concorrem todas três num mesmo ponto. Suponha que uma das faces do ângulo diedro permaneça fixa no espao bem como sua aresta, enquanto sua outra face gire em torno desta aresta, como se girasse em torno de uma dobradiça, trazendo com ela (a face) o ponto citado acima. Nesse contexto, pede-se determinar que curva este ponto descreve no espaço. Observe que a primeira frase do problema proposto descreve a configuração do clássico Teorema de Desargues.[68] Na solução deste problema, Bobillier conclui que o lugar geométrico demandado é uma circunferência.

Já o texto de outubro de 1827 resolve o segundo dos dois problemas propostos

[63] Modernamente, tanto o problema proposto quanto as técnicas usadas na solução (sistemas de equações diferenciais para descrever as componentes das curvas envolvidas) seriam classificadas como pertencendo à *geometria diferencial* de curvas e superfícies.
[64] [BOBILLIER 23].
[65] [QUESTIONS PROPOSÉES 1827 f].
[66] [BOBILLIER 05].
[67] [QUESTIONS PROPOSÉES 1826 a].
[68] Um enunciado do Teorema de Desargues, bem como uma figura que o ilustra, pode ser conferido nesta tese na seção 5.2.1.

conjuntamente.[69] Dessa vez são dados dois ângulos triedros, um fixo e outro móvel, com seus vértices sobre uma mesma reta fixa e indefinida. Esses triedros são tais que suas arestas correspondentes estão num mesmo plano, donde segue que as interseções de suas faces correspondentes são três retas constantemente situadas num mesmo plano. Observe que este plano será variável de posição no espaço conforme o ângulo triedro móvel também varie de posição. Nesse contexto, pergunta-se, entre todas as posições deste ângulo triedro móvel, a que superfície este plano variável será constantemente tangente? Esse problema tem ligações com a importante *teoria das polares recíprocas*,[70] e na sua solução, Bobillier mostra que não há a superfície pedida porque o plano variável vai se mover paralelamente a si mesmo.

Em dezembro de 1827,[71] Bobillier resolve dois problemas propostos nos *Annales* em maio do mesmo ano,[72] e que são bastante parecidos com os dois já descritos acima. No primeiro problema, troca-se a configuração geométrica de triângulos desenhados nas faces de um diedro, por linhas de segunda ordem com uma corda comum desenhadas nas faces de um diedro. No segundo problema, troca-se os triedros iniciais por cones. O texto é bastante conciso e ocupa apenas três páginas. O que há de interessante neste exercício resolvido é que o vocabulário de Bobillier é totalmente *ponceletiano*. De fato, Bobillier usa expressões como cordas reais ou ideais, centros diretos ou inversos de homologia, centros de similitude, etc. Porém mais do que isso, ele diz explicitamente que esses termos são tomados conforme definidos no *Tratado das propriedades projetivas da figuras* de Poncelet.[73]

O último problema de geometria descritiva, ainda abordado na obra de Bobillier, apareceu também em dezembro de 1827,[74] como resposta a uma pergunta proposta em mais de um ano antes, em setembro de 1826.[75] Trata-se de construir "rigorosamente" a reta que intersecta quatro retas (reversas duas a duas) fixadas previamente no espaço. É interessante observar que em sua solução, Bobillier aponta que o problema está mal posto e que dependendo da configuração inicial das retas no espaço o

[69] A pergunta e a resposta são, respectivamente, [QUESTIONS PROPOSÉES 1826 a] e [BOBILLIER 12].

[70] A *teoria das polares recíprocas* será estudada detalhadamente nesta tese no próximo capítulo. Para uma abordagem matemática confira a seção 5.1.1 e para uma abordagem histórica inicial, confira a seção 5.1.2. A compreensão de Poncelet, Gergonne e Bobillier sobre essa teoria, bem como seus usos, são abordadas nas seções 5.1, 5.2 e 5.4.

[71] [BOBILLIER 15].

[72] [QUESTIONS PROPOSÉES 1827 c].

[73] Há alguns outros textos de Bobillier em que ele toma emprestado um vocabulário estabelecido no *Tratado* de Jean Victor Poncelet. Entretanto há apenas mais um artigo nas pesquisas matemáticas de Bobillier em que o famoso livro de Poncelet é mencionado. Trata-se do texto [BOBILLIER 39], o qual veremos mais adiante.

[74] [BOBILLIER 17].

[75] [QUESTIONS PROPOSÉES 1826 e].

problema pode ser possível e determinado, ou possível e indeterminado ou mesmo ser impossível. Após isso, Bobillier dá a construção da reta pedida no caso dos dados iniciais satisfazerem as condições de solução.

Exercícios de geometria elementar.

Três questões resolvidas são rubricadas pelos editores como problemas de *geometria elementar*. Dois problemas são propostos nos *Annales de Gergonne*, em julho e agosto de 1827,[76] e um é proposto na *Correspondência* de Quetelet, no volume de 1827.[77] O que esses problemas têm em comum é o fato de falarem de ângulos, triângulos, distâncias e áreas.

A situação do primeiro problema é um triângulo qualquer e um ponto em seu interior. Por este ponto passam três retas, cada uma delas paralela a um dos lados. Assim, a região triangular fica dividida em seis partes: três paralelogramos e três triângulos menores. Nessas condições, Bobillier mostrou que o produto das áreas dos três triângulos é um oitavo do produto das áreas dos três paralelogramos.[78] O texto apresenta duas demonstrações curtas para o mesmo resultado. Esse problema, talvez pela simplicidade do enunciado e das soluções apresentadas, angariou *popularidade* entre estudantes. Oficialmente houveram três respondentes professores para essa pergunta, Bobillier e dois de seus co-autores. Mas o editor Gergonne informa, em nota de rodapé, que "vários alunos do Colégio Real de Montpellier, a quem o teorema foi proposto [como exercício], o demonstraram de uma ou de outra maneira."[79] É interessante observar ainda que o Colégio Real de Montpellier é onde leciona Lenthéric, um colaborador regular dos *Annales* e co-autor de três textos de Bobillier.[80] Gergonne acrescenta a informação de que um estudante chamado Sicard, do Colégio de S^{te} Barbe, em Paris, conseguiu demonstrar um escólio para o teorema. O editor enunciou o escólio, mas não deu demonstração.

O segundo problema de geometria elementar é um par de perguntas.[81] Na primeira pergunta, pede-se o ponto no interior de um triângulo cuja menor distância ao seu perímetro é a maior possível. E na segunda, pede-se o ponto no interior do triângulo cuja maior distância ao seu perímetro é a menor possível. As perguntas provavelmente

[76] [QUESTIONS PROPOSÉES 1827 d] e [QUESTIONS PROPOSÉES 1827 e].
[77] [CORRESPONDANCE MATHÉMATIQUE et PHYSIQUE 1827 a].
[78] [BOBILLIER 13].
[79] Plusieurs élèves du Collège Royal de Montpellier, auxquels le théorème a été proposé, l'ont démontré de l'une et de l'autre manière. [BOBILLIER 13, p. 113]
[80] À essa época, Lenthéric já é co-autor de [BOBILLIER 06] e de [BOBILLIER 08], e mais adiante o será em [BOBILLIER 41].
[81] [BOBILLIER 16].

não foram bem compreendidas por todos os leitores. Houveram três respondentes que enviaram suas soluções para o editor Gergonne. O editor explicou como cada um interpretou a questão antes de expôr as respostas deles. Para Bobillier o problema posto de maneira mais precisa é o seguinte: partindo de um ponto qualquer do interior de um triângulo pode-se construir seis segmentos, a saber, três perpendiculares aos lados do triângulo e três ligados aos vértices do triângulo. Na primeira pergunta, pede-se para localizar um ponto no interior de modo que o maior dentre esses seis segmentos seja o menor possível; e na segunda pergunta, localizar o ponto tal que o menor desses seis segmentos seja o maior possível. Nestas circunstâncias, a resposta de Bobillier é que a primeira pergunta é impossível; quanto à segunda, o ponto pedido é o centro da circunferência inscrita no triângulo. Para os outros dois respondentes, Vallès e Roche, o problema posto de modo mais exato é esse: partindo de um ponto qualquer do interior de um triângulo, a menor distância deste ponto ao perímetro é interpretada como a soma dos três segmentos perpendiculares aos lados do triângulo; e a maior distância deste ponto ao perímetro é interpretada como a soma dos três segmentos que o liga aos vértices. Então, na primeira pergunta, pede-se para localizar um ponto no interior do triângulo de modo a menor distância assim interpretada seja a maior possível; e na segunda pergunta, localizar o ponto tal que a maior distância assim definida seja a menor possível. A resposta obtida por esses geômetras é que os pontos são, para a primeira e a segunda pergunta respectivamente, o centro da circunferência circunscrita e o centro da circunferência inscrita no triângulo. Eles ainda observam que a primeira pergunta só tem a resposta que tem quando o triângulo inicial não é retângulo e nem obtusângulo.

Nesse mesmo texto, o problema (com suas diferentes perguntas, interpretações e desdobramentos) ganha versão espacial, com um tetraedro substituindo o triângulo inicial. As mesmas perguntas serão também generalizadas a outras figuras planas e espaciais, e alguns dos pontos demandados serão interpretados como o centro de gravidade dos perímetros (ou superfícies) da figuras planas (ou dos corpos sólidos). Assim sendo, esse texto tem uma segunda rubrica alternativa: além de ser *geometria elementar*, também é *estática*.

O terceiro exercício resolvido de *geometria elementar* aparece na *Correspondência* de Quetelet, no primeiro fascículo de 1828.[82] Aqui são dados num plano, um ângulo e um ponto. Pede-se para passar uma reta pelo ponto, que cortando os lados do ângulo determine um triângulo cuja área seja de grandeza previamente prescrita. Em sua solução, Bobillier evoca (sem demonstrar) duas propriedades geométricas das

[82] [BOBILLIER 30].

hipérboles, que servirão de lema para a solução do exercício. A seguir, considerando o ângulo dado (e o seu vértice) como as assíntotas (e o centro) de uma hipérbole, Bobillier obtém o foco da tal hipérbole a partir da informação da área prescrita. Depois, a partir do foco obtido, ele consegue construir uma reta passando pelo ponto dado e que seja tangente à hipérbole *corretamente encaixada* (embora a hipérbole não precise necessariamente ser desenhada). Esta é a reta que vai solucionar o problema. Ao fim do texto, que é bem curto, Bobillier informa que o problema (e a sua solução) pode ser generalizado ao espaço assim: dados um cone e um ponto, é possível obter um plano passando pelo ponto de modo que o corpo sólido limitado pelo plano e pelo cone tenha um volume previamente prescrito.

Lugares geométricos relacionados às seções cônicas.

Três dos exercícios resolvidos tratam de problemas de determinação de lugares geométricos em configurações em que aparecem seções cônicas entre os dados iniciais. As rubricas alternativas desses exercícios são *geometria analítica* ou *geometria de curvas e superfícies.*

No texto de março de 1827,[83] Bobillier investiga qual é o lugar geométrico do vértice de um ângulo reto que se move sobre um plano assim: mantendo seus lados constantemente normais à uma curva de segunda ordem fixada previamente no plano. A pergunta proposta originalmente, em novembro de 1826,[84] era ligeiramente mais geral do que essa. Ao invés de um ângulo reto, o ângulo proposto no exercício era de abertura qualquer, previamente fixada. No caso particular, resolvido por Bobillier, ele divide a abordagem em três casos, a saber, que a curva inicial seja uma elipse, uma hipérbole ou uma parábola. O tratamento é totalmente analítico, isto é, tanto a curva cônica inicial é dada por uma equação polinomial, quanto as curvas das respostas são obtidas por manipulação dessas mesmas equações. No caso em que a curva inicial é uma elipse, a resposta é uma curva *não clássica*, digamos assim, do sexto grau e sem nome específico. A equação dessa curva é apresentada explicitamente, e depois Bobillier descreve a curva como sendo "formada de quatro espaços fechados em forma de folhas (...) formando uma espécie de lemniscata dupla", com um ponto central quádruplo coincidindo com o centro da elipse. Quando a curva inicial é uma hipérbole, a curva resposta terá equação parecida com a curva resposta anterior, entretanto esse equação pode ser real (e portanto *desenhável* no plano cartesiano) ou imaginária (e portanto sem desenho real) conforme os parâmetros iniciais da hipérbole. Bobillier

[83] [BOBILLIER 04].
[84] [QUESTIONS PROPOSES 1826 f].

fornece essas especificações em sua resposta. Por fim, no caso em que a curva inicial é uma parábola, a resposta é simplesmente outra parábola, com o mesmo eixo de simetria da inicial e o mesmo sentido da concavidade, mas com curvatura diferente e com vértice deslocado para outra posição. A notar que não há nenhum desenho oferecido por Bobillier nem pelo editor Gergonne para ilustrar o exercício resolvido.

O segundo desses exercícios referentes a lugares geométricos foi publicado em junho de 1827,[85] demonstrando um teorema proposto três meses antes.[86] Bobillier (e seus dois co-autores, Vallès e Lenthéric) parte do problema que investiga qual é o lugar geométrico das interseções das ordenadas de uma elipse dada com as perpendiculares traçadas de seu centro sobre as tangentes às extremidades dessas ordenadas. Para esse exercício, a resposta é outra elipse, o que se deduz a partir do seguinte resultado. Suponha que duas elipses semelhantes são tais que o eixo maior da *pequena* seja o eixo menor da *grande* e considere uma reta qualquer, perpendicular a esse eixo comum. Essa reta intersecta as (semi-)elipses em dois pontos. Então a reta traçada do centro comum a um desses pontos é perpendicular à reta tangente traçada pelo outro. A figura 4.3 ilustra o resultado demonstrado neste exercício resolvido.

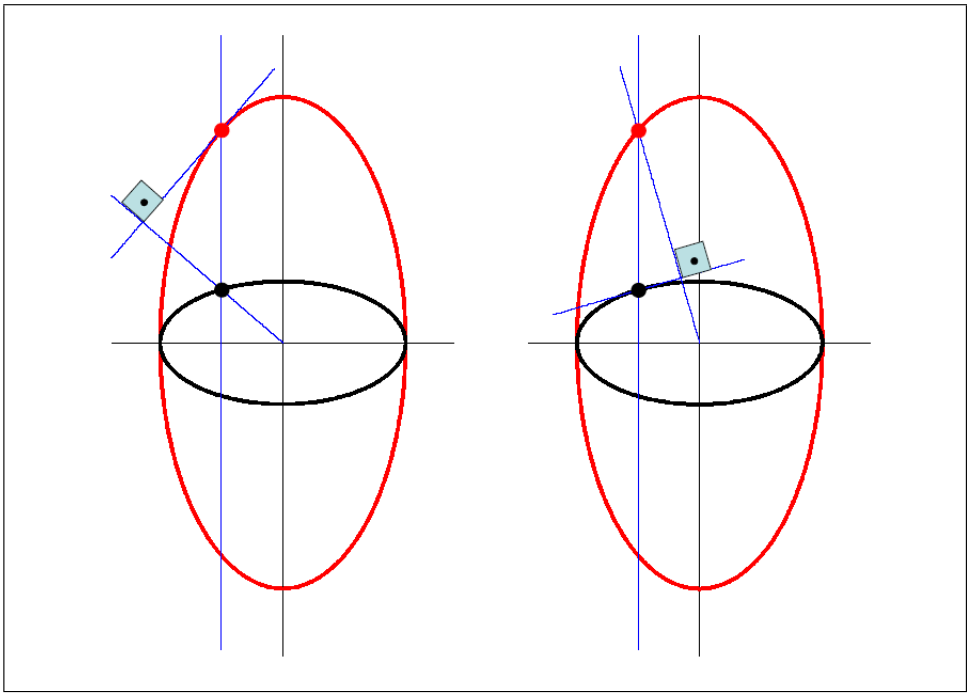


Figura 4.3: [BOBILLIER 08], teorema principal.

O terceiro exercício sobre lugar geométrico aparece tardiamente, em julho de 1829.[87] Essa, aliás, é a última participação de Bobillier na rubrica de *questões re-*

[85] [BOBILLIER 08].
[86] [QUESTIONS PROPOSÉES 1827 b].
[87] [BOBILLIER 41].

solvidas. O problema, proposto no fascículo de setembro de 1827 dos *Annales*,[88] pergunta pelo lugar geométrico dos centros de gravidade de todos os sistemas de raios vetores de uma mesma elipse. Como nos dois casos anteriores, a abordagem é completamente analítica, desde a tomada das equações polinomiais das curvas inicias até chegar à curva resposta, também dada por equações polinomiais. Aqui, a resposta é outra vez uma elipse, que é semelhante e concêntrica com a primeira, as duas com seus eixos de simetria suportados nas mesmas retas.

Dois ensaios sofisticados (junho e julho de 1827).

Dois *exercícios resolvidos* são ensaios sofisticados para os métodos (e os textos) pelos quais Bobillier tornou-se reconhecido em sua época.

Num texto de junho de 1827,[89] Bobillier demonstra nove teoremas, dois dos quais tinham sido propostos como exercício nos *Annales* em dezembro do ano anterior.[90] O primeiro teorema solicitado pelo editor afirma que *todas as superfícies de segunda ordem que tocam sete planos fixados no espaço têm seus centros sobre um mesmo plano*; e o segundo diz que *todas as superfícies de segunda ordem que tocam oito planos dados no espaço têm seus centros sobre uma mesma reta.* Nesse texto, rubricado alternativamente como *geometria de curvas e superfícies*, Bobillier dá os primeiros passos para as suas (muitas) contribuições à geometria que na época foi rotulada como *geometria de situação.*

Quanto ao texto publicado em julho de 1827,[91] trata-se da demonstração de dois pares de teoremas propostos em fevereiro daquele mesmo ano.[92] Os quatro teoremas, na verdade, são *apenas um*, pois o segundo é dual do primeiro; os dois últimos são versões espaciais do primeiro par. Esse texto é rubricado alternativamente como de *geometria de situação*, talvez por causa da dualidade bem identificável entre os dois pares de teoremas.[93] A importância deste texto está no fato de ser o primeiro uso de Bobillier da estratégia de demonstração que mais tarde será conhecida como *método da notação abreviada.*

Devido à importância desses *ensaios* na carreira de Bobillier, cada um deles preparando-o para publicar textos mais maduros, complexos e sofisticados, os mesmos

[88] [QUESTIONS PROPOSÉES 1827 f].
[89] [BOBILLIER 07].
[90] [QUESTIONS PROPOSÉES 1826 g].
[91] [BOBILLIER 09].
[92] [QUESTIONS PROPOSÉES 1827 a].
[93] Veremos no próximo capítulo desta tese, como o enunciado de teoremas em pares duais é uma marca característica da dita geometria de situação.

serão estudados em detalhes mais adiante, em seções específicas desta tese.[94]

4.2.2 Textos maduros.

Nesta seção veremos os textos que Bobillier publicou na *Correspondência* de Quetelet, bem como os demais textos nos *Annales de Gergonne* não diretamente ligados ao formato ao formato “questões propostas e questões resolvidas”.

Os primeiros textos na *Correspondência* de Quetelet (1827).

Após aparecer e se firmar como autor nos *Annales de Gergonne*, Bobillier passa a contribuir regularmente com outro jornal, a *Correspondência Matemática e Física* editada por Quetelet em Bruxelas. São três textos no tomo III de 1827 e sete textos no tomo IV de 1828.

Dos três textos publicados em 1827, no tomo III da *Correspondência*, o primeiro deles é classificado pelo editor Quetelet como um texto de *geometria elementar*.[95] Trata-se de uma pequena intervenção de duas páginas onde Bobillier mostra que quando um plano passa pelos pontos médios de duas arestas opostas de um tetraedro, então os dois *tetraedros truncados*, resultantes do corte do plano, tem volumes iguais.

Nos dois textos seguintes Bobillier aborda os assuntos da moda entre os geômetras ao demonstrar resultados sobre superfícies de segunda ordem (sejam de revolução ou não), sobre curvas cônicas quando consideradas sobre essas superfícies (e não necessariamente, como é de praxe, como um lugar geométrico num plano), sobre os focos dessas superfícies, etc. Os dois textos curtos, cada um deles com apenas cinco páginas.

Um deles é classificado como um texto de *geometria analítica* e ali há a demonstração para cinco resultados.[96] Curiosamente não há nenhuma equação polinomial ao longo de todo o texto, o que poderia causar certa estranheza num leitor moderno que se depara com um texto dito “de geometria analítica”. Antes, os argumentos são apoiados em figuras (encartadas em pranchas anexas ao texto principal) e em textos descritivos, como se pertencesse à tradição sintética euclidiana. Um detalhe interessante nesse texto é que, ao final, Bobillier evoca a teoria das polares recíprocas

[94] No capítulo 5, dedicado à geometria de situação na década de 1820 (não só na obra de Bobillier, mas também entre seus contemporâneos), o exercício [BOBILLIER 07] é apresentado detalhadamente na seção 5.4.1. Já o exercício [BOBILLIER 09] é comentado na seção 6.2.3, no capítulo 6, dedicado ao estudo do método da notação abreviada na década de 1820.

[95] [BOBILLIER 18].

[96] [BOBILLIER 19].

para enunciar (sem demonstração) mais oito resultados além dos cinco primeiros demonstrados.[97]

O último texto no tomo III da *Correspondência* tem a curiosa rubrica de *análise aplicada à geometria* e foi enviada para Quetelet em carta despachada de Châlons em 21 de novembro de 1827.[98] A estratégia matemática de Bobillier é *analítica*, no sentido de uso de equações polinomiais para descrever e manipular os planos e as superfícies em questão. Mas sua estratégia também é *diferencial*, se levarmos em consideração as muitas derivadas parciais calculadas ao longo de todo o texto. Bobillier segue uma argumentação típica dos livros textos de geometria analítica que estamos acostumados a ler hoje em dia. Apresenta inclusive algumas fórmulas que hoje são *clássicas* em qualquer livro didático: distância entre dois pontos, distância entre um ponto e um plano, equação de um plano tangente a uma superfície por meio de derivadas parciais, etc.

As demonstrações são meras peripécias manipulativas de equações e mais equações. Um fato particularmente desagradável na leitura desse texto é a confusão de notação ao longo dele. Não sei se por um descuido do autor Bobillier ou do editor Quetelet, mas o símbolo "d" é usado igualmente para dois significados bem distintos. As vezes ele é um coeficiente nas equações manipuladas ao longo do texto, as vezes ele é um símbolo de derivação (parcial).[99] O texto torna-se ainda mais confuso quando aparecem expressões como dx significando diferencial de x e mais adiante, *numa mesma equação*, significando que o coeficiente d está multiplicando a variável x.

Por fim, o fato do texto ser tão *analítico* quanto *diferencial* aponta para o motivo de o editor ter escolhido uma rubrica tão singular. Aliás, essa é a única vez que a rubrica *análise aplicada à geometria* aparece na obra de Bobillier. E é também a única vez em que ela aparece nos textos publicados nos tomos III e IV do jornal de Quetelet.[100]

Algumas geometrias nos *Annales de Gergonne*.

A seguir, mostraremos três textos de Bobillier nos *Annales* cujas rubricas são geometria pura, geometria de curvas ou simplesmente geometria.

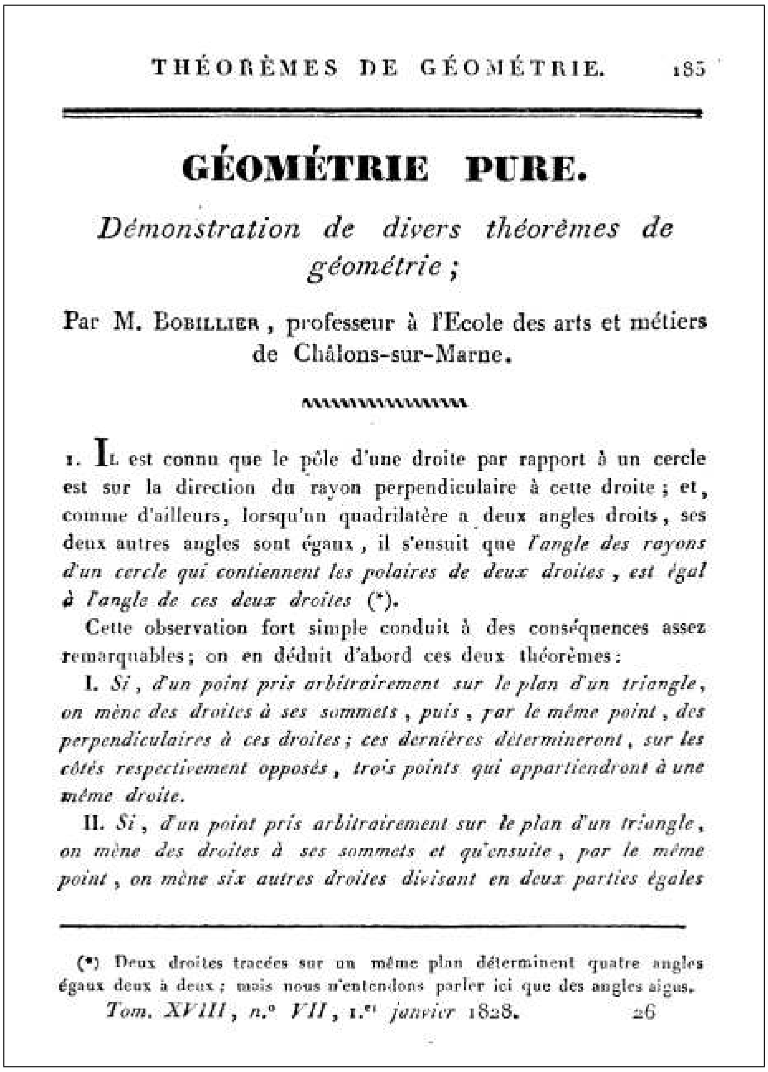
---

[97] A *teoria das polares recíprocas* e o seu uso para enunciar novos teoremas a partir de outros, sem acréscimo de demonstrações, serão estudados detalhadamente no próximo capítulo desta tese.

[98] [BOBILLIER 20].

[99] Não se usa, em nenhum dos textos de Bobillier, o símbolo "∂" (chamado *derrond*), que é o mais comumente usado hoje em dia para derivações parciais.

[100] Ao procurar textos de *análise aplicada à geometria* na *Correspondência* de Quetelet, eu me restringi apenas aos volumes III e IV, de 1827 e 1828, pois são os únicos volumes em que aparecem textos de Bobillier no jornal de Bruxelas.



THÉORÈMES DE GÉOMÉTRIE. 185

GÉOMÉTRIE PURE.

Démonstration de divers théorèmes de géométrie;

Par M. Bobillier, professeur à l'Ecole des arts et métiers de Châlons-sur-Marne.

1. Il est connu que le pôle d'une droite par rapport à un cercle est sur la direction du rayon perpendiculaire à cette droite; et, comme d'ailleurs, lorsqu'un quadrilatère a deux angles droits, ses deux autres angles sont égaux, il s'ensuit que *l'angle des rayons d'un cercle qui contiennent les polaires de deux droites, est égal à l'angle de ces deux droites* (*).

Cette observation fort simple conduit à des conséquences assez remarquables; on en déduit d'abord ces deux théorèmes:

I. *Si, d'un point pris arbitrairement sur le plan d'un triangle, on mène des droites à ses sommets, puis, par le même point, des perpendiculaires à ces droites; ces dernières détermineront, sur les côtés respectivement opposés, trois points qui appartiendront à une même droite.*

II. *Si, d'un point pris arbitrairement sur le plan d'un triangle, on mène des droites à ses sommets et qu'ensuite, par le même point, on mène six autres droites divisant en deux parties égales*

(*) Deux droites tracées sur un même plan déterminent quatre angles égaux deux à deux; mais nous n'entendons parler ici que des angles aigus.

Tom. XVIII, n.° VII, 1.er janvier 1828. 26

Figura 4.4: [BOBILLIER 21], primeira página.

Em janeiro de 1828 aparece o único texto de Bobillier sob a rubrica de *geometria pura*, e intitulado *Demonstração de diversos teoremas em geometria*,[101] cuja primeira página aparece na figura 4.4. O texto é completamente redigido dentro de um estilo sintético. Além disso, não só o *Tratado das propriedades projetivas das figuras* de Poncelet é mencionado, como o vocabulário de Bobillier é todo *ponceletiano*: os argumentos de Bobillier lançam mão de conceitos recorrentes nas pesquisas de Poncelet, tais como pólos e polares, centros de similitude direta ou inversa, relações de natureza projetiva, feixes harmônicos, entre outros. Esse artigo é relativamente longo (tem dezoito página) e é dividido em 12 trechos. O estilo é discursivo, com os enunciados dos teoremas espalhados ao longo do texto, sem numeração e sem nenhum outro destaque além da letra em itálico. Dos trechos **(1.)** ao **(5.)**, as considerações envolvem apenas figuras planas: pontos, retas, circunferências e cônicas. Dos trechos **(6.)** em diante,

[101] [BOBILLIER 21].

o artigo apresenta as versões espaciais, definição por definição, teorema por teorema, do foi feito na primeira metade do texto.

O teorema chave da primeira metade do texto aparece no trecho **(3.)** e dá as condições para que uma circunferência se transforme numa elipse, numa parábola ou numa hipérbole pela correspondência (funcional) da reciprocidade polar no plano.[102] Identifico-o como teorema chave pois ele se serve dos anteriores como lema e fomenta os posteriores como corolários.

Para que se tenha uma idéia do tipo de resultado que aparece nesse texto, limito-me a informar o primeiro deles. É um teorema típico da geometria de incidências, pois fornece condições para o alinhamento de três pontos distintos.[103]

Proposição. *Sejam dados um triângulo ABC e um ponto P no plano do triângulo. Desenhe a reta a que contém o ponto P e é perpendicular ao segmento AP. Semelhantemente desenhe as retas b e c contendo P e perpendiculares respectivamente aos segmentos BP e CP. Então os três pares de retas $\{\,a\,,\,BC\,\}$, $\{\,b\,,\,AC\,\}$ e $\{\,c\,,\,AB\,\}$ determinam três pontos que são colineares.*

Uma *Memória sobre a hipérbole equilátera*, datada de 28 de novembro de 1828, aparece publicada em junho de 1829 sob a rubrica de *geometria de curvas*.[104] Aqui está bem claro, desde o título do texto, qual é o objeto principal do artigo, embora Bobillier fale de mais figuras e configurações do que apenas da hipérbole equilátera. Assim como o texto anterior, este também é um artigo com um estilo mais discursivo, com os resultados enunciados ao longo do texto, sem nenhum destaque além da redação feita em itálico. A única exceção ao *estilo discursivo* é um breve trecho na segunda página, onde Bobillier manipula equações polinomiais de segundo grau a duas variáveis para demonstrar um dos muitos teoremas do artigo. Aliás, o artigo é bastante denso, pois apresenta 28 resultados concentrados em apenas onze páginas.

Há outra comparação entre esse texto e o anterior. A reciprocidade polar é uma correspondência entre figuras geométricas no plano que é intermediada por uma linha de segundo grau.[105] Ora, enquanto que no texto anterior os primeiros resultados

[102] Esse resultado será enunciado mais adiante nessa tese, num contexto onde pode ser melhor compreendido e apreciado. Trata-se do teorema enunciado e ilustrado na seção 5.1.1, onde são introduzidos os conceitos matemáticos básicos da geometria de situação: pólos, polares e reciprocidade polar.

[103] O enunciado que segue é uma adaptação da proposição "I" enunciada em destaque no corpo do texto em [BOBILLIER 21, p. 185].

[104] [BOBILLIER 40].

[105] A reciprocidade polar é um dos aspectos da geometria de situação, cujo estudo detalhado será empreendido no próximo capítulo desta tese.

obtidos tomam como intermediária uma circunferência, nesse texto os primeiros resultados são obtidos tendo como intermediária justamente a hipérbole equilátera anunciada no título.

Dentre os diversos resultados obtidos por Bobillier nesse texto, quero destacar dois pela sua beleza. O primeiro deles (que aqui vou apelidar de "Proposição H", de *hipérbole*) dá uma propriedade da figura que aparece no título do artigo. O segundo resultado (que aqui vou apelidar de "Proposição P", de *parábola*) diz respeito a outra figura e mostra como esse artigo é mais amplo do que seu título indica.[106] As duas proposições estão ilustradas nas figuras 4.5 e 4.6 a seguir.

Proposição H. *A porção de uma [reta] tangente qualquer a uma hipérbole equilátera interceptada entre as tangentes aos seus dois vértices, é vista sob um ângulo reto [a partir] de um ou de outro dos focos.*

Proposição P. *Toda circunferência circunscrita a um triângulo cujos três lados são tangentes a uma parábola contém o foco desta curva.*

Um artigo publicado sob a simples rubrica de *geometria*, sem nenhuma outra qualificação disciplinar, apareceu com o título *Nota sobre dois teoremas demonstrados no 18º volume do presente periódico.*[107] Este artigo bastante curto, com apenas três páginas, tem a seguinte história. Um geômetra anônimo, identificado nos *Annales de Gergonne* como "um assinante", publicou um teorema sobre diâmetros de seções cônicas que são perpendiculares entre si, no fascículo de junho de 1828 do periódico.[108] Antes de ter recebido o fascículo dos *Annales* contendo esse teorema, Bobillier obteve o mesmo resultado e enviou-o para publicação na *Correspondência* de Quetelet.[109] Agora estamos em fevereiro de 1829 e Bobillier reapresenta este teorema com uma demonstração alternativa.

Lembramos a definição que diz que um *diâmetro* de uma cônica é uma corda da figura passando pelo seu centro. Naturalmente que essa definição só faz sentido para cônicas que tenham centro (a circunferência, a elipse e a hipérbole). Por um pequeno *abuso de notação*, vou definir aqui como os *raios* de uma cônica aos segmentos que ligam o centro da figura a cada um de seus pontos. Daí, cada raio é precisamente a metade de cada diâmetro da referida cônica. O teorema demonstrado e redemons-

[106] A Proposição H é o sétimo resultado enunciado em destaque no corpo do texto na página 351. Já a Proposição P aparece na página 356, sem destaque específico, no terceiro parágrafo, precedida pela frase "sabe-se que..." e sucedida por uma referência anotada por Gergonne a um dos textos dos *Annales*.

[107] [BOBILLIER 37].

[108] [ANÔNIMO 1828].

[109] [BOBILLIER 36].

trado por Bobillier afirma que dada uma cônica (com centro), a soma dos quadrados dos inversos de quaisquer dois raios perpendiculares entre si é constante.[110]

Registro que nos mesmos artigos já mencionados, tanto o "assinante" quanto Bobillier oferecem enunciado e demonstração para um resultado análogo no espaço.

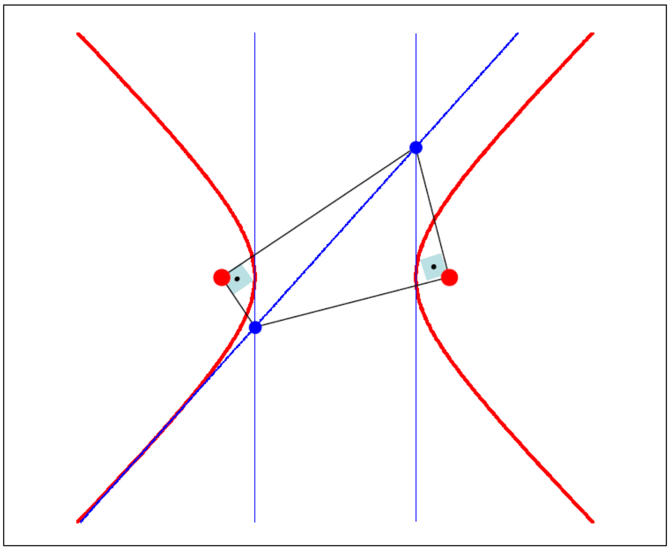


Figura 4.5: [BOBILLIER 40], proposição H.

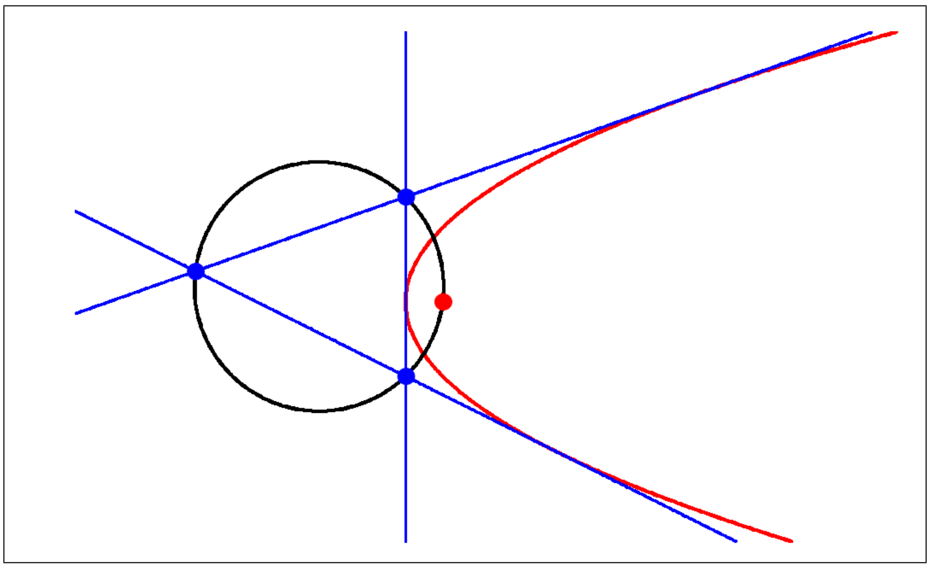


Figura 4.6: [BOBILLIER 40], proposição P.

[110] Naturalmente que o enunciado registrado no texto de Bobillier não é exatamente esse. Particularmente, o que eu chamo de *quaisquer dois raios perpendiculares entre si*, ele escreve como"dois semi-diâmetros retangulares quaisquer".

Dois textos de geometria analítica nos *Annales*.

Dois textos classificados sob a rubrica de *geometria analítica* por Gergonne nos *Annales* fazem jus à fama de que essa geometria é subordinada à álgebra. Ambos são artigos repletos de equações polinomiais e os resultados são obtidos por intrépidas manipulações dessas equações.

O texto *Pesquisa de alguns lugares geométricos no espaço*,[111] publicado em fevereiro de 1828, pretende resolver três problemas parecidos: a descrição do lugar do vértice de um triedro tri-retângulo que se move, porém sujeito a determinadas circunstâncias. No primeiro problema, o triedo se move no espaço e suas arestas são retas que devem permanecer tangentes a uma superfície de segunda ordem fixada no espaço. O segundo problema exige que as arestas se apóiem permanentemente sobre uma curva plana de segunda ordem previamente posta. Por fim, no terceiro problema pede-se que as faces do triedro tri-retângulo mantenham-se tangentes ao perímetro de uma curva plana de segunda ordem dada.

Para responder a essa perguntas, Bobillier escreve um texto longo. Além das manipulações de polinômios, também há minuciosas análises de casos e subcasos relativos a valores de sinais de um ou outro elemento extraído dessas equações. Só para dar uma idéia dessa minúcia, no primeiro problema há três respostas possíveis quando a superfície inicial é um elipsóide, seis respostas quando a superfície é um hiperbolóide (de uma ou de duas folhas) e uma resposta quando a superfície é um parabolóide (elíptico ou hiperbólico). E o autor descreve cada uma dessas respostas cuidadosamente.

Há ainda um quarto problema nessa mesma linha de pesquisa, que é o de descrever o lugar do vértice de um triedro tri-retângulo que se move de modo que os planos de suas faces sejam permanentemente tangentes a uma superfície de segunda ordem dada no espaço. É o próprio autor que informa que esse problema não é tratado nesse texto porque já se conhece uma solução dada por Monge: a resposta é uma esfera concêntrica com a superfície dada.

O outro texto ainda insiste na descrição de lugares geométricos e tem alguns cálculos, argumentos e resultados bem parecidos com o texto anterior. Chama-se *Demonstração de dois teoremas sobre as linhas e superfícies de segunda ordem*,[112] e apesar de ter sido publicado apenas no fascículo de maio de 1829 dos *Annales*, foi despachado de Châlons para Montpellier em carta datada de 28 de novembro de 1828.

[111] [BOBILLIER 22].
[112] [BOBILLIER 39].

O artigo é dividido em três partes. Na primeira o ambiente do problema é um plano. Bobillier investiga qual é o lugar do vértice de um ângulo reto móvel tal que cada lado é permanentemente tangente a uma de duas curvas cônicas distintas, de mesmo tipo e previamente fixadas. Os resultados obtidos nessa parte são sumarizados em três teoremas. A segunda parte do artigo é ambientado no espaço. Aqui investiga-se qual é o lugar do vértice de um triedro tri-retângulo que se move sujeito a ter cada uma de suas três faces sempre tangentes a uma de três superfícies de segunda ordem distintas, de mesmo tipo e previamente dadas. Quatro teoremas são deduzidos nessa parte do texto. Por fim, na terceira parte não há cálculos e nem argumentos, mas apenas o enunciado de quatro longos teoremas obtidos dos anteriores "pela teoria das polares recíprocas".[113]

Textos de filosofia matemática e de geometria de situação.

Em maio e junho de 1828 foram publicados no tomo XVIII dos *Annales de Gergonne* dois textos de Bobillier sob a rubrica *filosofia matemática.* O primeiro deles é intitulado *Ensaio sobre um novo modo de pesquisa de propriedades do espaço*,[114] enquanto o segundo é *Demonstração nova de algumas propriedades de linhas de segunda ordem.*[115] Esses são os únicos textos de Bobillier publicados sob esta rubrica. Uma pista do conteúdo matemático desses textos pode ser encontrada no índice dos *Annales*, onde o editor (re)enquadra ambos os textos sob a rubrica alternativa de *geometria analítica.*

Esses textos apresentam resultados que não são necessariamente originais em si mesmo. Mas o próprio autor é quem chama a atenção do leitor, que deve estar mais atento ao método utilizado do que para os resultados obtidos. Esse método, que Bobillier usa com muita habilidade, mais tarde será conhecido entre os matemáticos do século dezenove com o nome de *método da notação abreviada.* Devido à importância desse par de textos, entre os tantos publicados por Bobillier, eles serão retomados e estudados detalhadamente mais adiante em contextos mais específicos nesta tese.[116]

Outro notável conjunto de textos de Bobillier é composto pelos seis que têm a

[113] Cabe registrar que a *teoria das polares recíprocas* é objeto de estudo detalhado no próximo capítulo desta tese. Por hora adianto que uma das facetas desta teoria é a possibilidade de *duplicar* resultados, isto é, obter um teorema novo a partir de um já demonstrado fazendo apenas uma adaptação de vocabulário no texto do enunciado, sem necessidade de fazer novos cálculos.
[114] Essai sur un nouveau mode de recherche des propriétés de l'étendue. [BOBILLIER 25].
[115] Démonstration nouvelle de quelques propriétés des lignes du second ordre. [BOBILLIER 26].
[116] O primeiro e o segundo texto, respectivamente nas seções 6.3.1 e 6.3.2, no capítulo exclusivamente dedicado ao método da notação abreviada nas décadas de 1810 e 1820.

geometria de situação como rubrica principal (e um exercício proposto dentro desse tema). Esses sete textos aparecem nos *Anales de Gergonne* entre outubro de 1827 e abril de 1829. No primeiro deles define-se a noção de *polares generalizadas* e no segundo aparece a um esboço do conceito de *polares sucessivas*. Na sequência, ao longo dos quatro (mais um) textos seguintes, os resultados obtidos em torno desses conceitos serão progressivamente reelaborados, adquirindo, de texto em texto, um grau crescente de sofisticação. Assim como no caso anterior, esses textos serão apresentados e comentados em detalhes mais adiante nesta tese, num contexto que seja mais adequado do que esta apresentação geral.[117]

Cinco textos de geometria analítica na *Correspondência* de Quetelet (1828).

Dos sete textos de Bobillier publicados em 1828, no quarto volume da *Correspondência* de Quetelet, cinco são classificados como artigos de *geometria analítica*.[118] Esse conjunto de cinco textos parece ter sido redigido até o final de 1827. Em dois deles aparecem a data do despacho do texto de Châlons para Bruxelas (12 de dezembro de 1827 e 03 de janeiro de 1828).[119] Dois desses textos, *Sobre as propriedades projetivas nas superfícies de segunda ordem* e *Sobre a questão II da página 315*, são meras notas curtas, sem muitos cálculos nem resultados.[120] E em três deles, Bobillier retoma o estilo *destemido*, digamos assim, e que também aparece nos textos de geometria analítica dos *Annales*, a saber, a manipulação excessiva de equações polinomiais. São os artigos *Pesquisas sobre as superfícies de segundo grau*, *Sobre os focos nas superfícies de segunda ordem* e *Determinação de eixos principais nas linhas e superfícies de segunda ordem, em relação a eixos oblíquos*.[121]

Nos textos desse grupo, Bobillier continua a tratar de superfícies de segunda ordem, de curvas cônicas quando consideradas sobre essas superfícies (e não necessariamente num plano, como é habitual) e das propriedades dos focos dessas superfícies. Esses são os temas que ele já havia abordado em dois dos três textos do volume anterior da *Correspondência*. Outra insistência de Bobillier é em descrever lugares geométricos. Como essa carterística é marcante, tanto nos textos de geometria analítica dos *Annales de Gergonne* quanto nos da *Correspondência* de Quetelet,

[117] Os textos de geometria de situação são [BOBILLIER 11], [BOBILLIER 14], [BOBILLIER 24], [BOBILLIER 27], [BOBILLIER 28] e [BOBILLIER 38], e o exercício proposto é [BOBILLIER 29]. Eles serão retomados nas seções 5.4.2 e 5.4.3 desta tese, no próximo capítulo que é exclusivamente dedicado ao estudo da geometria de situação entre 1810 e 1830.

[118] [BOBILLIER 31], [BOBILLIER 32], [BOBILLIER 33], [BOBILLIER 34] e [BOBILLIER 36].

[119] Respectivamente [BOBILLIER 31] e [BOBILLIER 34].

[120] [BOBILLIER 32] e [BOBILLIER 33].

[121] Respectivamente [BOBILLIER 31], [BOBILLIER 34] e [BOBILLIER 36].

pode-se inferir que essa é compreensão do que seja a *geometria analítica* pelos editores, autores e leitores desses jornais (o que inclui, naturalmente, o próprio Bobillier). Trata-se de uma geometria cujos métodos são algébricos (as manipulações de equações tem papel fundamental nas argumentações), e cujos problemas são geométricos (a descrição de lugares parecem ser os problemas favoritos nessa geometria).

Assim, por exemplo, num dos textos Bobillier se ocupa de investigar qual é o lugar no espaço do vértice do cone que permanece tangente a uma superfície de segundo grau.[122] Em outro, a pesquisa é uma nova demonstração de que o lugar dos vértices de triedros tri-retângulos circunscritos a uma superfície de segunda ordem dada no espaço é uma esfera.[123] Mais adiante voltaremos a apontar um detalhe importante que também aparece nesses dois textos de Bobillier, a saber, o emprego do método da notação abreviada ali.[124]

4.2.3 Textos tardios ou dispersos.

Nesta seção lançamos um olhar sobre os últimos textos de pesquisas matemáticas do professor da Escola de Artes e Ofícios de Châlons.

Números: um tema raro em Bobillier.

Em apenas dois textos dos mais de quarenta publicados por Bobilier, aparecem os números e a álgebra pura. Tratam-se de raras incursões do geômetra fora da estática ou da geometria. Curiosamente os dois textos são tardios na carreira de Bobillier enquanto pesquisador.

Um desses textos é o exercício resolvido em 1828 na *Correspondência* de Quetelet,[125] a partir de uma pergunta publicada no mesmo jornal e no mesmo ano.[126] Nesse artigo, cuja rubrica alternativa é *análise transcendente*, Bobillier responde a perguntas sobre médias aritméticas ou médias geométricas de potências de números positivos dados. No primeiro problema são dados n números não todos iguais entre si, e mostra-se que a potência $m^{\text{ésima}}$ de sua média aritmética será menor que a média aritmética das potências $m^{\text{ésimas}}$ dos mesmos números. No segundo problema, parecido com o primeiro, são dados n números não todos iguais entre si, e mostra-se que a média ar-

[122] [BOBILLIER 34].
[123] [BOBILLIER 36].
[124] O método da notação abreviada é objeto de estudo detalhado do capítulo 6 desta tese. Os comentários sobre esses dois textos de Bobillier aparecem na seção 6.4.1 deste trabalho.
[125] [BOBILLIER 35].
[126] [CORRESPONDANCE MATHÉMATIQUE et PHYSIQUE 1828].

itmética de suas potências $m^{\text{ésimas}}$ será maior que a média geométrica destas mesmas potências. Bobillier resolve o primeiro problema usando técnicas clássicas do cálculo diferencial para se obter máximos e mínimos de funções à várias variáveis. Para o outro problema, Bobillier apenas comenta que:

> quanto ao segundo, pode-se chegar à ele por uma maneira análoga, mas eu me dispenso de fazê-lo aqui, antentando que ele é uma consequência imediata do seguinte: *a média aritmética de várias quantidades positivas é menor do que sua média proporcional*, que eu creio ter estabelecido de maneira satisfatória, ainda que elementar, no livro III dos meus *Princípios de Álgebra*.[127]

O outro trabalho foi rubricado por Gergonne em seus *Annales* como *aritmética*. Apareceu em novembro de 1829 e chama-se *Abreviação da extração de raízes numéricas*.[128] Neste pequeno artigo, Bobillier se utiliza da fórmula do binômio de Newton com expoentes fracionários para dar um método de cálculo de extração de raízes quadradas e cúbicas de números. Os textos didáticos do século vinte, de cursos clássicos de cálculo numérico, se parecem com esse pequeno texto de Bobillier, porque ali o autor não só ensina o cálculo anunciado, como também dá informações sobre a aproximação e a precisão desse cálculo até uma certa quantidade de casas decimais.

Dois textos tardios (em 1829 e 1830).

Os dois últimos textos de Bobillier publicados nos *Annales de Gergonne* são rubricados pelo editor sob o rótulo de *estática*. Em dezembro de 1829 aparece *Do equilíbrio da catenária sobre uma superfície curva*,[129] e finalmente em abril de 1830 tem-se *Demonstração do princípio de velocidades virtuais nas máquinas em equilíbrio*.[130]

A primeira coisa que chama a atenção nesses textos que estou apelidando de *tardios* é a explícita mudança de vinculação profissional na apresentação de Bobillier. Se na maioria esmagadora dos textos dos *Annales*, Bobillier aparece apresentado como "professor na escola de artes e ofícios de Châlons-sur-Marne", nesses dois últimos ele já não é apresentado assim. No de dezembro de 1829, Bobillier é o "professor no

[127] Quant au second, on peut y parvenir par une manière analogue, mais je me dispenserai de le faire ici, attendu qu'il est une conséquence immédiate du suivant : *la moyenne arithmétique de plusiers quantités positives est moindre que leur moyenne proportionnelle*, ce que je crois avoir établi d'une manière satisfaisante quoiqu'élémentaire, dans le livre III de mes *Principes d'Algèbre*. [BOBILLIER 35, p. 173].

[128] [BOBILLIER 42].

[129] [BOBILLIER 43].

[130] [BOBILLIER 44].

Colégio Real de Amiens", o que, como já vimos antes, não chegou a se concretizar.[131] E no de abril de 1830, ele é o "chefe de estudos da escola real de artes e ofícios de Angers". Essa mudança não teria chegado aos ouvidos de Gergonne se não fosse o próprio Bobillier a informá-lo. Então isso também contribui para que eu apelidasse esses textos de tardios: de certo modo esses textos *escapam* da condição institucional de terem sido redigidos na EdA&M Châlons.

Outra característica que também chama a atenção nesses dois textos é que eles parecem testemunhar nas pesquisas de Bobillier, um *sentimento de recomeço* que talvez lhe tenha vindo pela sua mudança de vinculação profissional. Isso que estou chamando de sentimento de recomeço é meramente uma especulação impressionista, já que não disponho de nenhum documento histórico sobre o protagonista dessa tese que possa precisar um fenômeno como esse, de caráter psicológico. Mas é no mínimo curioso que os primeiros textos de pesquisa redigidos num novo ambiente escolar sejam sobre os mesmos temas dos primeiros textos de pesquisas redigidos na EdA&M de Châlons: princípios de estática e descrições de variantes da curva chamada catenária.

No texto de abril de 1830, Bobillier oferece uma demonstração para o princípio das velocidades virtuais que é um procedimento heurístico em física-matemática baseado em considerações sobre o equilíbrio de um sistema mecânico quando cada um de seus elementos sofre um deslocamento infinitesimal, sem que percam as ligações entre si. Já no texto de dezembro de 1829, pergunta-se pela curva descrita por um fio pesado, homogêneo, perfeitamente flexível, inextensível, de comprimento determinado e fixado pelas extremidades numa superfície curva dada, sabendo ainda que esse fio está sujeito à ação da gravidade sobre a superfície dada, que aliás não exerce nenhum atrito sobre ele.

Particularmente, a semelhança da pergunta feita e dos métodos usados no texto de dezembro de 1829 (quando Bobillier já morava em Angers) e no de agosto de 1826 (no período de Châlons) é bastante eloquente para corroborar a impressão que tenho desse sentimento de recomeço.[132] Infelizmente esse recomeço das pesquisas de Bobillier foi um evento natimorto, pois da década de 1830 em diante, cessaram as produções de Bobillier para jornais especializados em pesquisa matemáticas.

Dois textos dispersos (década de 1830).

Os dois últimos textos de Bobillier não têm rubrica e estão duplamente *longe* de todos os demais. Estão longe no tempo, pois são datados de 1831 e de 1834, enquanto que

[131] Isso está informado no final do capítulo anterior, na seção 3.2.4.
[132] [BOBILLIER 43] e [BOBILLIER 02], respectivamente.

o período produtivo das pesquisas de Bobillier ocorreu no quatriênio 1826 a 1829. E estão longe na paisagem editorial, pois foram publicados em almanaques regionais não especializados em ciências, um tipo de veículo bem diferente dos *Annales de Gergonne* ou da *Correspondência* de Quetelet. Por isso os apelidei de *textos dispersos* de Bobillier.

Reforçando a impressão de que, quando Bobillier queria recomeçar alguma coisa, ele o fazia pela catenária, eis aqui mais um texto sobre o assunto. Dessa vez é um trabalho publicado no anuário *Memórias da Sociedade de Agricultura, Ciências e Artes de Angers* de 1831 e chama-se *Nota sobre uma descrição mecânica da catenária.*[133] No artigo Bobillier é apresentado como "chefe de estudos da escola real de artes de Angers", e o autor faz boa representação do seu posto. De fato, observe como no primeiro parágrafo, ao introduzir o texto, Bobillier usa palavras chaves como "artes" e "mecânica racional e industrial", além de mostrar algumas aplicações práticas da referida curva na construção civil.

> A catenária, ou seja, a curva que afeta um fio flexível e inextensível quando ele é suspenso pelas suas extremidades em dois pontos fixos, é uma das linhas que se tem mais frequentemente ocasião de empregar nas artes; ela desempenha um papel notável nas diversas aplicações importantes das ciências matemáticas, e entre outras, no corte das pedras e na construção de pontes assentadas sobre cordas esticadas de uma margem à outra; vê-se um muito belo exemplar na cúpula do Pantheon de Paris, em que um dos arcos tem forma de uma catenária invertida; como os geômetras já o examinaram com uma atenção toda particular, e suas propriedades estão expostas com detalhes em todos os tratados de mecânica racional e industrial.[134]

O objetivo de Bobillier neste texto é oferecer um meio (abstrato) de *desenhá-la* mecanicamente assim: a catenária é o lugar do foco de uma parábola que rola sobre uma reta sem deslizar. Claro que a curvatura da parábola bem como a posição dela e da reta são calculadas à partir dos parâmetros da catenária.

Por fim, o último texto de pesquisa de Bobillier foi publicado na *Seção Pública de la Marne* de 1834 e tem por título *Nota sobre o princípio de Roberval.*[135] Neste texto,

[133] [BOBILLIER 45].

[134] La chaînette ou la courbe qu'affecte un fil flexible et inextensible, quand il est suspendu par ses extrémités à deux points fixes, est une des lignes que l'on a le plus fréquemment occasion d'employer dans les arts ; elle joue en effet un rôle remarquable dans diverses application importantes des sciences mathématiques, et entr'autres, dans la coupe des pierres et dans la construction des ponts établis sur des chaînes tendus d'une rive à l'autre ; on en voit un fort bel exemple au dôme du Panthéon de Paris, dont l'une des voûtes a la forme d'une chaînette renversée ; aussi les géomètres l'ont-ils examinée avec un soin tout particulier, et ses propriétés sont-elles expsées avec détail dans tous les traités de mécanique rationnelle et industrielle. [BOBILLIER 45, pp. 41-42].

[135] [BOBILLIER 46].

o autor é estranhamente apresentado de maneira anacrônica: apesar de Bobillier já estar de volta a Châlons e de ser (re)conhecido professor da EdA&M, ele é apresentado simplesmente como "ex-aluno da Escola Politécnica".

O chamado *princípio de Roberval* é um método matemático que serve para desenhar retas tangentes a curvas planas. Bobillier começa o seu texto dando algumas breves informações sobre o matemático Gilles Personne de Roberval (1602-1675), usando como referência o livro de historiador da matemáticas Jean Étienne Montucla (1725-1799). Na sequência, Bobillier reclama da imprecisão como o princípio é enunciado nos livros didáticos correntes:

> A regra Roberval foi reproduzida em diversas obras, incluindo a Geometria descritiva do célebre Monge, e na maioria dos tratados de Geometria aplicadas às artes, que têm aparecido nos últimos anos. No entanto, pode parecer estranho que em nenhum lugar essa regra tenha sido formulada com precisão.[136]

É interessante a informação indireta que se pode capturar dessa reclamação de Bobillier: um florescimento, na década de 1830, de livros textos de geometrias aplicadas às artes.[137] Após isso ele anuncia o objetivo do texto.

> O novo princípio, que vamos explicar sucintamente, nos parece, portanto, merecer alguma atenção; ele preenche o mesmo objetivo que o de Roberval (...) e além disso, tem a vantagem de ser aplicado imediatamente na construção de planos tangentes às superfícies curvas.[138]

Não pretendo apresentar aqui os cálculos que aparecem no texto, mas quero apontar um último detalhe que contribui ainda mais com a singularidade deste artigo final de Bobillier. Esse é o único texto da sua carreira em que aparecem figuras inseridas no corpo do texto: há quatro diagramas geométricos desenhados em suas páginas.

4.3 Pessoas e Outros textos.

Nas seções que se seguem, pretendo apresentar pessoas ou textos que são mencionados nos artigos de Bobillier. Sendo mais exato, pretendo alistar, contabilizar e analisar

[136] La règle de Roberval a été reproduite dans divers ouvrages, entre autres dans la Géométrie descriptive du célèbre Monge, et dans la plupart des traités de Géométrie appliquée aux arts, qui ont paru dans ce dernières années. Toutefois, il peut paraître singulier que nulle part cette règle n'ait été formulée avec précision. [BOBILLIER 46, p. 75].

[137] Veremos na seção 8.2.2 desta tese um desses livros, redigido em 1826 pelo então reconhecido matemático barão Charles Dupin, na expectativa de compará-lo com o *Curso de Geometria* de Bobillier.

[138] Le nouveau principe, que nous allons succinctement exposer, nous paraît donc mériter quelque attention ; il remplit le même but que celui de Roberval (...), et a en outre l'avantage de s'appliquer immédiatement à la construction des plans tangens aux surfaces courbes. [BOBILLIER 46, p. 76].

dois tipos de informações coletadas nas páginas dos seus artigos de pesquisa. Inicialmente alistamos os *personagens mencionados* no corpo ou nas notas de rodapé dos seus textos, incluindo aí os co-autores de Bobillier. E também observamos os *textos de outros autores* ou do próprio protagonista desta tese, sejam artigos, livros, notas, memórias, tratados, etc, que estejam explicitamente citados nas pesquisas de Bobillier. É bom frisar que nem todas as pessoas ou textos que aparecem registrados são mencionadas por Bobillier mesmo. Alguns aparecem não no texto principal, que é redigido pelo autor, mas nos pequenos textos do *entorno* (como títulos ou notas de rodapé), que geralmente são redigidos pelos editores. Essas menções também estão incluídas na análise empreendida nas próximas seções.

Trinta e quatro pessoas são mencionadas nos textos de pesquisa de Bobillier. A contagem e descrição desse grupo de pessoas - majoritariamente matemáticos da primeira metade do século dezenove – contribui para uma melhor compreensão global das pesquisas de Bobillier: quais são suas referências, seus interlocutores, etc. Eu dividi as pessoas mencionadas em três subgrupos. Inicialmente temos os co-autores, que são os matemáticos que também resolveram alguns dos exercícios resolvidos por Bobillier. Num segundo subgrupo estão a pessoas mencionadas por serem autores de outros textos evocados nos artigos de Bobillier. Os demais, citados por outros motivos além dos dois acima, coloquei-os num terceiro subgrupo. Observo que esses três subgrupos não são mutuamente disjuntos. A lista completa dessas pessoas em seus respectivos subgrupos pode ser conferida na tabela E.8. Quanto aos textos, são mencionados nove livros didáticos ou tratados de pesquisa e dezenas de artigos em periódicos. O número total de artigos bem como a lista completa dos livros aparecem na tabela E.9.

4.3.1 Pessoas mencionadas nos artigos de Bobillier.

Nesta seção apresento as pessoas do primeiro e do terceiro grupos de mencionados, isto é, os co-autores de Bobillier e os personagens mencionados por motivos diversos. O segundo grupo, que é o dos personagens mencionados por serem autores de textos evocados, será apresentado na seção seguinte, em conexão com seus respectivos textos.

Os co-autores de Étienne Bobillier.

Sete pessoas mencionadas são co-autores de Bobillier, nos *Annales de Gergonne* ou na *Correspondência* de Quetelet e seus nomes aparecem meramente nos títulos dos artigos. É bom lembrar que *co-autoria*, neste contexto específico, não significa um produto único feito deliberadamente por mais de uma pessoa, mas uma *colagem*, inventada pelos editores, de vários produtos individuais em torno de um tema (normalmente um exercício proposto e resolvido). Assim sendo, as sete pessoas nessa categoria não foram mencionadas diretamente por Bobillier.

Duas dessas sete pessoas mencionadas são co-autores de apenas um texto com Bobillier: Finck,[139] e Reynard.[140] Pierre Joseph Étienne Finck (1797-1870) foi aluno da Escola Politécnica na turma de 1815. Em 1826 é apresentado nos *Annales de Gergonne* como repetidor de matemática na Escola Regimentar de Artilharia de Strasbourg. Já em 1844 ele é apresentado nos *Nouvelles Annales* como doutor em ciências e professor na Escola Regimentar de Artilharia e no Colégio de Strasbourg.[141]

O personagem chamado Reynard é apresentado nos *Annales de Gergonne*, como repetidor de matemática na Escola de Artilharia da Guarda Real. Sobre esse primeiro Reynard, a princípio, ainda não sei quase mais nada. Sei apenas que ele também foi co-autor de um geômetra chamado Vallès, que por sua vez é outro dos co-autores de Bobillier (sobre quem vou falar melhor mais adiante). Mas há ainda um outro Reynard. Chama-se François Reynard e nasceu em 1805. Ele foi aluno da Escola Politécnica na turma de 1823 e depois seguiu a Escola de Pontes e Calçamentos. Esse segundo Reynard é ligado ao Vallès assim: os dois foram alunos da EP na mesma promoção e ambos seguiram a mesma escola de aplicação. Isto posto, informo que não consegui apurar se esses dois Reynards são a mesma pessoa ou se são pessoas distintas.

Há dois estrangeiros entre os co-autores de Bobillier, cada um deles com apenas uma co-autoria: Garbinski[142] e Lobatto.[143] Sobre Garbinski (1796-1848), as poucas informações que disponho dizem que ele foi professor na Universidade Real de Varsóvia e que em 1822 publicou um livro de geometria descritiva intitulado *Exposição sintética das propriedades das superfícies regradas*.[144] Quanto a Lobatto, ele é apresentado por Quetelet nas *Correspondência matemática e física* como um funcionário vinculado ao ministério do interior (provavelmente da Bélgica ou de outra das regiões que compunha o Reino Unido dos Países Baixos) no que concerne a direção de pesos e medidas. Há um Lobatto de La Haye, cidadão não francês, que aparece bastante nos primeiros números do Quetelet. Há também um Rehuel Lobatto, dinamarquês,

[139] Co-autor de [BOBILLIER 02].
[140] Co-autor de [BOBILLIER 13].
[141] Finck reaparece nesta tese na seção 6.5.1, onde é narrado um pequeno debate entre ele e Orly Terquem a propósito do uso do método da notação abreviada.
[142] Co-autor de [BOBILLIER 17].
[143] Co-autor de [BOBILLIER 35].
[144] [LORIA 1902, p. 220].

que aparece duas vezes no volume de 1848 dos *Nouvelles Annales*. Eu não consegui apurar se esses Lobattos são a mesma pessoa ou se são pessoas distintas.

Três dentre os sete tem mais de um texto em co-autoria com Bobillier: Lenthéric,[145] Roche[146] e Vallès.[147] Sobre Lenthéric sabe-se pouco, apenas as informações que aparecem na sua apresentação nos *Annales*. Ele era doutor em ciências e professor de matemática e física no Colégio Real de Montpellier. Quanto a Jean Pierre Louis Antide Roche nasceu em 1788 (eu não consegui apurar o ano da sua morte), ele foi aluno da Escola Politécnica na turma de 1805. Fez carreira docente em Toulon como professor de matemática, de fortificações, de física e de química na Escola de Artilharia da Marinha.

O jovem François Vallès talvez seja o personagem mais importante nesse grupo de sete pessoas, por causa de um artigo autoral publicado nos *Annales* em 1826.[148]

François de Paule François Xavier Hégesippe Vallès nasceu em Perpignon, no departamento dos Pyrénées Orientales, em 17 germinal do ano 13 (isto é, 07 de abril de 1805) e morreu após 1867. Ele foi aluno da Escola Politécnica na turma de 1823, tendo usufruído por dois anos consecutivos de meia bolsa de estudos financiada pelo ministério do interior. Em 1825 foi declarado admissível nos serviços públicos (isto é, concluiu os estudos na EP). Como não conseguiu, a partir da sua classificação na lista geral por ordem de mérito, ser admitido na escola de aplicação que ele queria, o ministro do interior autorizou-o a passar um terceiro ano na EP, mas sem bolsa. Daí, apenas em 1826 ele entrou na Escola de Pontes e Calçamentos.

A partir desse ano, e até 1830, publicou 18 artigos sobre cálculo diferencial e integral e sobre geometrias nos *Annales de Gergonne*. Até onde pude apurar, Vallès não exerceu atividade docente de nenhum tipo ao longo de sua vida, o que é algo bem raro entre os personagens da história que está sendo narrada nesta tese. Pelo contrário, sua longa carreira profissional foi toda construída como engenheiro de pontes e calçadas. Isso não o impediu de se interessar pelas ciências teóricas, tendo inclusive publicado em 1841 um curioso livreto intitulado *Estudos filosóficos sobre a ciência do cálculo*.[149]

[145] Co-autor de [BOBILLIER 06], [BOBILLIER 08] e [BOBILLIER 41].
[146] Co-autor de [BOBILLIER 13] e [BOBILLIER 16].
[147] Co-autor de [BOBILLIER 08] e [BOBILLIER 16].
[148] Trata-se de [VALLÈS 1826 a]. Voltaremos a esse artigo na próxima seção e em outras seções no próximo capítulo.
[149] As informações sobre a vida e a carreira de Vallès são consultáveis nos Arquivos da Escola Politécnica ou nos [ARCHIVES NATIONALES DE FRANCE] cota F14 (obras públicas), dossiês [F/14/2334/1] e [F/14/3069].

Quinze pessoas mencionadas em contextos diversos.

Quinze pessoas são mencionadas nos textos de pesquisa de Bobillier em condições que não sejam a de autor de algum texto.

Cinco deles são matemáticos de um passado não muito remoto, são geômetras dos séculos dezessete: Desargues (1591-1661), Roberval (1602-1675), Pascal (1623-1662), Cassini (1625-1712) e Newton (1643-1727). Outros dez mencionados são geômetras em atividade entre o fim do século dezoito e a primeira metade do século dezenove: Monge (1746-1818), Hachette (1769-1834), Dupin (1784-1873), Binet (1786-1856), Poncelet (1788-1867), Petit (1791-1820), Quetelet (1796-1874), Plücker (1801-1868), Ferriot e Monferrand.

Quase todos são mencionados por suas atividades matemáticas. As duas exceções são Hachette e Poncelet. Hachette além de ser mencionado por um teorema, também é mencionado por sua atividade editorial. Lembramos que Hachette foi o editor dos jornais da EP, entre eles a *Correspondência sobre a Escola Politécnica.* Poncelet, por sua vez, é mencionado pela sua matemática, mas também (por Gergonne, em notas de rodapé) no contexto da sua polêmica pública com o editor dos *Annales*.[150]

Dois terços dos quinze personagens são citados associados a algum teorema que lhe foi atribuído. São eles Binet, Desargues, Dupin, Hachette, Monferrand, Monge, Newton, Pascal, Plücker e Quetelet. Eles aparecem em frases do tipo "pelo teorema de *Fulano*, que diz que *etc etc*, podemos concluir que *etc etc*". Há ainda três nomes próprios associados a objetos matemáticos que não sejam teoremas: a Oval de Cassini, o Princípio de Roberval e uma equação de Petit.

A menção menos banal do que as descritas acima é ao geômetra Ferriot, de quem disponho de pouquíssimas informações. A única que tenho é que na década de 1820 ele foi decano na Faculdade de Ciências em Grenoble.[151] Num dos exercícios resolvidos por Bobillier em junho de 1827, informa-se de passagem que Ferriot é alguém "que usou propriedades projetivas em diversos lugares dos *Annales*".[152] Como esse texto é uma co-autoria (com Lenthéric e Vallès), provavelmente essa informação interessante deve ter sido acrescentada pelo editor Gergonne na hora de compilar as soluções recebidas dos autores respondentes.

[150] A grave polêmica pública entre Gergonne e Poncelet em 1827/1828 está narrada em detalhes nas seções 5.3.1, 5.3.2, 5.3.3 e 5.3.4 desta tese.
[151] [FERRIOT 1826 b].
[152] [BOBILLIER 08, p. 379].

4.3.2 Artigos, manuais didáticos e tratados mencionados nos textos de Bobillier.

Agora veremos os artigos e os livros mencionados nos trabalhos de Bobillier, bem como os seus autores. Ao final desta seção, mostro quais são os textos de pesquisas de Bobillier que mais mobilizam pessoas ou textos e os que não mobilizam nada.

Os artigos e seus autores.

Uma grande quantidade de artigos, memórias, notas e questões propostas são mencionadas nos textos de Bobillier, seja por ele mesmo, seja pelos editores Gergonne ou Quetelet. Sobre as questões propostas, não faremos considerações aqui. Sobre os demais artigos, eles estão espalhados em três periódicos: os *Annales de Gergonne* e a *Correspondência* de Quetelet, evidentemente, e ainda a "Correspondência de Hachette" (isto é, a *Correspondência sobre a Escola Politécnica*). O número total desses artigos está na primeira parte da tabela E.9.

Aparecem em dois artigos de Bobillier um total de três menções a dois textos da "Correspondência de Hachette". Um dos trabalhos é de Paul Félix Bienvenu Frégier (nascido em 1793), que após ser aluno da Escola Politécnica na turma de 1813, seguiu carreira como professor de matemática no Colégio Real de Troye. O outro texto é de Poisson, mencionado duas vezes e justamente nos dois artigos de Bobillier sob *geometria analítica* nos *Annales de Gergonne*. No primeiro deles, Bobillier informa que há um teorema de Monge mostrando que a esfera é o lugar geométrico do vértice de um triedro tri-retângulo que se move mantendo as suas faces permanentemente tangentes a uma superfície de segunda ordem dada. Na sequência ele acrescenta a informação de que "o Sr Poisson deu uma demonstração bastante elegante" para esse resultado num dos fascículos da *Correspondência sobre a Escola Politécnica.*[153]

Na *Correspondência* de Quetelet há quatro artigos mencionados seis vezes em quatro textos de Bobillier. Desses quatro artigos, um é de Germinal Pierre Dandelin (1794-1847) e três são do próprio Bobillier. Dandelin, embora de origem neerlandesa, foi aluno da Escola Politécnica na turma de 1813. Mais tarde, em sua carreira docente, foi professor na Faculdade de Liège e membro da Academia Real de Ciências de Bruxelas.[154]

[153] [BOBILLIER 22, p. 246].

[154] Há um bom esboço biográfico de Dandelin escrito pelo cientista e editor Adolph Quetelet, seu amigo, conterrâneo e contemporâneo. Confira as páginas 138 a 164 do livro *Ciências físicas e matemáticas [entre os belgas] no começo do século XIX*. [QUETELET 1867].

Bobillier menciona-o no seu artigo rubricado singularmente de *análise aplicada à geometria*,[155] informando que um resultado ali foi obtido "apoiando-se sobre o teorema para o qual o Sr Dandelin deu uma nova demonstração muito elegante na página 11 do tomo III, da *Correspondência*."[156] Conferindo o artigo do Dandelin, observa-se que o *apoio* referido por Bobillier é apenas sobre o *enunciado* do teorema de lá e não sobre sua *demonstração*. O teorema de Dandelin no texto dele parece ser uma versão um pouco diferente, mas com os mesmos elementos, que o resultado de Bobillier. Enquanto que a demonstração de Bobillier é carregada de álgebra, na demonstração de Dandelin não há álgebra, mas é toda baseada em métodos de projeções (principalmente projeções estereográficas).

Vinte e três artigos dos *Annales* são mencionados trinta e quatro vezes em dezoito textos de Bobillier. Esse 23 artigos mencionados estão espalhados entre os anos de 1817 e 1828, mas é um espalhamento concentrado no intervalo de tempo em que Bobillier foi um pesquisador ativo. Dito mais claramente, cinco artigos são anteriores a 1826, e depois disso temos quatro, oito e seis artigos de 1826, 1827 e 1828 respectivamente. Os autores desses artigos são em total de dezesseis. Começando por Bobillier mesmo, temos a seguir Poncelet e Vallès. Continuando: Gergonne, Lamé, Plücker e Sturm. E mais: Brianchon, Durrande, Garbinski, Lenthéric, Morel, Querret, Sarrus e Steiner. Finalmente, temos dois textos anônimos. Esses autores não necessariamente têm seus nomes registrados quando seus artigos são mencionados, por isso alguns dos nomes neste parágrafo não constam na tabela E.8.

Na lista de nomes de autores de artigos nos *Annales*, o primeiro a ser destacado é Poncelet. Juntando três menções a dois artigos e duas menções ao *Tratado*, ele é o autor mais evocado por Bobillier. Jean Victor Poncelet foi aluno da Escola Politécnica na turma de 1807. Pouco depois de sair da Escola Politécnica, em 1812, engajou-se numa campanha militar desastrosa com Napoleão Bonaparte rumo à Rússia. Capturado, passou um temporada de pouco mais de um ano numa prisão em Saratov. Enquanto esteve preso, aproveitou para trabalhar em suas idéias geométricas, registrando-as em diversos cadernos que, mais tarde, vieram a ser conhecidos como os *cadernos de Saratov*. Poncelet volta para a França em 1814 e começa a publicar seus escritos matemáticos a partir de 1817 nos *Annales de Gergonne*.

Os dois artigos de Poncelet publicados nos *Annales* que são mencionados por

[155] [BOBILLIER 20].
[156] Nous ferons encore remarquer qu'en s'appuyant sur le théorème dont M. Dandelin a donné une nouvelle démonstration fort élégante à la page 11, tom. III, de la *Correspondance*, on a celui-ci : (...). [BOBILLIER 20, p. 235].

Bobillier, são datados de 1821 e de 1827.[157] Um destaque deve ser dado ao texto de 1827, que será estudado mais adiante, num contexto em que é possível apreciá-lo melhor.[158] Por hora, adianto que em duas das três vezes que Bobillier o menciona, diz explicitamente ter tido uma parte das suas pesquisas inspiradas pela leitura desse artigo de Poncelet.[159] Curiosamente, o geômetra Michel Chasles (1793-1880) faz exatamente a mesma confissão explícita: de que o artigo de Poncelet de março de 1827 o inspirou.[160]

Três menções são reservadas a François Vallès, aqui considerado como autor de textos individuais e não como co-autor de Bobillier. Uma das menções é do próprio Bobillier e duas são do editor Gergonne em notas de rodapé, mas as três vão ao mesmo artigo intitulado *Demonstração de uma propriedade geral das linhas de contato de superfícies curvas com as superfícies cônicas circunscritas.*[161] Este texto publicado em abril de 1826, foi retomado e reelaborado algumas vezes por Gergonne e por Bobillier nos dois anos seguintes. Trata-se de um trabalho de Vallès cujos resultados reaparecem no primeiro artigo de Bobillier da sequência dos textos de geometria de situação.[162]

Outras menções que merecem ser destacadas são três artigos de Gergonne e um de cada de Lamé, Plücker e Sturm.[163] Os textos desse conjunto dialogam diretamente com três dos artigos mais importantes de Bobillier. Dois de Gergonne aparecem no artigo inaugural de Bobillier sob a rubrica da *geometria de situação*, um fornecendo teorema e outro fornecendo vocabulário. Dois de Gergonne e o de Lamé aparecem no texto central da *geometria de situação* de Bobillier. Esse artigo é central porque é onde Bobillier retoma diversos resultados dispersos em artigos anteriores e reorganiza-os sistematicamente em torno de um estratégia de demonstração que combina teoria das projeções e reciprocidade polar. Já os textos de Sturm e de Plücker são mencionados por Bobillier no seu segundo artigo de *filosofia matemática*, onde ele usa o método da notação abreviada para extrair de uma mesma equação quase uma dezena

[157] São eles [PONCELET 1821 b] e [PONCELET 1827 a].
[158] O conteúdo desse texto e a sua importância na polêmica pública envolvendo Poncelet e Gergonne é vista na seção 5.3.1 deste trabalho.
[159] As menções aparecem em [BOBILLIER 21] e [BOBILLIER 22] nos *Annales de Gergonne* e em [BOBILLIER 36] na *Correspondência* de Quetelet. As confissões estão registradas nos dois textos dos *Annales.*
[160] O artigo de Chasles é [CHASLES 1828 a]. Para mais detalhes sobre as confissões de Chasles e de Bobillier, confira a seção 5.4.4 desta tese.
[161] [VALLÈS 1826 a].
[162] É o importante texto [BOBILLIER 11], que será estudado detalhadamente na seção 5.4.2 deste trabalho.
[163] São eles [GERGONNE 1827 a], [GERGONNE 1827 d], [GERGONNE 1827 e], [LAMÉ 1817], [PLÜCKER 1826 b] e [STURM 1826 b].

de teoremas em três contextos distintos. As matemáticas de todos os artigos citados nesse parágrafo serão mostradas nos próximos capítulos.[164]

Os livros e seus autores.

Além dos artigos, os outros textos mencionados nas pesquisas de Bobillier são tratados de pesquisa ou livros didáticos. Três livros são mencionados pelo editor Gergonne em notas de rodapé. Seis são mencionados pelo próprio Bobillier, incluindo aí o seu *Princípios de Álgebra.* A lista desses livros pode ser consultada na segunda parte da tabela E.9.

O livro de Poncelet é o único que aparece duas vezes nos registros de Bobillier. Como dito pouco acima, o capitão engenheiro Poncelet passou uma temporada como prisioneiro em Saratov, onde redigiu alguns cadernos com textos de geometria. Uma parte da matemática contida nos cadernos de Saratov serve como base para seu livro mais famoso, o *Tratado das propriedades projetivas das figuras*, considerado por diversos geômetras e historiadores das gerações seguintes como o livro inaugural da geometria projetiva moderna. Os métodos, os resultados e o vocabulário apresentados no primeiro tomo deste livro, publicado em 1822, influenciaram os trabalhos de vários matemáticos a partir de então, inclusive Bobillier, que o menciona explicitamente duas vezes.[165]

Na segunda menção, Bobillier simplesmente enuncia (e usa) dois teoremas que aparecem no *Tratado.* A primeira menção, porém, é mais interessante. Ali o autor descrever uma configuração no espaço começando por um diedro, e prosseguindo com uma curva de segunda ordem em cada plano dessa figura, tendo uma corda em comum, justamente a aresta do diedro. Na sua descrição, Bobillier emprega a expressão “centro direto ou inverso de homologia” e aloca logo em seguida uma nota da rodapé dizendo: “veja, para esta denominação, o *Tratado das propriedades projetivas* do Sr Poncelet.”[166] Se tomarmos o protagonista desta tese como um geômetra típico do final dos anos 1820, essa menção ilustra como o vocabulário de Poncelet pouco a pouco vai sendo assimilado e incorporado ao vocabulário dos geômetras a partir do seu *Tratado.*

Voltando ao texto de *análise aplicada a geometria* (na *Correspondência* de Quetelet)

[164] Os três artigos de Bobillier apontados nesse parágrafo são [BOBILLIER 11], [BOBILLIER 24] e [BOBILLIER 26]. Eles são estudados detalhadamente nas seções 5.4.2, 5.4.3 e 6.3.2 respectivamente.
[165] Nos artigos [BOBILLIER 15] e [BOBILLIER 39].
[166] Voy, pour cette dénomination, le *Traité des propriétés projectives* de M. Poncelet. [BOBILLIER 15, p. 173].

em que Bobillier cita um teorema de Dandelin, ele também cita ali um teorema sobre parabolóides de revolução. Após enunciá-lo, o autor informa que "esta última propriedade foi demonstrada na *Geometria analítica* do Sr Bourdon."[167] O teorema diz simplesmente que todas as seções planas de um parabolóide de revolução são projetadas em circunferências sobre um plano perpendicular ao eixo do parabolóide.

Louis Pierre Marie Bourdon (1779-1854) foi aluno da Escola Politécnica da turma de 1796. Mais tarde trabalhou por mais de vinte anos como examinador de admissão na mesma escola (entre 1827 e 1848). Trabalhou ainda em várias outras escolas e liceus e chegou a ser inspetor na Academia de Paris na década de 1820. Publicou em 1825 o livro didático *Aplicação da álgebra à geometria*.[168] Na introdução ao seu livro (que Bobillier chamou informalmente de *geometria analítica* ao mencionar), Bourdon afirma que o escreveu a partir do incentivo de vários colegas professores e que foi baseado em sua experiência no ensino de geometria analítica nos colégios reais.[169] O teorema citado por Bobillier aparece no último capítulo do livro, dedicado ao estudo das superfícies curvas de modo geral, e particularmente daquelas que são dadas por equações de segundo grau.[170]

Tanto a citação ao livro *Aplicação da álgebra à geometria* de Bourdon (de 1825), quanto ao artigo *Propriedades projetivas de curvas do segundo grau* do Dandelin (de 1827),[171] são significativas. Elas indicam que Bobillier procurava estar atento e atualizado às publicações mais recentes de sua época, sejam livros textos sejam artigos de pesquisa. É significativo também que o próprio Bobillier mesmo já insira sua pesquisa no campo da álgebra aplicada à geometria (esse é praticamente o título do livro de Bourdon), *dando uma dica* ao editor Quetelet de como classificar seu texto.

Os três livros seguintes são a *Geometria descritiva* do "célebre Monge", a *História das matemáticas* de Montucla e a *Obra reunida* de Roberval. As três menções aparecem no primeiro parágrafo do texto disperso de Bobillier,[172] que além das características singulares já assinaladas anteriormente nesta tese, tem também mais essa:

[167] Cette dernière propriété est démontrée dans la *Géométrie analitique* de M. Bourdon. [BOBILLIER 20, p. 235].
[168] É o livro [BOURDON 1825]. O mesmo livro teve uma reedição póstuma em 1854 com o título ligeiramente acrescentado *Aplicação da álgebra à geometria, incluindo a geometria analítica a duas ou a três dimensões.* A edição póstuma é aumentada, e as diferenças em relação à primeira são apresentadas pelo seu filho Pierre Joseph Henri Bourdon (politécnico da turma de 1830).
[169] [BOURDON 1825, p. v].
[170] [BOURDON 1825, p. 584].
[171] [DANDELIN 1827].
[172] [BOBILLIER 46].

uma esboço de erudição como não se vê em nenhum outro texto anterior de Bobillier.

Nos três livros mencionados por Gergonne em notas de rodapé, é curioso – e não parece ser por acaso – que a palavra "análise" ou "analítica" apareçam nos títulos. Os livros são *Miscellanea analiticae* de Edward Waring (1736-1798), *Aplicações da análise à geometria* de Gaspard Monge e *Mecânica analítica* de Joseph Louis Lagrange (1736-1813). As menções aparecem em dois textos de *geometria de situação* e num texto de *geometria analítica* que Bobillier publicou nos *Annales* entre outubro de 1828 e maio 1829.[173]

No primeiro texto de Bobillier, quando o autor afirma que a quantidade de retas tangentes tomadas de um ponto até uma curva de grau m não pode ultrapassar m^2, o editor informa em nota de rodapé que a mesma estimativa aparece registrada na *Miscellanea analiticae* de Waring. No segundo texto, Bobillier enuncia e dá uma nova demonstração a um teorema que já tinha sido demonstrado por ele mesmo, e pela primeira vez (poucos meses antes) por Vallès. Este teorema, por sua vez, tinha sido enunciado muito tempo antes, e sem demonstração, por Monge em suas *Aplicações da análise à geometria*. O teorema diz que a interseção de uma superfície de grau m com um cone que lhe seja tangente, produz uma curva pertencente a uma superfície de grau $m-1$.[174] A informação de que o teorema originalmente estava num texto de Monge foi fornecida por Poncelet numa carta que ele enviou ao *Bulletin de Ferussac*, e depois essa informação foi reproduzida por Gergonne na nota de rodapé a este texto de Bobillier. Por fim, no texto de *geometria analítica*, o editor Gergonne insere uma longa nota de rodapé onde faz cálculos em que compara dois sistemas de coordenadas retangulares de mesma origem no espaço.[175] Após fazer os cálculos em questão, Gergonne indica que esses resultados aparecem tanto na *Mecânica analtica* de Lagrange quanto no artigo de Poisson publicado na "Correspondência de Hachette" (e que Bobillier mesmo já havia mencionado duas outras vezes).

[173] As menções aparecem em [BOBILLIER 27], [BOBILLIER 28] e [BOBILLIER 39] respectivamente.

[174] O teorema será apresentado e demonstrado na seção 5.4.2 desta tese. Por hora, informo que seu enunciado aparece em [MONGE 1807 b, pp. 14-15], [VALLÈS 1826 a, p. 315], [BOBILLIER 11, p. 93] e [BOBILLIER 28, p. 140].

[175] Os cálculos de Gergonne, nas matemáticas dos nossos dias, seriam típicos de um curso de álgebra linear. São contas referentes à mudança da base canônica do $\mathbb{R}^3$ para uma nova base ortonormal, e cuja matriz de passagem é ortogonal. Pela antiguidade do texto comparada com a emergência da álgebra linear enquanto disciplina matemática, é bom advertir que Gergonne faz todas essas contas por extenso, sem usar notação matricial e nem determinantal, e sem empregar nenhuma das nomenclaturas mencionadas aqui (*mudança de base*, *matriz ortogonal*, etc).

Os artigos de Bobillier que mais mobilizam pessoas ou textos e os que não mobilizam nada.

São dois os textos de Bobillier que mais mobiliza outros textos ou pessoas. Um deles é a *Pesquisa sobre as leis gerais que regem as linhas e superfícies algébricas*, publicado em 1828 mês de março.[176] Trata-se do texto principal da sequência de seis artigos de geometria de situação a que me referi pouco acima, que menciona dois textos de Gergonne e um de Lamé. Além desses três artigos, ali também são citados por Bobillier um artigo dele mesmo, um de Vallès, um de Poncelet e um de Durrande, totalizando sete referências. Observo que esse texto de Bobillier está nos *Annales*, bem como todas as referências contidas nele. Igualmente cheio de referências é a *Demonstração de dois teoremas sobre as linhas e superfícies de segunda ordem.* de 1829, mês de maio.[177] Este texto também aparece nos *Annales*, mas as referências saem do escopo do jornal de Gergonne. Ali aparece uma referência a um artigo anterior do próprio Bobillier, um artigo de Poisson na *Correspondência sobre a Escola Politécnica*, o nome de Hachette como editor, o nome de Poncelet e do seu *Tratado*. Além disso Gergonne menciona em notas de rodapé o tratado de Lagrange e um artigo na "Correspondência de Bruxelas" (isto é, a *Correspondência* de Quetelet). Isso totaliza $5 + 3 = 8$ registros de textos ou nomes próprios no artigo.

No extremo oposto, há cinco textos de Bobillier que não fazem referência a nada nem a ninguém. Um deles é o texto de estréia, sobre poços e roldanas, publicado no jornal regional do Departamento de la Marne.[178] Outros três são textos do final do período produtivo de Bobillier: o de extração de raízes numéricas e o sobre velocidades virtuais, publicados nos *Annales*, e mais o sobre catenária publicado no jornal regional de Angers.[179] Note que nesses quatro textos não há nenhuma das geometrias que fizeram de Bobillier um geômetra reconhecido na sua geração. O que leva a pensar: esses textos são singulares na obra de Bobillier porque não se comunicam com nenhum outro? Ou não se comunicam com nenhum outro exatamente porque são singulares? E finalmente, o quinto texto sem referêencias é um *exercício proposto* (de geometria de situação).[180] Ainda que seja, este sim, um texto sobre as geometrias nas quais Bobillier se especializou, o fato de ser um exercício proposto faz dele um texto que não precisa chamar nenhum outro, pelo contrário, é um texto que espera ser (mas infelizmente nunca foi) chamado.

[176] [BOBILLIER 24].
[177] [BOBILLIER 39].
[178] [BOBILLIER 01].
[179] [BOBILLIER 42], [BOBILLIER 44] e [BOBILLIER 45].
[180] [BOBILLIER 29].

Capítulo 5

Geometria de situação até o final dos anos 1820.

A geometria de situação é uma rubrica tardia nos *Annales de Gergonne*. Os dois primeiros textos assim rubricados apareceram apenas em janeiro e em outubro de 1827, depois de 17 anos de existência do jornal. O texto de janeiro é do editor mesmo e o segundo, o de outubro de 1827, é de ninguém menos que Étienne Bobillier. Depois disso, e até o encerramento dos *Annales*, publicou-se um total de 19 artigos sob esta rubrica principal, com contribuições de geômetras respeitáveis como Steiner e Chasles, entre outros. Mas afinal, o que é essa *geometria de situação*? É meramente uma rubrica editorial? Ou é uma disciplina, um campo de estudos, uma área de pesquisa? É essa pergunta que pretendo responder nas próximas seções, apoiado, sobretudo, nos registros de alguns dos principais personagens envolvidos nesta construção coletiva: Poncelet, Gergonne e Bobillier.

Este capítulo está dividido em cinco grandes partes, em que as duas primeiras são protagonizadas por Poncelet e Gergonne respectivamente. Em cada parte veremos separadamente as concepções de cada um desses geômetras rivais do que seja a nascente geometria em que os teoremas aparecem aos pares. A geometria "moderna e pura" de Poncelet é baseada na sua *teoria das polares recíprocas*.[1] Já a "geometria de situação" de Gergonne é construída a partir do seu *princípio da dualidade*.[2] A terceira parte narra detalhadamente a disputa entre esses dois geômetras, ocorrida entre 1826 e 1828, em torno desse tema. Ali veremos também como outros personagens, incluindo Étienne Bobillier, se envolveram (ou foram envolvidos) nessa querela

[1] Esta é a parte 5.1.
[2] Trata-se da parte 5.2.

pública.[3] Na quarta parte a atenção é toda voltada para Bobillier e as suas produções sob a rubrica de situação entre 1827 e 1829.[4] Por fim, na última parte do capítulo, apresenta-se um amplo painel de geometria de situação praticada nos *Annales de Gergonne* entre 1810 e 1830 a partir do uso do método heurístico da rede de textos.[5]

5.1 A teoria das polares recíprocas de Poncelet.

Nas próximas seções vamos concentrar nossa atenção em um dos temas preferidos nas pesquisas de Poncelet, que é a *teoria das polares recíprocas* (também chamada de *reciprocidade polar*). Para tanto, vamos seguir alguns textos de Poncelet publicados nos *Annales de Gergonne* e no *Journal de Crelle*.[6] Na expectativa de compreender a matemática de Poncelet e de situá-la historicamente, vamos fazer duas aproximações prévias. Inicialmente, vou mostrar as definições e os resultados matemáticos básicos sobre a reciprocidade polar no plano e no espaço.[7] Na sequência esboço um breve histórico da reciprocidade polar nos primeiros anos do século dezenove.[8] Logo a seguir estaremos prontos para compreender os trabalhos de Poncelet sobre esse assunto.[9]

5.1.1 O que é reciprocidade polar?

A *reciprocidade polar no plano* é uma transformação geométrica que associa a cada reta um ponto e a cada ponto uma reta, de maneira bem determinada. Dito mais claramente, partindo-se de uma reta inicialmente dada, pode-se, por meio de uma construção geométrica, obter um ponto. Reciprocamente, partindo-se de um ponto pode-se obter uma reta através de um processo de construção geométrica. As construções geométricas referidas acima são intermediadas por uma cônica previamente fixada no plano e tomada como figura de referência. Um ponto e uma reta que se correspondem por essa transformação são chamados respectivamente de *pólo* e de *polar* um do outro em relação à cônica fixada. Esta cônica, por sua vez, é chamada de *diretriz* da reciprocidade polar.

[3] Na parte 5.3 deste capítulo.

[4] Esta é a parte 5.4.

[5] Estudo feito na parte 5.5 deste trabalho.

[6] Embora a teoria das polares recíprocas apareça em diversos trechos do famoso livro de Poncelet, nesta tese optei por não seguir o *Tratado*. A escolha de privilegiar os artigos dos periódicos me parece ser a mais adequada tanto à história narrada neste capítulo, quanto ao método historiográfico adotado neste trabalho, que é fortemente embasada em textos publicados em jornais.

[7] Esta é a seção 5.1.1.

[8] Seção 5.1.2.

[9] O que é apresentado na seção 5.1.3.

Reciprocidade polar no plano.

A seguir, vamos descrever mais precisamente a reciprocidade polar no plano. Inicialmente considere uma circunferência $\mathcal{C}$ previamente escolhida e fixada num plano, e que servirá como diretriz. Num primeiro momento, suponha que uma reta ℓ do plano intersecta a circunferência $\mathcal{C}$ em dois pontos distintos, digamos, P_1 e P_2. As duas retas tangentes a $\mathcal{C}$ nos pontos P_1 e P_2 intersectam-se num ponto, digamos P. Observe que neste caso, o ponto P é externo à circunferência $\mathcal{C}$. Dizemos que o ponto P é chamado de *pólo* da reta ℓ em relação à circunferência $\mathcal{C}$. A construção geométrica descrita acima é reversível. De fato, se dessa vez começamos com um ponto P exterior à circunferência pode-se traçar as duas retas tangentes à $\mathcal{C}$ passando por P. Vamos denominar os dois pontos de contatos obtidos como P_1 e P_2. Existe uma reta ℓ determinada pelos pontos P_1 e P_2. Aqui, dizemos que ℓ é a *reta polar* do ponto P em relação à circunferência $\mathcal{C}$. Quando o contexto deixa suficientemente claro qual é a circunferência diretriz, pode-se suprimir a expressão "em relação à circunferência $\mathcal{C}$", e dizer simplesmente que P e ℓ são pólo e polar um do outro.

Pode acontecer o caso de uma reta intersectar a circunferência diretriz em apenas um ponto. Quando uma reta ℓ é tangente à circunferência $\mathcal{C}$ em P, é razoável definir o *pólo* de ℓ como sendo exatamente o ponto de contato P. Reciprocamente, quando um ponto P pertence à circunferência, define-se a *reta polar* de P como sendo a reta ℓ tangente à $\mathcal{C}$ em P.

Pode acontecer ainda que uma reta ℓ seja exterior à circunferência de referência $\mathcal{C}$, e portanto não há pontos de interseção entre as duas figuras. Aqui procedemos da seguinte maneira: sobre a reta ℓ escolhe-se dois pontos distintos Q e R quaisquer. Toma-se as duas retas tangentes à $\mathcal{C}$ passando por Q, e digamos que os dois pontos de contatos obtidos sejam Q_1 e Q_2. Semelhantemente, constrói-se as duas retas tangentes à $\mathcal{C}$ passando por R, obtendo os pontos de contato R_1 e R_2. A interseção das cordas Q_1Q_2 e R_1R_2 é o ponto P definido como o *pólo* da reta ℓ. Note que, nesse caso, o ponto P é interno à circunferência $\mathcal{C}$. Reciprocamente, se começarmos com um ponto P qualquer, interior à circunferência $\mathcal{C}$, obtém-se sua reta polar assim: comece passando por P duas cordas distintas quaisquer Q_1Q_2 e R_1R_2. Para a corda Q_1Q_2, constrói-se o ponto Q como sendo a interseção das duas tangentes à circunferência, cada uma das quais passando por Q_1 e por Q_2. Semelhantemente, dada a corda R_1R_2, constrói-se o ponto R de maneira análoga. A reta ℓ, determinada pelos pontos Q e R é a *reta polar* do ponto P. A figura 5.1 ilustra as três situações descritas.

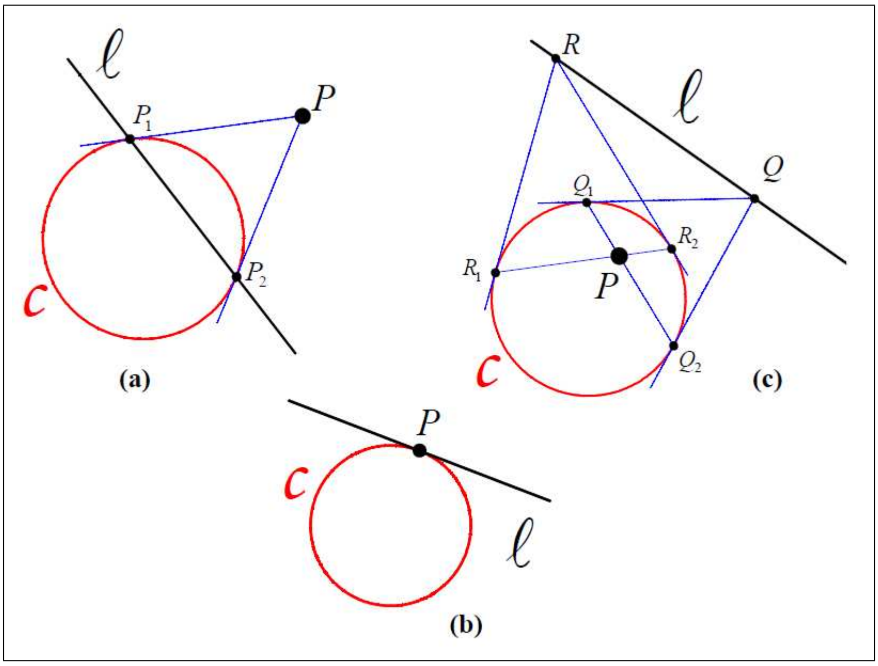


Figura 5.1: Reciprocidade entre o pólo P e a reta polar ℓ em relação à $\mathcal{C}$.

Uma situação que requer um pouco mais de cuidado, diz respeito às retas que passam pelo centro da circunferência de referência. O que dizer dos seus pólos? E o sobre o ponto situado exatamente no centro da circunferência. Qual é sua reta polar? Ora, quando uma reta passa pelo centro da circunferência, os pontos de interseção entre as duas figuras são as extremidades de um diâmetro. Assim, as duas retas tangentes à circunferência nesses pontos são paralelas entre si. Nesse caso, diz-se que o ponto de interseção entre essas tangentes é um ponto infinitamente afastado. Assim, quando uma reta passa pelo centro da circunferência, o seu pólo é um *ponto no infinito*. O conjunto de todos os pontos no infinito é definido como sendo a *reta no infinito*, e esta é a reta polar do centro da circunferência de referência. A figura 5.2 abaixo mostra uma reta que tem como pólo um ponto no infinito.

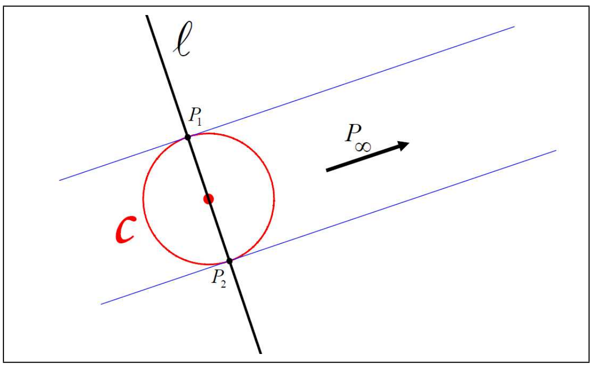


Figura 5.2: Uma reta ℓ e seu pólo P_∞ infinitamente afastado.

Todas as construções acima foram descritas tendo uma circunferência como figura diretriz. Entretanto, qualquer cônica previamente fixada serve como diretriz para definir uma reciprocidade polar no plano. As construções geométricas descritas acima são exatamente as mesmas para uma elipse ao invés de circunferência, observando que elipses, assim como circunferências, são figuras fechadas. Quanto a parábolas ou a hipérboles, que são figuras abertas no plano, para tomá-las como cônica de referência, basta repetir a descrição feita acima, cuidando de substituir as palavras "interior" ou "exterior" (usadas para a circunferência) respectivamente pelas expressões "região plana côncava" ou "região plana convexa" (que é mais conveniente a figuras abertas).

Fixada uma cônica no plano, pode-se demonstrar que a reciprocidade polar tem uma propriedade fundamental, a saber, ela *preserva a incidência entre pontos e retas.* Isso quer dizer que se um ponto P e uma reta ℓ estão situadas no plano tais que $P \in \ell$, então a reta p polar de P e o ponto L pólo de ℓ estão situados tais que $L \in p$. Em particular, a reciprocidade polar é uma transformação geométrica que leva três ou mais retas distintas concorrendo num mesmo ponto, em três ou mais pontos distintos situados numa mesma reta.

Entretanto, a propriedade mais charmosa de uma reciprocidade polar é o fato de que se pode recuperar um elemento inicial, quando ele for um ponto ou uma reta, ao se construir a recíproca da sua recíproca. Isso quer dizer que partindo de um ponto, digamos P, pode-se construir sua reta polar, digamos p. E agora partindo dessa reta p e construindo seu pólo, obtém-se exatamente o ponto P inicialmente dado. Semelhantemente, se começarmos por construir o pólo L de uma reta ℓ, e a seguir construir a reta polar de L, obtém-se de volta a reta inicial ℓ.

Agora considere uma curva plana K qualquer e suponha que esteja traçada no mesmo plano dessa figura uma cônica $\mathcal{C}$ previamente fixada, que servirá como curva diretriz. É possível definir uma nova curva neste plano que seja a *curva polar recíproca de* K. Para isso, interpretamos a curva inicial K como *um lugar de pontos* e, para cada ponto $P \in K$ desenhamos sua reta polar ℓ_P. O conjunto de retas polares assim obtidas, forma uma família de retas tangentes $\{\,\ell_P\,\}_{P\in K}$, e esta família é o *envelope tangente* de uma nova curva,[10] digamos, $\widehat{K}$. As curvas K e $\widehat{K}$ são ditas polares recíprocas entre si em relação à cônica $\mathcal{C}$. A figura 5.3 mostra a situação descrita acima.

[10] Outra tradução possível em língua portuguesa para designar a família de retas $\{\,\ell_P\,\}_{P\in K}$ é *envoltória tangente* da curva $\widehat{K}$.

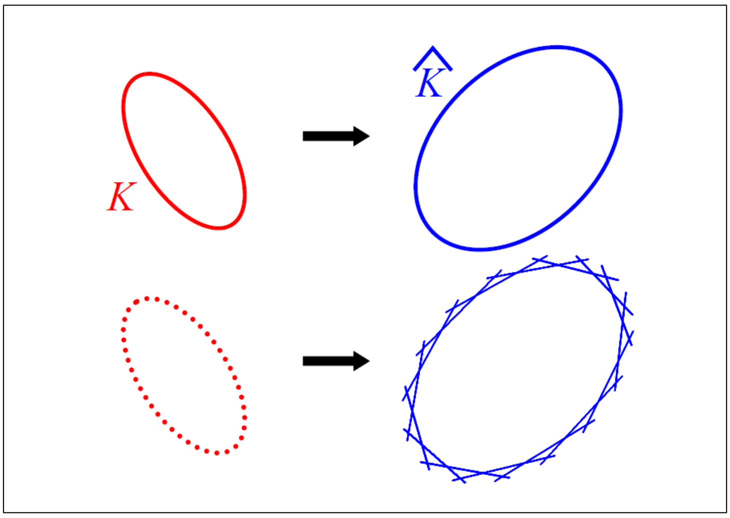


Figura 5.3: Uma curva K e sua polar recíproca $\widehat{K}$.

Quando a curva K é de segundo grau, a sua curva polar recíproca $\widehat{K}$, intermediada pela cônica diretriz $\mathcal{C}$, é também uma curva de segundo grau (geralmente diferente das duas primeiras cônicas). Pode-se mostrar, mais ainda, que fixada a cônica diretriz $\mathcal{C}$, ainda vale a propriedade de que a recíproca da recíproca da cônica K é a própria K, isto é $\widehat{\widehat{K}} = K$. Assim, qualquer configuração no plano envolvendo tantos pontos, retas e cônicas quanto se queira admite uma configuração polar recíproca, e permanece valendo que a recíproca da recíproca recupera a configuração inicial.

Eis alguns exemplos simples de configurações planas que são polares recíprocas entre si, adaptados de um texto de Gergonne publicado em janeiro de 1827:[11] **(a)** A configuração "pontos alinhados sobre uma reta" é polar recíproca da configuração "retas concorrendo num ponto"; **(b)** A configuração "pontos sobre uma cônica" tem como polar recíproca a configuração "retas tangentes a uma (outra) cônica"; **(c)** A configuração "pontos alinhados e situados sobre uma cônica" tem como polar recíproca a configuração "retas tangentes a uma (outra) cônica e concorrentes entre si num ponto"; **(d)** A configuração "um ponto de interseção entre duas cônicas" tem como polar recíproca a configuração "uma reta simultaneamente tangente a duas (outras) cônicas". A ilustração 5.4 abaixo mostra as situações descritas acima. Observe que na ilustração aparecem apenas os elementos da configuração inicial e da sua polar recíproca, sem necessariamente aparecer a cônica intermediária entre elas.

[11] Trata-se do artigo [GERGONNE 1827 a], que será estudado na seção 5.2.2 desta tese. As configurações mencionadas estão descritas nas páginas 215 e 216 do artigo. Para maior clareza do leitor, optei por não usar a notação do referido artigo ao fazer a menção acima, e portanto as frases (a), (b), (c) e (d) estão propositalmente apresentadas com eventual redundâncias ou contendo termos informais. A "elegância" do texto é sacrificada em prol da clareza das minúcias das descrições geométricas.

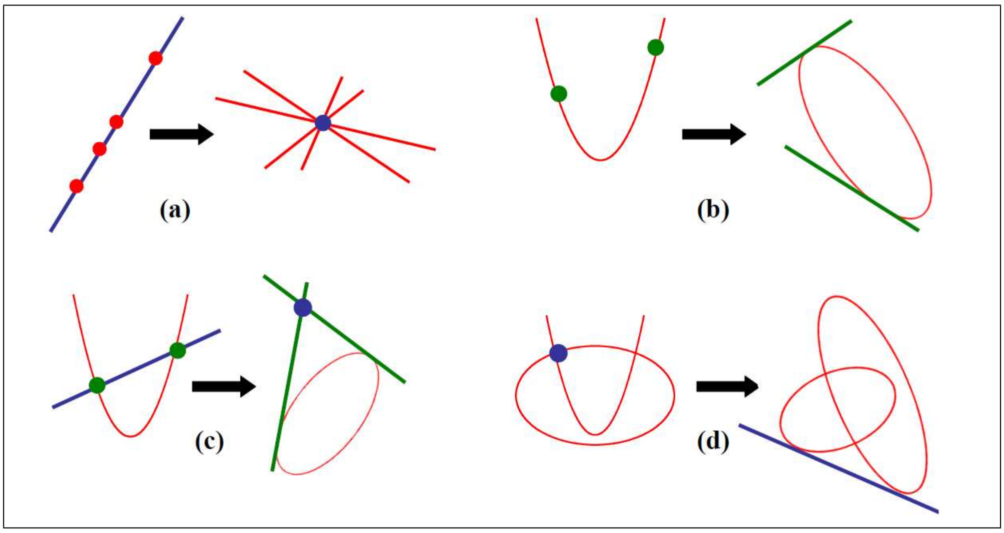


Figura 5.4: Algumas configurações no plano que são polares recíprocas entre si.

Um exemplo marcante de configurações que são polares recíprocas entre si, é a situação descrita no célebre par de teoremas: o Teorema de Pascal e o Teorema de Brianchon. O primeiro desses teoremas, datado de meados do século dezessete, já era considerado um clássico entre os geômetras do início no século dezenove.[12] Quanto ao segundo, foi estabelecido pelo geômetra Charles Julien Brianchon, em um texto de 1806,[13] exatamente no contexto dos seus estudos sobre a reciprocidade polar. Eis os enunciados dos referidos teoremas e a figura 5.5 para ilustrá-los.

Teorema de Pascal. *Em todo hexágono inscrito numa cônica, os pontos de concorrência das direções dos lados opostos pertencem todos três a uma mesma reta.*

Teorema de Brianchon. *Em todo hexágono circunscrito a uma cônica, as retas que ligam os vértices opostos concorrem todas três num mesmo ponto.*

Por fim, insistindo um pouco mais na reciprocidade polar no plano, e apenas para ilustrar e enriquecer a discussão feita até aqui, menciono um resultado ligeiramente mais sofisticado envolvendo a polar recíproca de uma circunferência dada em relação a uma (outra) circunferência fixada. Esse resultado foi publicado por Bobillier no fascículo de janeiro de 1828 dos *Annales de Gergonne*.[14]

[12] Conforme veremos no avançar dessa tese, o Teorema de Pascal é reprisado diversas vezes, por diversos autores, e em diferentes contextos, tornando-se uma espécie de *selo de qualidade* na legitimação de novos métodos ou de novas teorias em geometria.

[13] Trata-se de [BRIANCHON 1806].O referido teorema está na página 301 do texto. Esse trabalho de Brianchon será mencionado novamente, e comentado, na próxima seção desta tese.

[14] Trata-se do artigo [BOBILLIER 21]. Os resultados mencionados estão enunciados na página 189. O mesmo teorema pode ser apreciado em [SALMON 1855, § 309, p. 259]. Para maior clareza do leitor, não usei a notação do referido artigo ao redigir os enunciados, mas uma notação que seja compatível com a discussão precedente. Observo ainda que os resultados foram obtidos por Bobillier

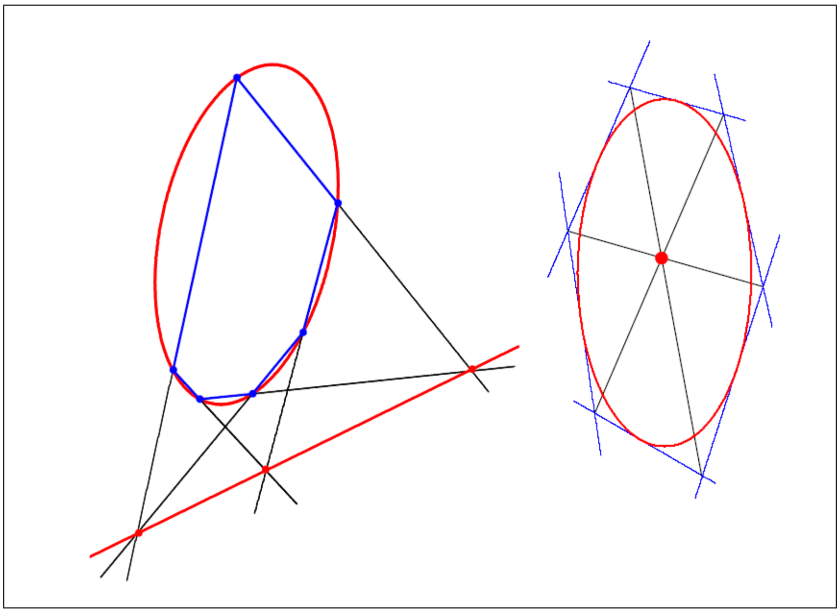


Figura 5.5: Um célebre par de teoremas recíprocos: Pascal e Brianchon.

Teorema. *Considere num plano uma circunfêrencia de referência $\mathcal{C}$ previamente fixada, cujo centro é o ponto O. Considere ainda, no mesmo plano, uma circunferência K. Por fim, seja ℓ a reta polar do centro de K em relação a $\mathcal{C}$.* **1.** *A curva polar recíproca da circunferência K é uma cônica $\widehat{K}$ que tem o ponto O como um de seus focos e a reta ℓ como sua diretriz.* **2.** *Esta cônica $\widehat{K}$ é uma elipse ou uma parábola ou uma hipérbole respectivamente conforme o ponto O esteja situado no interior ou sobre ou no exterior da circunferência inicial K.*

A figura 5.6 mostra a parte (2) do teorema acima nos três casos previstos. Em (a), o centro de $\mathcal{C}$ está interno à circunferência inicial K, e a curva polar recíproca é a elipse $\widehat{K}$. Em (b), o centro de $\mathcal{C}$ está exatamente sobre K, e a recíproca é a parábola $\widehat{K}$. Por fim, em (c), o centro de $\mathcal{C}$ é exterior à circunferência K, e a polar recíproca é a hipérbole $\widehat{K}$.

Neste ponto da exposição, algumas perguntas podem ser feitas. **(a)** Fixando a cônica diretriz $\mathcal{C}$, e dada uma curva qualquer K de grau maior do que 2, o que se pode dizer da curva recíproca $\widehat{K}$? **(b)** Seria possível definir uma transformação geométrica no plano que faça a correspondência entre retas e pontos e que dispense a intermediação de uma cônica diretriz? **(c)** E quando a curva $\mathcal{C}$ escolhida e fixada como diretriz não for mais uma cônica? É possível calcular polares de um ponto ou pólos de uma reta tendo como intermediária uma curva $\mathcal{C}$ de grau maior do que 2?

por meio de argumentos sintéticos, sem recorrer aos recursos da geometria analítica.

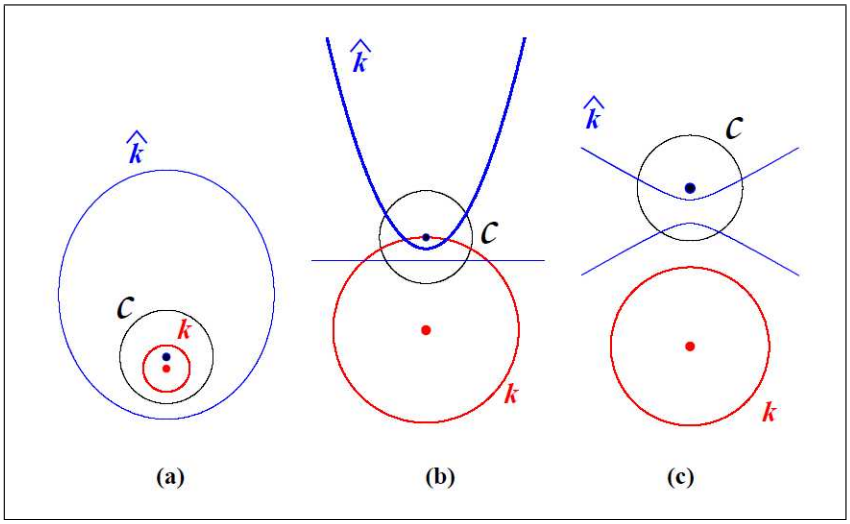


Figura 5.6: [BOBILLIER 21], Teorema enunciado na seção 3.

Nas próximas seções deste capítulo da tese, veremos que essas perguntas foram motivações de pesquisas para muitos geômetras nos anos 1820, incluindo Étienne Bobillier. Mas veremos também que essas mesmas perguntas foram o estopim para discussões, disputas e incompreensões envolvendo Poncelet, Gergonne e Plücker, entre outros matemáticos. Resumidamente, adianto para o leitor alguns desdobramentos que serão vistos adiante. Para a pergunta **(a)** Poncelet tinha alguns palpites de respostas no fim da década de 1810, Gergonne cometeu erros ao tentar respondé-la em meados da década de 1820 e Plücker deu uma resposta bem mais precisa nos anos 1830.[15] Para a pergunta **(b)** Gergonne acreditava que sim e inventou uma teoria para justificar sua resposta, mas Poncelet recusava a teoria de Gergonne e insistia que a resposta era não.[16] Por fim, as perguntas **(c)** foram o mote que animou Bobillier a redigir uma sequência de seis artigos, onde ele a responde de maneira bastante ampla e detalhada.[17]

Reciprocidade polar no espaço.

Todas as idéias acima podem ser generalizadas para o espaço tridimensional. Assim, a *reciprocidade polar no espaço* é uma transformação geométrica que associa a cada plano um ponto e a cada ponto um plano, de maneira bem determinada. Dessa vez, as construções geométricas que servem para obter um ponto a partir de um plano, e vice versa, são intermediadas por uma superfície quádrica previamente fixada no espaço e tomada como figura diretriz. Um ponto e um plano que se correspondem

[15] Seções 5.1.3, 5.3.1 e 5.3.5.
[16] Seções 5.2.1, 5.3.1 e 5.3.2.
[17] Seções 5.4.2 e 5.4.3.

por essa transformação são chamados respectivamente de *pólo* e de *polar* um do outro em relação à quádrica fixada.

A seguir descrevo brevemente, sem maiores considerações, as construções geométricas básicas que associam um pólo ao seu plano polar, e vice versa. A descrição é feita para o caso particular em que a quádrica diretriz é uma esfera. Uma vez estabelecidas as construções geométricas básicas, todas as demais considerações feitas anteriormente (quando falamos da reciprocidade polar no plano) são facilmente adaptáveis para o espaço.

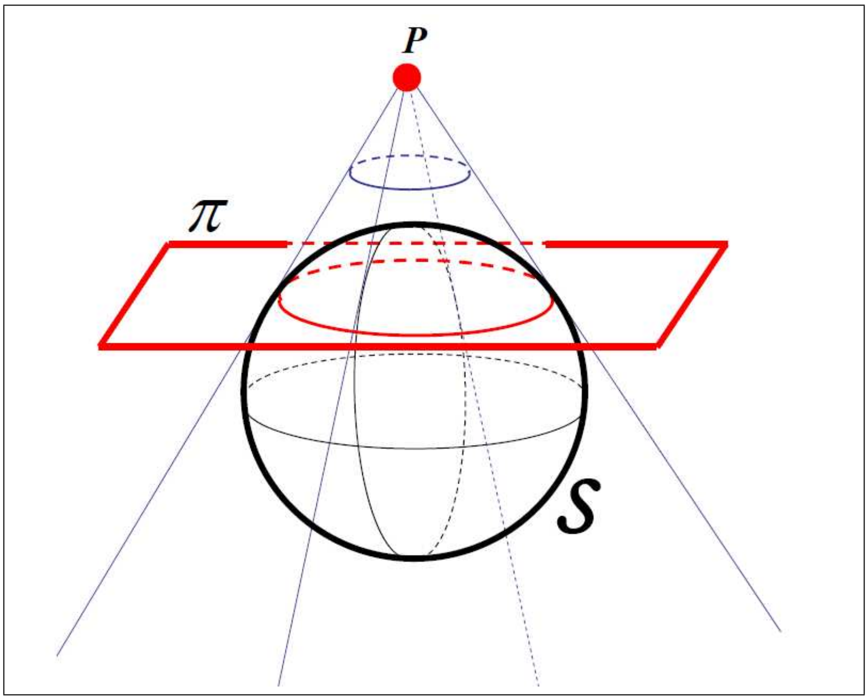


Figura 5.7: Reciprocidade entre o pólo P e o plano π em relação à esfera $\mathcal{S}$.

Dada uma esfera $\mathcal{S}$ previamente fixada no espaço, e um ponto P exterior à essa esfera, considere o cone com vértice em P e tangenciando a esfera $\mathcal{S}$. A tangência entre o cone e a esfera acontece numa linha de contato, que neste caso é o traçado de uma circunferência. O plano π no espaço que contém a circunferência de contato é definido como o *plano polar* de P. Observe que neste caso, o plano π é secante à esfera $\mathcal{S}$. Para um ponto situado exatamente sobre a esfera, o plano polar é definido como sendo o plano tangente à esfera no ponto em questão. Por fim, se um plano π é tal que não tenha interseção com a esfera, pode-se obter seu pólo da seguinte maneira. Escolha três pontos em π, digamos A, B e C, distintos entre si. Construa, do modo como foi descrito acima, os planos α, β e γ, respectivamente planos polares dos pontos A, B e C. A interseção $\alpha \cap \beta \cap \gamma$ determina de maneira única um ponto P, que é chamado de *pólo* do plano π. Observe que neste caso, o ponto P é interior à esfera $\mathcal{S}$. A figura 5.7 ilustra a primeira das construções que acabam de ser descrita.

Semelhantemente ao que foi enunciado para a reciprocidade polar no plano, a reciprocidade polar no espaço tem a propriedade de preservar a incidência entre pontos e planos. Também vale para essa transformação geométrica, que a recíproca da recíproca de um dado elemento (quando seja ele um ponto ou um plano) é o próprio elemento inicialmente dado.

Dada qualquer figura e/ou configuração no espaço envolvendo tantos pontos, retas e planos quanto se queira, é possível obter uma nova figura e/ou configuração que lhe seja polar recíproca com relação a uma quádrica diretriz previamente fixada. Em particular, no que diz respeito a retas no espaço, vale o seguinte:[18] **(a)** Uma reta no espaço tem como polar recíproca uma (outra) reta, ou seja, a configuração "os infinitos pontos alinhados que jazem sobre uma reta" é polar recíproca da configuração "os infinitos planos que contém uma mesma reta"; **(b)** Além disso, a configuração "retas contidas num mesmo plano" tem com polar recíproca a configuração "retas concorrentes num mesmo ponto". A figura 5.8 abaixo ilustra as situações aqui descritas. Observe que nessa ilustração aparecem apenas os elementos da configuração inicial e da sua polar recíproca, sem necessariamente aparecer a quádrica diretriz entre elas.

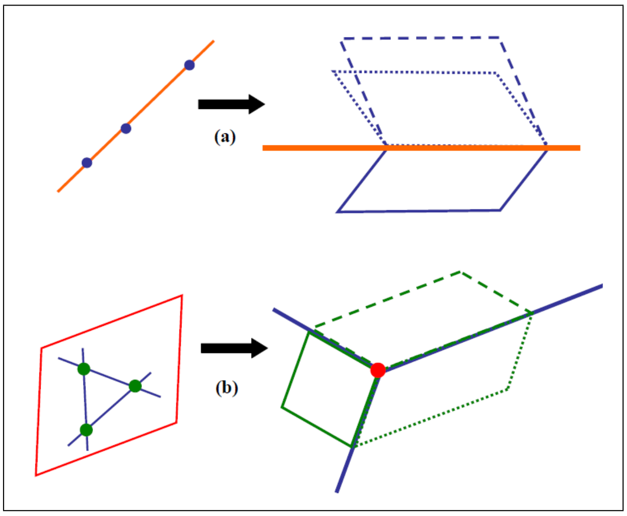


Figura 5.8: Algumas configurações no espaço que são polares recíprocas entre si.

Definições e intuições sobre curvas e superfícies no espaço.

Aproveito essa seção para definir alguns termos relacionados a curvas e superfícies no espaço. Os objetos geométricos aqui definidos aparecerão nos enunciados de diversos

[18] Uma vez mais, para maior clareza do leitor, optei por enunciar as frases (a) e (b) com eventual redundância, desde que fique claro as minúcias das situações geométricas consideradas.

teoremas ao longo deste capítulo.

Sobre as curvas no espaço, elas podem ser divididas em duas categorias: ou ela é plana ou ela é torcida. Define-se uma *curva plana* como aquela que está completamente contida num plano, no caso, o plano determinado por três pontos distintos da referida curva. Já uma *curva torcida* é assim chamada quando não pode estar contida em nenhum plano.[19] Existe ainda um outro modo de se referir às curvas torcidas, chamando-as de curva à dupla curvatura. A expressão *curva à dupla curvatura* é usada quando se quer enfatizar que uma curva no espaço é definida como a interseção de duas (ou mais) superfícies. Está claro que o plano deve ser excluído dentre as superfícies cujas interseções definem curvas à dupla curvatura.

Sobre superfícies no espaço, existem três grandes categorias. Se a superfície não tem nenhuma curvatura, então ela é simplesmente um plano. Quando uma superfície é tal que, para qualquer plano que lhe seja tangente num ponto, esse plano acaba por ser tangente a ela numa reta inteira, essa superfície é chamada de *superfície planificável.* [20] Intuitivamente, podemos pensar uma superfície planificável usando algumas imagens metafóricas. Trata-se de um objeto que pode ser "embrulhado" completamente com um pedaço de papel sem precisar amassar ou rasgar o papel. Ou, o que é equivalente, se essa superfície fosse cortada ao longo de uma linha reta contida nela, seria possível "abri-la" e "forrá-la" numa mesa plana sem precisar amassá-la ou rasgá-la.[21] Por exemplo, cones e cilindros são superfícies planificáveis. A terceira categoria engloba todas as demais superfícies que não sejam nem planas e nem planificáveis. Essas superfícies são chamadas de modo geral de *superfícies torcidas.*[22] Alguns exemplos de superfícies torcidas são parabolóides (elípticos ou hiperbólicos), elipsóides e hiperbolóides (de uma ou duas folhas).

Há ainda outras definições que são eventualmente adotadas nos estudo das superfícies. Chama-se *superfície regrada* aquela que é gerada pelo movimento contínuo de uma reta. Toda superfície planificável é regrada, mas nem toda superfície regrada é planificável. Por exemplo, cone e cilindros são superfícies regradas e planificáveis, enquanto que um hiperbolóide de uma folha pode ser obtido como uma superfície

[19] A expressão original em francês é *courbe gauche*, que no âmbito desta tese optei por traduzir como *curva torcida.*

[20] A expressão original em francês é *surface développable.* Esta palavra poderia ser traduzida como *superfície desenvolvida* ou *superfície explanável*, mas no âmbito desta tese eu optei por esta terceira tradução, que é *superfície planificável.*

[21] Usando o jargão técnico da moderna geometria diferencial, as superfícies planificáveis são aquelas que tem curvatura gaussiana nula em todos os pontos regulares e são, pelo menos localmente, isométricas a um plano.

[22] Semelhantemente ao caso das curvas, aqui a expressão original em francês é *surface gauche*, que no âmbito desta tese optei por traduzir como *superfície torcida.*

regrada porém torcida. Por fim, uma superfície é dita *superfície de revolução* quando ela é obtida pela rotação de uma linha (reta ou curva) em torno de um eixo (uma reta fixada) no espaço. Os cones e cilindros, quando têm base circular e eixo de rotação perpendicular à base, são superfícies de rotação planificáveis. Já a esfera é um exemplo de superfície de rotação que é torcida.

Por fim, falando de interseção entre duas superfícies, há dois modos de classificá-las. A interseção pode ser *transversal*, quando as superfícies se atravessam, ou *tangencial*, quando elas apenas se tocam. Neste último caso, a curva à dupla curvatura que aparece na interseção é simplesmente chamada de *curva de contato*.

No encerramento dessa seção, vale a pena registrar uma pequena observação. Trata-se de que para uma abordagem da reciprocidade polar usando a geometria analítica escolar de hoje em dia, pode-se começar com os seguintes resultados, que são de fácil demonstração: **(a)** no plano cartesiano, o pólo $P = (a, b)$ tem como reta polar $ax + by = 1$ em relação à circunferência unitária $x^2 + y^2 = 1$; **(b)** no espaço cartesiano, o ponto $P = (a, b, c)$ e o plano $ax + by + cz = 1$ são polares recíprocos entre si em relação à esfera unitária $x^2 + y^2 + z^2 = 1$.

5.1.2 Um breve histórico da reciprocidade polar antes dos anos 1820.

Um esboço da história da reciprocidade polar entre o fim do século dezoito e as primeiras décadas do século dezenove pode ser encontrado em numa nota de duas páginas na *Apreciação Histórica* de Chasles. Trata-se da Nota XXVII, intitulada *Sobre a origem da teoria das polares recíprocas, e das palavras pólo e polar.*[23]

Para Chasles, a gênese da abordagem moderna da teoria de pólos e polares acontece quando Gaspard Monge demonstra no livro *Geometria Descritiva*, de 1799, que se o vértice de um cone circunscrito a uma superfície do segundo grau percorre um plano, então o plano da curva de contato passa sempre pelo mesmo ponto.[24] No mesmo livro, Monge mostra ainda que se esse vértice percorre uma reta, o plano da curva de contato passa sempre por uma segunda reta.[25]

Um pouco mais adiante, em 1806, o oficial de artilharia e ex-aluno da Escola Politécnica, Charles Julien Brianchon retoma esse tema em suas pesquisas. No ar-

[23] [CHASLES 1837, pp. 370-371].
[24] [MONGE 1799, § 40, p.52].
[25] [CHASLES 1837, p. 370].

tigo *Memória sobre as superfícies curvas de segundo grau* publicado no Caderno XIII do *Jornal da Escola Politécnica*,[26] Brianchon registra os resultados de Monge mencionados acima e adota-os como definição, ainda sem nome, do que pouco mais tarde viriam a ser chamados de *pólo* e *plano polar*.[27] É interessante observar que Brianchon registra que conhecendo-se o tal ponto, pode-se determinar o referido plano, e reciprocamente. No mesmo texto ele mostra ainda que quando o vértice percorre uma superfície de segunda ordem, o plano de contato envelopa uma outra superfície de segunda ordem.[28] Mas o resultado mais importante aparecido no texto do Caderno XIII é o teorema que ainda no início do século dezenove viria a se tornar um clássico, o teorema conhecido como "teorema de Brianchon". E o autor obteve o teorema exatamente como era de se esperar: como aplicação sobre o já famoso teorema do hexágono de Pascal, do que pouco mais adiante será chamado de reciprocidade polar.[29]

Enquanto Chasles aponta para Monge e Brianchon, este por sua vez aponta indiretamente para Lazare Carnot e diretamente para Servois, um professor de matemática na escola de artilharia de La Fère.[30] Num artigo de 1807, intitulado *Das curvas do segundo grau* e publicado na *Correspondência da Escola Politécnica*,[31] Brianchon comenta os sucessos das pesquisas geométricas modernas em torno da *teoria das tranversais* (eis aqui a menção indireta a Carnot) e sugere até um nome para essa nova geometria nascente:

> Este ramo da geometria, que compreende as propriedades de certos sistemas de linhas retas, foi tratado de uma maneira especial por um dos nossos grandes geômetras modernos, o primeiro, o que lhe deu os verdadeiros elementos, sob a denominação de *teoria de transversais*; [essa teoria] depois ocupou alguns outros matemáticos, principalmente o Sr. Servois, que numa obra que ele acabou publicar, aplica-a à solução de um grande número de problemas interessantes de geometria-prática; é curioso, sem dúvida, encontrar em vários outros antigos, principalmente em *Pappus*, alguns traços deste gênero de pesquisas. (...) Me parece que se poderia chamar esta parte da geometria de *Geometria da linha reta*, pois ela informa como se tirar todo proveito possível somente da linha reta, o que pode servir para resolver muito mais problemas do que comumente se pensa.[32]

[26] [BRIANCHON 1806].
[27] [BRIANCHON 1806, seção XV, p. 305].
[28] [BRIANCHON 1806, seção XXII, p. 308] e [CHASLES 1837, p. 371].
[29] Para um enunciado do teorema de Brianchon, confira [BRIANCHON 1806, seção IX, p. 301]. Já o teorema de Pascal pode ser conferido em [BRIANCHON 1806, seção V, p. 299].
[30] Para maiores informações sobre alguns dos trabalhos de Servois, especialmente seu texto sobre a *geometria prática* publicada em 1804, confira [NABONNAND 2006, pp. 30-32]. Para uma aproximação biográfica de Servois e sua obra, confira [AEBISCHER e LANGUEREAU 2013].
[31] [BRIANCHON 1807].
[32] Cette branche de la géométrie, qui comprend les propriétés de certains systèmes de lignes droites, a été traitée d'une manière spéciale par l'un de nos grands géomètres modernes, qui, le premier, en a donné les véritables élémens, sous la dénomination de *Théorie des transversales* ; elle

Na sua *Apreciação Histórica*, Chasles também se lembra de inserir e celebrar o periódico *Annales de Gergonne* como um ponto de convergência na criação coletiva de uma teoria de pólos e polares. "É nesta excelente coleção, que contribuiu tão potentemente em vinte anos aos progressos das matemáticas, e da geometria particularmente, que as denominações de *pólos*, planos *polares* e retas *polares*, que facilitaram o uso desta teoria, nasceram."[33]

Chasles informa que no primeiro volume do periódico, os geômetras Encontre e Stainville usaram a reciprocidade polar para resolver o problema de desenhar um polígono de n lados circunscrito a uma cônica tal que os vértices estivessem sobre sobre n retas previamente dadas.[34] Sobre Stainville, sabe-se que ele foi repetidor de análise na Escola Politécnica no período de 1809 a 1820 (observe que Chasles foi aluno da Escola Politécnica nesta mesma época). Encontre, por sua vez, foi professor e decano da Faculdade de Ciências da Academia de Montpellier (de onde provavelmente conhecia Gergonne pessoalmente). A solução de Encontre aparece completa nos *Annales*, mas a de Stainville é apenas anunciada. A solução deles, segundo o relato de Chasles, consistia em resolver o problema dual: desenhar um polígono inscrito numa cônica tal que seus lados passam por pontos previamente dados.[35]

Se por um lado Stainville e Encontre ambicionaram resolver o problema no caso de um polígono de n lados, outro geômetra estudou novamente o problema, mas restringido-se ao caso particular do triângulo. Trata-se do já mencionado Servois. Num artigo publicado no fascículo de maio de 1811 dos *Annales de Gergonne*, Servois fez uma apresentação mais sistemática rumo à compreensão do que seria a reciprocidade de figuras.[36] Além disso, foi exatamente nesse artigo de Servois que se registrou pela primeira vez nos *Annales* a palavra "pólo", precisamente na primeira frase do texto, onde ele define o pólo de uma reta dada em relação à uma linha de segunda

---

a depuis occupé quelques autres mathématiciens, principalement M. Servois, qui, dans un ouvrage qu'il vient de publier, l'applique à la solution d'un grand nombre de problèmes intéressans de géométrie-pratique ; il est sans doute curiex de retrouver dans plusiers autres anciens, notamment dans *Pappus*, quelques traces de ce genre de recherches. (...) Il me semble qu'on pourrait appeler cette partie de la géométrie, *Géométrie de la ligne droite*, car elle apprend à tirer tout le parti possible de la seule ligne droite qui peut servir à résoudre beaucoup plus de problèmes qu'on ne le pense communément. [BRIANCHON 1807, pp. 309-310].

[33] C'est dans cet excellent recueil [les *Annales de Gergonne*], qui a si puissammment contribué depuis vingt ans aux progrès des mathématiques, et de la Géométrie particulièrement, que les dénominations de *pôles*, plans *polaires* et droites *polaires*, qui ont facilité l'usage de cette théorie, ont pris naissance. [CHASLES 1837, p. 371].

[34] [CHASLES 1837, p. 371].

[35] Para a solução de Encontre, confira [ENCONTRE 1810]. A solução de Stainville é mencionada nos *Annales*, volume 1, página 190.

[36] [SERVOIS 1811 b].

ordem. Nesse mesmo texto, Servois oferece a construção de um pólo de uma reta usando apenas a régua.

Já a palavra "polar" foi introduzida em abril de 1813, por Gergonne, no artigo *Teoria analítica dos pólos das linhas e das superfícies de segunda ordem.*[37] O texto tem 10 páginas e está dividido em duas partes. A seção § I tem dois teoremas e trata de linhas de segunda ordem traçadas num plano. A seção § II é a versão espacial da primeira parte, tendo também dois teoremas.

Na seção § I, Gergonne parte de uma curva de segunda ordem que, escolhendo os eixos adequadamente, pode ser escrita com uma equação bastante simplificada como $ax^2 + by^2 + dx + ey = 0$. Todos os cálculos do autor são manipulações polinomiais a partir dessa equação. Inicialmente ele calcula as equações das duas tangentes à curva passando por um ponto (p) fora dela. Depois ele calcula a reta (q) secante à curva passando pelos pontos de contato das duas tangentes acima. Continuando, ele observa que quando o ponto (p) se desloca no plano, então a reta (q) também muda de posição. A seguir ele investiga qual deve ser o lugar geométrico (Q) do ponto (p) de modo que todas as retas (q) sejam todas concorrentes num mesmo ponto, digamos, (P). Ele conclui que (Q) é uma reta, dando efetivamente a equação dela em função das coordenadas de (P).

Baseado nesses cálculos, Gergonne enuncia dois teoremas. O primeiro deles descreve como obter a reta polar de um ponto dado em relação à uma linha de ordem dois. No segundo teorema, que Gergonne chama de "inverso do primeiro", ele descreve como calcular o pólo de uma reta dada em relação à uma linha de ordem dois.[38] Os enunciados são longos, e em nenhum dos dois aparece ainda nem a palavra "pólo" e nem "polar". Mas imediatamente após o enunciado do segundo teorema, o autor escreve: "Por causa da relação que existe entre o ponto (P) e a reta (Q), este ponto foi chamado de *Pólo* desta reta; e pode-se, inversamente, chamar a reta (Q) de *Polar* do ponto (P)."[39] O editor referenda o uso da palavra *pólo* no texto já mencionado de Servois e lembra que ali foi demonstrado que se pode construir o pólo de uma reta empregando somente uma régua.

O "nascimento" das palavras *pólo* e *polar* foram corretamente relatadas pelo geômetra/historiador Michel Chasles.

[37] [GERGONNE 1813 a].
[38] Os dois enunciados encontram-se na página 297 de [GERGONNE 1813 a].
[39] A cause de la relation qui existe entre le point (P) et la droite (Q), ce point a été appelé le *Pôle* de cette droite ; et on peut, à l'inverse, appeler la droite (Q) la *Polaire* du point (P). [GERGONNE 1813 a, p. 297].

> Sr. Servois inicialmente chamou de *pólo* de uma reta, o ponto por onde passam todas as linhas de contato dos ângulos circunscritos à uma cônica, e que tem seu vértice sobre uma reta; depois Sr. Gergonne chamou esta reta de *polar* do ponto; e estendeu estas denominações ao caso do espaço. Ela foram adotadas por todos os geômetras que escreveram sobre as superfícies de segunda ordem.[40]

Um dos geômetras a adotar as palavras "pólo" e "polar" em meados da década de 1810 foi o próprio Brianchon. Em 1817, após dez anos dos seus dois artigos prévios, ele publica um trabalho mais longo, a *Memória sobre as linhas de segunda ordem* onde retoma o assunto.[41] O texto, publicado pelo editor Bachelier de Paris, tem 67 páginas e o seu subtítulo informa que se trata justamente de uma continuação das pesquisas publicadas nos periódicos vinculados à Escola Politécnica. As definições de pólo e polar aparecem, com seus devidos nomes, já na primeira página do trabalho. Alguns registros feitos anteriormente, são repetidos nesse trabalho. Por exemplo, encontramos ali a informação de que se pode construir o pólo de uma polar ou a polar de um pólo, usando somente a régua.[42] Também reencontramos ali a sugestão de dar um nome a essa parte da geometria que, dessa vez, é chamada de *geometria da régua*.[43] E novamente nos deparamos ali com o teorema de Pascal e sua versão polar recíproca.[44] Mas há uma curiosa novidade na memória. Encartada nas duas últimas páginas há uma lista de textos e de matemáticos que, na concepção de Brianchon, fizeram a *história da geometria régua*.[45] Sua lista inclui o matemático antigo Pappus, alguns modernos como Desargues, Saint-Vincent, Pascal, La Hire e Maclaurin, e seus contemporâneos Carnot e Servois.

Voltando aos *Annales*, um olhar retrospectivo sobre o periódico mostra que a teoria de pólos e polares foi realmente um tema de aparição abundante ali. O editor dos *Annales de Gergonne*, em abril de 1827, comenta a importância da teoria de pólos e polares, além de apontar para a frequência com que essas teorias são recomendadas por ele aos leitores do seu jornal.

> Concordamos que as teorias que permitem atingir sem esforço à questões eminen-

[40] M. Servois a d'abord appelé *pôle* d'une droite, le point par où passent toutes les lignes de contact des angles circonscrites à une conique, et qui ont leur sommet sur le droite ; puis M. Gergonne a appelé cette droite la *polaire* du point ; et a étendu ces dénominations au cas de l'espace. Elles ont été adoptées par tous les géomètres qui ont écrit sur les surfaces du second degré. [CHASLES 1837, p. 371].

[41] Para um estudo da *Memória sobre as linhas de segunda ordem* de Brianchon, publicada em 1817, confira [NABONNAND 2006, pp. 32-39].

[42] [BRIANCHON 1817, p. 5].

[43] [BRIANCHON 1817, p. 6].

[44] O teorema de Pascal na página 17 e a sua recíproca na página 34 de [BRIANCHON 1817].

[45] [BRIANCHON 1817, pp. 66-67].

> temente difíceis devem ser consideradas como fundamentais na geometria e devem merecer, como tais, toda atenção dos geômetras. Estas teorias são, nada mais nada menos, que as de centros, eixos e planos de similitude, as de *eixos, planos e centro radicais*, e enfim, as de pólos, polares e polares conjugadas, as quais nós frequentemente recomendamos a atenção dos nossos leitores, e das quais já se tirou bom proveito no presente periódico.[46]

Também o doutor em ciências Frédéric Sarrus, em junho de 1826, comenta a importância dessas noções, um pouco mais de uma década depois das palavras "pólo" e "polar" serem inseridas no vocabulário dos leitores dos *Annales*. Em particular, observe como Sarrus associa a teoria de pólos e polares aos "geômetras da escola de Monge".

> Pode-se ver em diversas referências deste periódico, de que importância são hoje em dia, na geometria elementar, as propriedades de pólos, polares e planos polares, [etc]. Os geômetras da escola de Monge, recorrendo à geometria de três dimensões, chegaram a demonstrar bastante simplesmente e sem cálculos as propriedades fundamentais de pólos, polares e planos polares, [etc].[47]

Como podemos ver, a reciprocidade polar foi bastante explorada na primeira metade do século dezenove. Em particular, um dos "geômetras da escola de Monge" que mais se engajou nos estudos da reciprocidade polar foi o capitão engenheiro Jean Victor Poncelet. Vejamos a seguir os seus trabalhos.

5.1.3 Reciprocidade polar em Poncelet (1817 a 1826).

Os textos de Poncelet começaram a ser publicados nos *Annales* a partir de 1817. Para ser mais exato, seu primeiro artigo nesse periódico apareceu em julho daquele ano.[48] Nos artigos que são publicados entre 1817 e 1822 – ano da publicação do seu importante *Tratado* – aparecem os esforços de Poncelet em contribuir para a renovação

[46] On conviendra que des théories qui permettent d'atteindre sans effort à des questions aussi éminemment difficiles doivent être considérées comme fondamentales dans la géométrie et doivent mériter, à ce titre, toute l'attention des géomètres. Ces théories ne sont pourtant autres que celles de *centres, axes et plans de similitude*, celles des *axes, plans et centres radicaux*, celle enfin des *pôles, polaires et polaires cojuguées*, que nous avons si souvent recommandées à l'attention de nos lecteurs, et dont on a déjà tiré bon parti dans le présent recueil. (Commentaire de Gergonne pour un texte de Steiner) [STEINER 1827, p. 286].

[47] On a pu voir en divers endroits de ce recueil, de quelle importance sont aujour'hui dans la géométrie élémentaire, les propriétés des pôles, polaires et plans polaires, [etc]. Les géomètres de l'école de Monge, en recourant à la géométrie à trois dimensions, sont parvenus à démontrer fort simplement et sans calcul les propriétés fondamentales des pôles, polaires et plans polaires, [etc]. [SARRUS 1826, p. 378].

[48] [PONCELET 1817 a].

dos métodos da geometria dita "pura", em contraposição à suposta generalidade da geometria que se utilizava dos métodos analíticos.

Os primeiros momentos de uma disputa cordial entre Poncelet e Gergonne.

Nos primeiros textos de Poncelet já se nota com clareza as divergências entre ele e o editor dos *Annales* no que diz respeito aos métodos em geometria. Entretanto, os textos enviados por ele para publicação nos *Annales* mantinham um tom cordial e respeitoso, como é de se esperar em qualquer debate de idéias.

Figura 5.9: Jean Victor PONCELET.

Em uma carta despachada de Metz a Montpellier, datada de 18 de outubro de 1817,[49] Poncelet disse claramente a Gergonne o seguinte:

> Se eu não me enganei sobre os significados das considerações que precedem ou terminam os artigos [de Gergonne] mencionados acima, a análise, ou melhor, o *método de coordenadas* usado de maneira adequada, teria a vantagem conduzir, para resolver problemas de geometria, à construções bem superiores, pela elegância e simplicidade, do que as fornecidas pela *geometria pura.* Se por pura geometria, o senhor compreende, em geral, como aquela em que se interdita o método das coordenadas, ou mesmo de qualquer tipo de cálculo em que se permite perder momentaneamente a visão da figura com a qual se ocupa; se é isto o que o senhor designa por esta geometria, cultivada pelos modernos (...); eu declaro francamente que não posso concordar contigo, Senhor,

[49] [PONCELET 1817 c].

que esta geometria não possa oferecer, também, soluções tão simples e tão elegantes como aquelas que se deduz por cálculo. Eu até admito que [sou] fortemente inclinado a pensar que, quando tratada de forma adequada, e menos restrita do que tem sido feito até agora, [a geometria pura] possa fornecer, por meio da intuição que lhe é própria, e para algumas classes de problemas, soluções que superam em muito aqueles deduzida a partir da geometria analítica, mesmo com o estado de aperfeiçoamento ao qual [a geometria analítica] alcançou atualmente.[50]

A "geometria cultivada pelos modernos" a que Poncelet se refere é a geometria inventada por Monge, Carnot, Brianchon, Servois, etc, ou diretamente inspirada por eles. O próprio Poncelet participa dessa "geometria pura moderna" retomando ou introduzindo em seus trabalhos, novos conceitos e teorias como as propriedades projetivas, a teorias das transversais, os elementos ideais (infinitos ou imaginários), a teoria de polares recíprocas, o princípio da continuidade, etc.

As réplicas de Gergonne, que não se furtava de publicá-las com muita frequência, seguiam a tendência de cordialidade e respeito. Para a fala de Poncelet registrada acima, Gergonne responde:

Longe de mim, acreditar que se deve negligenciar a geometria pura em prol da análise; eu penso o contrário, em acordo com o Sr Poncelet, que não seria demais se aplicar em cultivar uma e outra com igual cuidado; mas eu penso também que pode ser bastante útil de se apoiar na análise das considerações que a geometria pode fornecer, e *vice versa* (...) Além disso, me parece que a natureza do problema deve influenciar de maneira notável na escolha dos métodos. De fato, acontece frequentemente que um determinado método que triunfa sem esforço para certos problemas, falha, pelo contrário, contra outros, que cedem facilmente, por sua vez, a métodos diferentes (...) Voltando agora ao objeto específico da carta do Sr Poncelet, eu me apresso em reconhecer a superioridade dos seus métodos e de declarar que, sem ousar afirmar que a geometria analítica não possa alcançar [essa superioridade], me parece no mínimo muito duvidoso que isso possa ser conseguido de maneira fácil. (...) De minha parte,

[50] Si je ne me suis pas trompé sur les sens des réflexions qui précèdent ou qui terminent les articles [de Gergonne] rappelés ci-dessus, l'analise, ou, plutôt la *méthode des coordonnées*, employée d'une manière convenable, aurait l'avantage de conduire, pour la solution des problèmes de géométrie, à des constructions bien supérieures, pour l'élégance et la simplicité, à celles que fournit la *géométrie pure*. (...) Si, par géométrie pure, vous voulez entendre, en général, celle où l'on s'interdit simplement l'usage de la méthode des coordonnées, ou même de toute espèce de calcul quelconque qui permettrait de perdre momentanément de vue la figure dont on s'occupe ; si par là vous voulez désigner cette géométrie, cultivée par les modernes (...) ; jedéclare franchement que je ne saurais admettre avec vous, Monsieur, que cette géométrie ne puisse donner, à la fois, des solutions aussi simples et aussi élégantes que celles qu'on déduit du calcul, J'avoue même que j'incline fortement à penser que, traitée à son tour d'une manière convenable, et moins restreinte qu'on ne l'a fait jusqu'ici, elle [la géométrie pure] peut fournir, par la voie d'intuition qui lui est propre, et pour certaines classes de problèmes, des solutions qui l'emportent de beaucoup sur celles qu'on déduit de la géométrie analitique, même dans l'état de perfection auquel elle [la géométrie analitique] est aujourd'hui parvenue. [PONCELET 1817 c, pp. 142-143].

> eu não negligenciarei nenhuma das oportunidades que os meus curtos divertimentos possam me oferecer, para multiplicar os exemplos do gênero de aplicação da análise à geometria que eu procuro fazer prevalecer; e eu ouso crer que a diversidade dos nossos métodos não farão nascer jamais outra rivalidade entre nós, do que a do zelo pelo avanço da ciência.[51]

Como veremos adiante,[52] dez anos depois dessas falas amistosas entre Gergonne e Poncelet, há de "nascer outra rivalidade" entre eles, que será mais profunda do que simplesmente um "zelo pelo avanço das ciências". Por ora, vamos continuar a seguir os textos de Poncelet na elaboração da sua teoria de polares recíprocas.

"Uma teoria de polares recíprocas", em janeiro de 1818.

Um dos primeiros textos onde a reciprocidade polar é abordada por Poncelet apareceu no fascículo de janeiro de 1818 dos *Annales* e chama-se *Solução do último dos dois problemas de geometria proposto na página 36 deste volume; seguida de uma teoria de polares recíprocas, e de reflexões sobre a eliminação.*[53] Trata-se de um texto dividido em 20 trechos numerados em algarismos romanos e ocupando 32 páginas do jornal. Como o próprio título já indica, são tratados ali diversos assuntos mais ou menos distintos, embora, no correr do texto, o autor faça a ligação entre eles.

Do trecho I ao III, Poncelet se ocupa em atacar o problema proposto referido no título. Esse problema se divide em duas partes, onde a primeira pergunta qual é o lugar geométrico do vértice de um ângulo com abertura constante, e que se move no plano mantendo-se constantemente circunscrito a uma seção cônica dada. A pergunta seguinte quer saber qual é a curva envelopada pela corda de contato (que naturalmente tem comprimento variável) quando do movimento desse ângulo. Curiosamente Poncelet segue o método analítico, e em 10 páginas oferece um esboço de

[51] Loin donc que je croie que l'on doive négliger la géométrie pure pour l'analise ; Je pense, au contraire, avec M. Poncelet qu'on ne saurait trop s'appliquer à les cultiver l'une et l'autre avec un soin égal ; mais je pense aussi que, s'il peut être souvent utile de s'aider dans l'analise des considérations que la géométrie peut fornir, et *vice versa* (...) Au surplus, la nature des problèmes semble devoir influer d'une manière notable sur le choix des méthodes. Il arrive souvent, en effect, que telle méthode qui triomphe sans efforts de certains problèmes, échoue, au contraire, contre d'autres qui cèdent à leur tour facilement à des méthodes différentes (...) Pour en venir présentement à l'objet particulier de la lettre de M. Poncelet, je m'empresse de reconnaître la supériorité de ses méthodes et de déclarer que, sans oser affirmer que la géométrie analitique ne puisse parvenir jusques-là, il me paraît au moins très-douteux qu'elle puisse y atteindre d'une manière facile. (...) De mon côte, je ne négligerai aucune des occasions que mes courts loisirs pourront m'offrir, pour multiplier les exemples du genre d'application de l'analise à la géométrie que je cherche à fair prévaloir ; et j'ose croire que la diversité de nos méthodes ne fera jamais naître d'autre rivalité entre nous que celle du zèle pour l'avancement de la science. [GERGONNE 1817 d, pp. 160-161].

[52] Nas seções 5.3.1, 5.3.2, 5.3.3 e 5.3.4 deste capítulo.

[53] [PONCELET 1818]

solução para o problema, sem, entretanto, resolvê-lo completamente. É interessante observar também que, para abreviar alguns cálculos, Poncelet remete o leitor justamente ao artigo *Teoria analítica de pólos*, que Gergonne havia publicado cinco anos antes.[54]

No trecho IV, Poncelet reclama da quantidade de equações, de variáveis e de parâmetros acumuladas até ali na tentativa de resolver o problema proposto. Algumas equações em questão chegam a apresentar grau dezesseis. Poncelet opina que seria longo e penoso tentar "eliminar letras" (isto é, manipular e/ou resolver) uma equação assim, de grau tão alto. Na sequência, já empregando as palavras "pólo" e "polar", ele observa que a segunda pergunta do problema pode ser substituída por uma pergunta mais interessante: "qual é o grau da curva sobre a qual desliza a polar de uma seção cônica quando o pólo percorre uma curva de grau dado?" E então faz um convite ao seu leitor que insista na leitura da continuação do artigo, colocando-se nos seguintes termos: "Eu fui levado a fazer as investigações a seguir, que, espero, possam compensar ao leitor pela atenção que foi devotada ao esboço infrutífero que eu acabei de lhes oferecer."[55]

A partir desse ponto, dos trechos V ao XIII, Poncelet desenvolve a sua teoria de pólos e polares. Dessa vez ele está à vontade, usando seus métodos preferidos, pois seus argumentos já não são analíticos. Ao longo das 10 páginas seguintes do texto, Poncelet apresenta vários resultados, a começar por este: [56]

Proposição. *Se um certo ponto está situado sobre uma linha reta, traçada no plano de uma seção cônica, sua polar passará pelo pólo desta mesma linha reta.*

Esta proposição, ilustrada na figura 5.10, embora pareça ingênua tem um papel fundamental na teoria da reciprocidade polar de Poncelet, pois permite definir, a partir de uma curva no plano, a sua curva polar recíproca.

Poncelet argumenta a partir da idéia intuitiva de *continuidade* de uma curva algébrica plana (isto é, uma curva dada por equações polinomiais). Mas chamo a atenção para o fato de que em momento algum Poncelet usa as palavras que usei acima: *continuidade*, *equação* ou *polinômio*. Além disso, a linguagem de Poncelet não é *compatível* com o tipo de rigor da análise matemática praticada no nosso tempo, uma análise feita com ε's e δ's. Mas nem por isso seus argumentos são vazios de significado. A forma intuitiva com que ele explica a *continuidade da função* que

[54] Trata-se do texto [GERGONNE 1813 a], comentado na seção anterior dessa tese.

[55] J'ai été entrainé à faire les recherches suivants qui, j'espère, pourront dédommager en partie le lecteur de l'attention qu'il aura bien voulu donner l'ébauche infructueuse que je viens de lui offrir. [PONCELET 1818, p. 211].

[56] Proposição enunciada em destaque no corpo do texto, na página 211 de [PONCELET 1818].

associa um ponto a uma reta (isto é, a reciprocidade polar) é suficiente para seus objetivos, para o entendimento dos seus leitores e para o padrão de rigor de sua época.

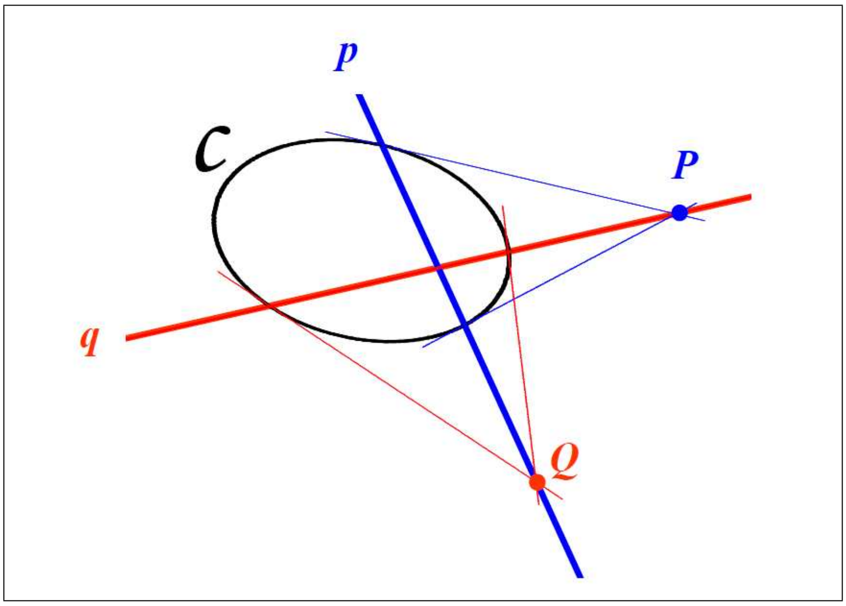


Figura 5.10: Um teorema fundamental na teoria da reciprocidade polar.

Eis os seus argumentos.[57] Seja α um pólo de uma certa reta e suponha que esse pólo tenha que percorrer uma curva que está desenhada no mesmo plano de uma cônica que serve de intermediária da reciprocidade polar. Quando o pólo α se desloca "infinitamente pouco" de uma posição a outra sobre a curva que ele percorre, então ele "não sairá da tangente" à curva neste ponto. Por outro lado, a reta polar de α também "não sairá" de um ponto fixo, que é o pólo da mesma tangente em questão. Ora, esse ponto é exatamente onde a polar de α tangenciara uma nova curva, a "curva envelope", pois esse ponto é, por hipótese, "a interseção de duas tangentes consecutivas" desta curva. E reciprocamente, cada ponto da curva percorrida por α pode ser considerado como o pólo de uma certa tangente do envelope.

Note que por esse argumento, Poncelet pode estender a correspondência entre pontos e retas, promovida pela reciprocidade polar da proposição acima, à uma correspondência entre uma curva (percorrida por um pólo em movimento) e uma outra curva (envelopada pelas polares correspondentes). Assim, Poncelet chama as duas curvas em questão de *curvas polares recíprocas* uma da outra. Em resumo:

> a polar recíproca de uma curva dada, sobre o plano de uma seção cônica, é, simultaneamente, o lugar dos pólos de todas as tangentes à esta curva, e o envelope do espaço

[57] [PONCELET 1818, pp. 211-212].

percorrido pelas polares dos pontos desta mesma curva.[58]

Na sequência, Poncelet investiga que propriedades se pode deduzir sobre uma curva polar recíproca de uma curva dada no plano de uma cônica diretriz. Um dos resultados obtidos informa que se a curva lugar dos pólos é de grau m, então a curva envelopada pelas polares admite no máximo $m(m-1)$ retas tangentes tomadas de um ponto arbitrário do plano.[59] Também, que se o grau de uma curva é m, então o grau da sua polar recíproca é $m(m-1)$.[60]

Usando a nossa terminologia atual, o cálculo que conduz ao número $m(m-1)$ é o seguinte. Suponha que uma curva plana K de grau m é dada pela equação polinomial $f(x,y) = 0$. Esta curva encontra uma reta $y = ax + b$ nos pontos tais que $f(x, ax + b) = 0$. Para manipular melhor as equações que se seguem, escreva $\varphi(x) = f(x, ax + b)$. Ora, uma reta $y = ax + b$ é tangente à curva K quando vale simultaneamente $\varphi(x) = 0$ e $\varphi'(x) = 0$. Note que $\varphi'(x) = 0$ corresponde à equação $\dfrac{df}{dx} + a\dfrac{df}{dy} = 0$. Seja K' a curva algébrica descrita pela equação acima. Sendo $f(x,y)$ um polinômio do $m^{\text{ésimo}}$ grau, então a equação $\dfrac{df}{dx} + a\dfrac{df}{dy} = 0$ tem grau $(m-1)$, que é o grau de K'. Donde se deduz que, em geral, as curvas K e K' tem $m(m-1)$ pontos em comum. A conclusão é que, dado um ponto qualquer $P \notin K$ no plano, é possível traçar $m(m-1)$ retas tangentes à curva K passando por P. Assim, quando uma curva K tem grau m, então sua polar recíproca $\widehat{K}$ tem grau $m(m-1)$.

Em resumo, esse foi o mesmo raciocínio de Poncelet no texto que estamos acompanhando. Observe que vale ainda que $m = m(m-1)$ se e somente se $m = 2$, ou seja, no caso $m = 2$ temos o resultado:[61]

Proposição. *Se o pólo de uma seção cônica se move, sem deixar de pertencer a uma outra seção cônica, sua polar também não deixará de tocar uma terceira seção cônica diferente das duas primeiras.*

Este resultado que acabou de ser enunciado, e que diz respeito a uma configuração no plano, tem o seu análogo no espaço. A proposição que diz que a polar recíproca de uma superfície de segunda ordem, é uma nova superfície, também de segunda ordem, foi demonstrada por Brianchon no texto de 1806, no Caderno XIII do *Jornal*

[58] La polaire réciproque d'une courbe donné, sur le plan d'une section conique, est, à la fois le lieu des pôles de toutes les tangentes à cette courbe, et l'enveloppe de l'espace parcouru par les polaires des points de cette même courbe. [PONCELET 1818, p. 212].
[59] [PONCELET 1818, p. 213].
[60] [PONCELET 1818, p. 215].
[61] Primeira proposição enunciada em destaque no corpo do texto, na página 219 de [PONCELET 1818].

da Escola Politécnica,[62] e Poncelet reconhece e registra esse fato.[63]

Nas últimas doze páginas do texto, Poncelet detalha os resultados obtidos até então em algumas situações particulares em que a cônica lugar dos pólos é uma elipse, uma parábola ou uma hipérbole. Ou ainda, investigações das condições para que a cônica envelope das polares venha a ser uma elipse, uma parábola ou uma hipérbole. Registre-se que nesta última parte do texto, eventualmente Poncelet usa, paralelamente aos seus argumentos "puros", algumas manipulações de equações polinomiais dos elementos envolvidos.

A "Memória sobre a teoria geral das polares recíprocas", apresentada na Academia de Ciências de Paris em abril de 1824.

Em outro texto, redigido entre 1823 e 1824, Poncelet desenvolve mais sistematicamente sua teoria da reciprocidade polar. Trata-se da *Memória sobre a teoria geral das polares recíprocas*,[64] que foi lida na Academia de Ciências de Paris em 12 de abril de 1824. A Academia demorou cerca de quatro anos para publicar um relatório desta memória, e isto foi, indiretamente, o pontapé inicial da fase mais aguda da polêmica entre Gergonne e Poncelet. Apenas em 1829, depois dos diversos mal entendidos, é que a *Memória* de Poncelet vai ser finalmente publicada no *Journal de Crelle*.

Esta longa *Memória* tem 71 páginas, contendo uma introdução e o texto principal (de 1824) e um post-scriptum (de 1828). O texto principal corre em trechos numerados de 55 a 142,[65] e está dividido em cinco partes. Já na introdução, Poncelet deixa claro que a sua intenção nesse texto é de desenvolver uma teoria da reciprocidade polar de maneira mais ampla e sistemática do que tinha feito até então.

> Em uma memória anterior, eu anunciei que a teoria das polares recíprocas era passível de uma extensão tal, que ao simples enunciado de uma proposição suficientemente geral do espaço, ela permite obter, imediatamente, uma outra [proposição] muito diferente e igualmente geral, a menos, é claro, que a proposição seja ela mesma a sua recíproca, do que existem muitos exemplos. Acrescentei que, exceto por alguns princípios elementares, eu tinha dado apenas uma idéia muito imperfeita dessa teoria, seja no *Tratado das propriedades projetivas das figuras* ou no tomo VIII dos *Annales de mathématiques*.[66]

[62] Trata-se do texto [BRIANCHON 1806], que foi visto na seção anterior.
[63] [PONCELET 1818, p. 215].
[64] [PONCELET 1829 b].
[65] O subtítulo desta memória informa que ela foi escrita como continuação de um texto chamado *Memória sobre os centros das médias harmônicas*, [PONCELET 1828 b]. Esta primeira memória corre em trechos numerados de 1 a 54. Daí porque a presente memória começa sua numeração em 55.
[66] Dans un précédent Mémoire, j'ai annoncé que la théorie des polaires réciproques était suscepti-

Observe que esta fala inicial de Poncelet sugere que ele tem clareza de que a teoria da reciprocidade polar lhe permite, a partir de um teorema, enunciar outro teorema que lhe corresponda, sem necessidade de novas demonstrações.

A primeira parte do texto é intitulada *Das figuras polares recíprocas no plano.*[67] Ali, nas primeiras páginas, Poncelet enuncia novamente a propriedade que diz que quando um ponto está sobre uma reta, então sua polar passa pelo pólo desta reta. Nesta memória, Poncelet acrescenta um comentário que diz que este resultado está na base de toda a teoria que ele pretende expôr.[68] Ao longo da primeira parte do texto, o autor enfatiza as propriedades de incidência entre pontos e retas: fixada uma cônica, ao substituir cada reta pelos seus pólos, e cada ponto por sua polar, obtém-se uma nova figura em que retas concorrentes são trocadas por pontos colineares e vice versa. Quando há uma curva fazendo parte da configuração inicial, sua curva polar recíproca é definida da maneira como já foi descrita no artigo anteriormente comentado.[69] Poncelet retoma essas discussões nesta memória, e se estende em questões sobre tangências, os envelopes de tangentes e o grau de uma curva polar recíproca calculado a partir do grau de uma curva inicialmente dada. Questões referentes a pontos múltiplos e pontos de inflexão também aparecem nessa primeira parte do texto.[70] Todas essas propriedades são o que Poncelet chamou de "propriedades de situação de linhas e de pontos traçados num plano comum", onde se estabelecem relações que não fazem nenhuma consideração de sobre os comprimentos ou as grandezas das linhas envolvidas.[71] Contudo, ao final da primeira parte, o autor anuncia que pretende usar a sua teoria de polares para fazer, ainda nesse texto, considerações que digam respeito às relações de grandezas entre as linhas envolvidas. Essas considerações são as que o autor chamou de "métricas".

Na segunda parte do texto, cujo título é *Das figuras polares recíprocas no espaço*,[72] Poncelet estuda a reciprocidade polar no espaço tridimensional, em relação à uma superfície de ordem dois tomada como diretriz. Nessa parte, as considerações de

ble d'une extension telle, qu'au simple énoncé d'une proposition suffisamment générale de l'étendue, elle permet d'en assigner, sur le champ, une autre toute différente et toute aussi générale, à moins cependant que la proposée ne soit elle même sa réciproque, ce dont il y a des exemples. J'ai ajouté qu'à l'exception de quelques principes élémentaires, je n'avais donné jusqu'ici qu'une idée très imparfaite de cette théorie, soit dans le Traité des propriétés projectives des figures, soit dans le tomme VIII des Annales de mathématiques. [PONCELET 1829 b, p. 1].

[67] Trechos 55 a 74, [PONCELET 1829 b, pp. 6-18].

[68] [PONCELET 1829 b, p. 7].

[69] [PONCELET 1829 b, pp. 10-11].

[70] Os pontos múltiplos e os pontos de inflexão serão definidos mais adiante, na seção 5.3.5 desta tese, quando for comentado o papel fundamental desses elementos na compreensão da reciprocidade polar para curvas de graus mais altos do que dois.

[71] [PONCELET 1829 b, p.18].

[72] Trechos 75 a 106, [PONCELET 1829 b, pp. 18-41].

Poncelet ainda limitam-se às propriedades de situação entre pontos, retas, planos e superfícies. Registra-se a propriedade básica de que quando um ponto está sobre um plano, então seu plano polar passa pelo pólo deste mesmo plano.[73] No caso de uma reta no espaço, sua polar recíproca é uma nova reta, que pode ser encarada como o lugar dos pólos dos diferentes planos que contém a primeira reta, ou também, simultaneamente, como a interseção comum de todos os planos polares dos diferentes pontos da primeira reta.[74] Quando são inseridas outras superfícies nas considerações de Poncelet, ele deduz resultados envolvendo curvas à dupla curvatura, superfícies planificáveis, superfícies torcidas, etc.

Nas três últimas partes do texto de Poncelet, aparecem as considerações métricas referentes a uma curva (ou uma superfície) e sua recíproca. Essas partes são intituladas de *Das relações dos ângulos relativos às figuras polares recíprocas num plano ou no espaço*, *Das relações projetivas entre as linhas trigonométricas e as distâncias de figuras polares recíprocas no plano* e *Das relações projetivas entre as linhas trigonométricas e as distâncias de figuras polares recíprocas no espaço*.[75] A seguir descrevo resumidamente a idéia central de Poncelet no caso de reciprocidade polar no plano, já que o caso tridimensional é análogo.

Para sua abordagem métrica, Poncelet fixa a circunferência como sendo a cônica diretriz no plano. O autor observa que essa particularidade facilita a análise a ser feita, pois, como consequência direta da definição de pólo e polar, há a seguinte propriedade: a reta que passa por um ponto e pelo centro da circunferência, necessariamente é perpendicular à reta polar desse ponto. Essa configuração está ilustrada na figura 5.11. Agora considere um triângulo qualquer no plano da circunferência diretriz. Para começar, esse triângulo dado tem o seu triângulo polar recíproco. Além disso, os segmentos que ligam o centro da circunferêcia diretriz à cada um dos seis vértices, serão perpendiculares a cada um dos seis lados. Note que os ângulos retos que aparecem nos pés das perpendicularidades, permitem observar vários triângulos retângulos semelhantes, na configuração completa. Ora, em qualquer triângulo há as razões métricas "clássicas" entre os comprimentos de alguns dos seus segmentos. São razões obtidas em considerações vindas das teorias das transversais ou de proposições que tenham a mesma ordem de idéias do Teoremas de Menelaus. O que Poncelet faz é aproveitar-se dos diversos triângulos retângulos disponíveis para passar algumas das razões entre comprimentos em um triângulo inicial para razões análogas entre os

[73] [PONCELET 1829 b, p. 20].
[74] [PONCELET 1829 b, p. 20].
[75] Respectivamente são os trechos 107 a 119 (páginas 41 a 51), trechos 120 a 130 (páginas 51 a 59) e trechos 131 a 142 (páginas 59 a 69) de [PONCELET 1829 b].

senos dos diversos ângulos no triângulo polar.[76]

Um resumo da reciprocidade polar em Poncelet.

Como vimos até aqui a reciprocidade polar nos trabalhos de Poncelet permite deduzir novos resultados a partir de resultados já demonstrados, sem a necessidade de novos cálculos. Entretanto a intermediação de um resultado a outro é necessariamente baseada numa cônica diretriz. Outra característica é que esse método geométrico de Poncelet lhe permite deduzir tanto *propriedades de situação* quanto *propriedades métricas*, na passagem de uma figura para sua figura recíproca correspondente.

Nas próximas seções nos ocuparemos de conhecer as concepções de Gergonne sobre o mesmo tema básico: a duplicação de enunciados de teoremas sem a necessidade de novos cálculos.

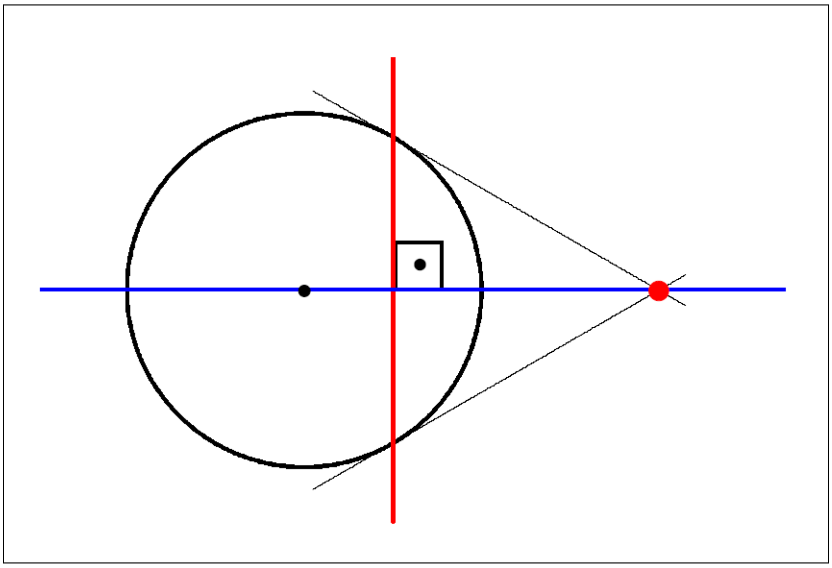


Figura 5.11: Um diâmetro que passa por um ponto é perpendicular à sua reta polar.

5.2 A geometria de situação e o princípio da dualidade de Gergonne.

A possibilidade de enunciar teoremas aos pares, que a reciprocidade polar oferece, não passou despercebida para Gergonne. Entretanto, para o geômetra editor – que também era professor de filosofia em Montpellier – essa "geometria dos teoremas duplos" era muito mais do que uma propriedade baseada em construções geométricas,

[76] Para mais detalhes do como Poncelet faz isso, confira [NABONNAND 2006, pp. 68-69].

mas, de fato, uma questão de princípio: o *princípio da dualidade*. Para atender a esse princípio, Gergonne inventa a sua *geometria de situação*, um misto de disciplina e rubrica editorial, aonde os teoremas de incidências entre figuras são sempre enunciados em pares (ditos "pares duais").

Nas duas próximas seções,[77] são estudados dois textos do editor dos *Annales*. O primeiro texto é de janeiro de 1826 e o segundo é de janeiro/fevereiro de 1827.[78] Ambos são textos que falam de geometria de situação e que se complementam. Os dois textos de Gergonne pretendem estabelecer uma geometria embasada na dualidade enquanto princípio. Eles foram escritos num período em que o autor/editor elabora uma *mudança de estatuto* desta geometria, onde ela deixa de ser *objeto de artigos* e passa a ser uma *rubrica* dentro de sua revista. Em ambos os textos, o autor oferece algumas tentativas de definição, descrição e axiomatização. Devido a importância desses artigos no cenário do periódico de Gergonne, estes podem ser considerados como *textos fundadores* da nova rubrica.

Figura 5.12: Joseph Diaz GERGONNE.

Antes de prosseguir, vale registrar essa informação prévia. Nas suas tentativas

[77] Seções 5.2.1 e 5.2.2.

[78] [GERGONNE 1826 a] e [GERGONNE 1827 a], respectivamente.

de explicar o que é (e o que não é) a sua geometria de situação, ou para esclarecer aspectos complicados da teoria, Gergonne inventa palavras e conceitos que pouco a pouco foram incorporados ao vocabulário das geometrias do século dezenove. Em particular, "dualidade" é uma dessas expressões que apareceram na época, e que faz parte do que os matemáticos de hoje em dia chamam de geometria projetiva (ou, mais geralmente, geometria algébrica). De modo geral, do que se lê nos textos assinados por Gergonne, Plücker, Bobillier, Chasles, Steiner, etc, e classificados pelo editor dos *Annales* como *geometria de situação*, pode-se entender que essa geometria engloba teoremas que tratam de configurações de elementos geométricos no que diz respeito a incidências: interseções, tangências, concorrências, alinhamentos, paralelismos, etc. Em particular, o grande tema da geometria de situação no periódico de Gergonne será, nada mais nada menos, que as teorias de pólos e polares entre curvas e superfícies de todas as ordens, seguindo as pesquisas de Poncelet.

Por fim uma breve advertência. Deve ficar claro que todos esses temas mencionados não tem nada a ver com o que atualmente os matemáticos profissionais chamam de *topologia*, nem com as teorias do tipo *analysis situs* (num sentido de Leibniz, Euler, Poincaré ou Veblen).

5.2.1 Gergonne e a "impressionante geometria dos teoremas duplos" (janeiro de 1826).

Em janeiro de 1826, Gergonne publica um artigo em seu jornal intitulado *Considerações filosóficas sobre os elementos da ciência da extensão.*[79] É um texto enquadrado na rubrica principal filosofia matemática (com rubrica alternativas geometria elementar e geometria da régua) e que pretende estabelecer uma nova área de estudos em geometria.

O autor começa seu artigo tentando definir uma nova geometria, não por dizer o que ela é, mas por dizer o que ela *não* é. Mais exatamente, logo na primeira frase ele separa as diversas teorias que compõem a geometria em duas abordagens muito distintas, a saber, as *relações métricas* e as *relações de situação*; e a geometria das relações de situação *não é* a geometria das relações métricas.

> As diversas teorias que compõem o domínio das ciências da extensão podem ser organizadas em duas classes bastante distintas. Há, de fato, algumas destas teorias que dependem essencialmente de *relações métricas* que se achem existir entre as diversas porções de espaço que se compara, e consequentemente não se saberiam estabelecidas

[79] [GERGONNE 1826 a].

> a não ser com a ajuda do cálculo. Outras, ao contrário, são totalmente independentes destas mesmas relações e resultam unicamente da *situação* em que se encontram uns em relação a outros, os entes geométricos sobre os quais se teoriza.[80]

Gergonne acredita que para criar novas categorias onde encaixar as geometrias, é necessário derrubar as categorias velhas. Ele faz isso criticando a tradicional divisão das geometrias entre *plana* e *espacial*, categorias antiquíssimas, que remontam ao tempo da Grécia clássica. Para o autor, essas categorias não são naturais, mas apenas um hábito fortemente arraigado em vinte séculos de estudos. Para reforçar seus argumentos de que não há realmente separação entre a geometria do plano e a do espaço, ele evoca a recém criada geometria descritiva, que "passa alternativamente do plano ao espaço e vice versa, como Monge e os geômetras da sua escola praticaram tão frequentemente e com tanto sucesso."[81]

No parágrafo seguinte Gergonne aponta "uma característica extremamente impressionante desta parte da geometria que não depende em nada das relações métricas entre as partes das figuras."[82] Trata-se de que "todos os teoremas [nesta geometria] são duplos. (...) A cada teorema, necessariamente, sempre corresponde um outro que se deduz simplesmente trocando entre eles [algumas palavras]."[83] O próprio Gergonne anota as primeiras palavras que se correspondem: *ponto* e *reta*, quando o teorema refere-se a elementos num plano; e *ponto* e *plano*, no caso de uma configuração espacial. Observe a crença muito otimista de Gergonne, no uso de palavras fortes como *todos*, *sempre*, *necessariamente*, etc. Após apontar essa "característica extremamente impressionante", aparecem finalmente pela primeira vez em seu texto a palavra *dualidade* e a expressão *geometria de situação*.[84] Gergonne não justifica com argumentos matemáticos essa característica de dualidade. Ele simplesmente a afirma. Embora ele não use ainda a palavra *princípio*, é dessa maneira que a dualidade será

[80] Les diverses théories dont se compose le domaine de la science de l'étendue peuvent être rangées en deux classes très-disctintes. Il est, en effet, certaines de ces théories qui dépendent essentiellement des *relations métriques* qui se trouvent exister entre les diverses portions d'étendue que l'on compare, et qui conséquemment ne sauraient être établies qu'à l'aide des principes du calcul. D'autres, au contraire, sont tout-à-fait indépendentes de ces mêmes relations, et résultent uniquement de la *situation* que se trouvent avoir les uns par rapport aux autres, les êtres géométriques sur lequels on raisonne. [GERGONNE 1826 a, p. 209].

[81] passer tour à tour de la géométrie plane à celle de l'espace et de celle-ci à la première, comme Monge et les géomètres de son école l'ont si souvent pratiqué, et avec tant de succès. [GERGONNE 1826 a, p. 209].

[82] un caractère extrêmement frappant de cette partie de la géométrie qui ne dépend aucunement des relations métriques entre les parties des figures. [GERGONNE 1826 a, p. 210].

[83] tous les théorèmes y sont doubles. (...) à chaque théorème il en répond toujours nécessairement un autre qui s'en déduit en y échangeant simplement entre eux [quelques mots]. [GERGONNE 1826 a, p. 210].

[84] [GERGONNE 1826 a, p. 210].

tratada nas suas convicções e nos seus textos doravante. Para tentar convencer da validade do princípio afirmado, ele indica referências a teoremas, já demonstrados em seu periódico, onde a dualidade aparece. Alguns dos artigos referidos são assinados por ele, e outros são assinados por outros autores (como, por exemplo, Coriolis, Sorlin, Vecten). Citar outros autores além dele mesmo, para efeitos de convencimento, parece ser uma boa estratégia para evitar que ele pareça tendencioso. Depois de citar *pessoas*, Gergonne cita *teorias*. São apontadas duas que estavam na moda na época, e que de vez em quando apareciam em seu jornal. Uma delas é a teoria das polares recíprocas com relação a uma cônica ou quádrica. A outra é a trigonometria esférica com relação ao triângulo suplementar.

Neste ponto o autor anuncia claramente o projeto de estabelecer a geometria de situação. Diz ele: "Eis o que nos determinamos a fazer a este tipo de geometria *em partes duplas*, se é que se pode dizer assim, o tema de um texto especial no qual, após manifestar o fato filosófico que a ele se refere, expor-lhes mesmo as primeiras noções."[85] A ênfase na expressão "em partes duplas" é do próprio autor. Pela minha leitura, destacaria as palavras *tema* e *filosófico*. Aqui está a mudança de *estatuto* que a geometria de situação sofre: neste artigo, de 1826, a geometria de situação ainda é um *objeto*, publicado sob a rubrica de filosofia matemática. No artigo que será estudado na seção seguinte, de janeiro/fevereiro de 1827, a geometria de situação aparecerá não mais como objeto, mas como uma rubrica.

Antes de lançar-se à execução do seu projeto, o autor inventa mais uma estratégia para convencer o leitor da validade do princípio da dualidade. Quando do estabelecimento desta geometria, ele pretende demonstrar diretamente um grupo de teoremas bem como demonstrar diretamente seus duais. Ele justifica seus motivos: primeiro, para não precisar lançar mão da teoria das polares recíprocas ao enunciar pares de teoremas duais; e segundo, para enfatizar que até mesmo entre as demonstrações dos teoremas, e não só nos enunciados, existe correspondência.

Antes de prosseguir a leitura do texto, é necessário marcar bem essa diferença de concepções entre Gergonne e Poncelet, e que já aparece aqui neste texto fundador. Se por um lado, a dualidade de Poncelet decorre de uma construção geométrica, por outro, a dualidade de Gergonne é admitida como princípio; ainda que essas duas dualidades comecem iguais: ponto e reta correspondem-se num plano; e ponto e plano, no espaço. A escolha de Gergonne, de não usar a teoria das polares recíprocas como

[85] Voilá ce qui nous détermine à faire de cette sorte de géométrie *en partie doubles*, s'il est permis de s'exprimer ainsi, le sujet d'un écrit spécial dans lequel, après avoir rendu manifeste le fait philosophique dont il s'agit, dans l'exposé même des premières notions. [GERGONNE 1826 a, p. 211].

base, parece ser uma forma de reivindicar para seu princípio uma certa generalidade. A outra teoria anteriormente citada (trigonometria esférica), bem como a teoria de seu rival, seriam, então, meros casos particulares de um princípio geral.

Voltando à leitura do texto, Gergonne anuncia sua última estratégia de convencimento. Dessa vez trata-se de algo puramente editorial, do ponto de vista da diagramação da página mesmo, mas com intenção de forte impacto no leitor. Ele pretende apresentar teoremas e demonstrações duais em colunas paralelas. Cada página do jornal passa a ser, de fato, duas pequenas páginas de textos que correm juntas "para tornar esta correspondência mais aparente (...) [e] para que as demonstrações possam se servir reciprocamente de controle."[86] Essa idéia não é nova em seu jornal, conforme o próprio autor/editor relembra e dá a referência. Mas daqui pra frente, em sua revista, esta apresentação em colunas duplas se tornará algo cotidiano. Além disso, a vez anterior em que ele já havia aplicado essa astúcia editorial é num texto assinado exatamente por ele mesmo, 14 meses antes.[87]

Dois detalhes curiosos fecham a introdução desse artigo. Primeiro, o autor diz que pretende expor a nova geometria de um modo que seja "acessível até mesmo para quem não conhece [nem] os *Elementos de Euclides*",[88] o que indica sua pretensão de revestir a nova disciplina com todos os seus aspectos formais, o que inclui o ensino. O outro detalhe é que ele "crê [ser] supérfluo de acompanhar este artigo com figuras",[89] incentivando ao leitor que faça suas próprias figuras se (e quando) achar necessário.

O artigo segue com três seções e uma conclusão. As três seções dedicam-se ao início da execução do seu projeto anunciado. Este projeto que começa a ser esboçado neste texto de 1826, será enormemente expandido no texto do ano seguinte. Vamos à descrição sucinta das três seções.

A seção I é intitulada *Noções preliminares*.[90] Gergonne apresenta proposições (que são axiomas ou definições) em pares duais numerados de 1 a 15. Por uma distração editorial, não existe o par de proposições com o número "8", embora mais adiante no texto ele refira-se a esse par. As proposições de 1 a 3 são axiomas de incidência entre pontos, retas e planos. Por exemplo, o primeiro axioma é "1. dois pontos distintos no espaço determinam uma reta; 1. dois planos distintos e não paralelos no espaço

[86] afin de rendre cette correspondence plus apparente (...) [et] de telle sorte que les démonstrations puissent se servir réciproquement de contrôle. [GERGONNE 1826 a, pp. 211-212].
[87] [GERGONNE 1824].
[88] rendre ce qu'on va livre accessible à ceux là-même qui ne connaissent pas les *Élémens d'Euclide*. [GERGONNE 1826 a, p. 211].
[89] Nous croyons superflu d'accompagner ce mémoire de figures. [GERGONNE 1826 a, p. 212].
[90] [GERGONNE 1826 a, pp. 212-217].

determinam uma reta". A princípio esses axiomas excluem elementos no infinito (pontos ou retas). Já as proposições de 4 a 7 versam sobre questões enumerativas, como por exemplo "5. dados n pontos distintos no espaço, eles determinam $n(n-1)/2$ retas distintas. É apenas por acaso que elas determinarão um número menor". As proposições de 9 a 15 definem elementos de polígonos e poliedros, tais como vértice, lado, aresta, face, etc. Também são proposições que descrevem (de fato definem) como polígonos e poliedros são inscritos ou circunscritos uns aos outros. Apenas na última frase da seção I ele *abre as portas para o infinito* ao escrever que "frequentemente, no [texto] que segue, se duas retas estão num mesmo plano, nós concluiremos que elas concorrem num mesmo ponto; mas é necessário subentender que este ponto pode muito bem estar infinitamente afastado".[91]

A seção II tem por título *Teoremas sobre os triângulos, os quadriláteros, os ângulos triedros e os ângulos tetraedros.*[92] O autor enuncia e demonstra teoremas em pares duais numerados de 16 a 20, cujo conteúdo está suficientemente bem esclarecido pelo título da própria seção. Entre o par 18 e o par 19, ele resolve dois exercícios de construção geométrica, como aplicação dos resultados já demonstrados. Um destaque para os enunciados 16 (coluna da esquerda), 17 (coluna da esquerda) e 18 (coluna da direita), que são versões ligeiramente distintas uma das outras para o mesmo teorema, o já clássico Teorema de Desargues. Apenas para informar e/ou relembrar o leitor, eis o enunciado de uma das versões do referido teorema, ilustrado na figura 5.13.

Teorema de Desargues. *Se dois triângulos, situados num mesmo plano, são tais que as retas que determinam seus vértices correspondentes concorrem todas três num mesmo ponto; então os três pontos de interseção dos pares de lados correspondentes estão alinhados numa mesma reta.*

A seção III chama-se *Teoremas sobre os poliedros.*[93] É composta de teoremas e demonstrações, em pares duais numerados de 21 a 28, falando de diversas configurações envolvendo inscrição e circunscrição de poliedros entre si. Alguns desses resultados repetem outros que o próprio Gergonne havia apresentado pouco mais de um ano antes, no texto já citado aqui.[94] Um destaque para os resultados 26 (coluna da direita) e 27 (coluna da esquerda), que embora não sejam exatamente o Teorema de Pascal, tratam da mesma configuração do referido teorema clássico.

[91] Souvent à l'avenir, de ce que deux droites seront situées dans une même plan, il nous arrivera de conclure qu'elles concourent en un même point ; mais il faudra alors sous-entendre que ce point peut fort bien être infiniment éloigné. [GERGONNE 1826 a, p. 217].

[92] [GERGONNE 1826 a, pp. 217-223].

[93] [GERGONNE 1826 a, pp. 223-230].

[94] [GERGONNE 1824].

Na conclusão do artigo, Gergonne comenta as possíveis omissões que poderiam ser identificadas pelo leitor. Como na questão da falta de figuras, aqui também ele convoca a participação do leitor, como se fosse um professor que incentiva os seus alunos aos exercícios. Ao que ele chama de "minuciosos detalhes" segue-se um convite: "todo leitor que seja um pouco versado em geometria poderá facilmente preenche-los".[95] Na conclusão ele aponta dois *fatos incontestáveis de filosofia matemática*, que ele descreve muito sucintamente e sem grandes aprofundamentos. Em suas próprias palavras: "creio ter dito o suficiente para deixar fora de toda contestação esses dois pontos da filosofia matemática."[96] Vejamos que conclusões são essas.

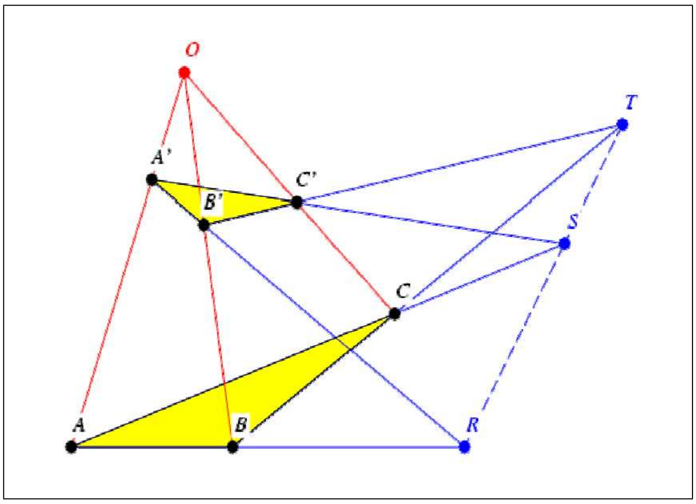


Figura 5.13: Teorema de Desargues.

A primeira, é que ele crê que os teoremas de situação e a notável propriedade da dualidade aparecem "em virtude da natureza mesmo do espaço".[97] O próprio autor não se aprofunda nessa questão, mas cabe aqui questionar-se o porquê dessa afirmação. Minha hipótese é de que a crença de Gergonne de que os teoremas de situação são *intrínsecos ao espaço* é parte da necessidade de uma contraposição com os teoremas métricos. De fato, para acontecer uma geometria métrica, ao espaço deve ser imputado um sistema de medidas, ou seja, uma *aritmética*. Por conseguinte, a geometria de situação seria uma geometria primeira, a mais pura, porque não depende da aritmética para se apresentar.

A segunda conclusão é que a geometria de situação não é meramente uma geometria da régua. Gergonne precisa esclarecer bem esse ponto, para não ter sua nova

[95] [des] minutieux détails que tout lecteur tant soit peu versé dans la géométrie pourra facilement suppléer. [GERGONNE 1826 a, p. 230].
[96] Nous croyons en avoir dit suffisamment pour mettre hors de toute contestation ces deux points de philosophie mathématique. [GERGONNE 1826 a, p. 230].
[97] en vertu de la nature même de l'étendue. [GERGONNE 1826 a, p. 231].

geometria confundida com um mero caso particular da geometria euclidiana clássica. Até porque, os próprios artigos citados por ele mesmo, como se fossem espécies de precursores da *sua* dualidade, são publicados sob as rubricas geometria elementar ou geometria da régua (não por acaso, as mesmas rubricas alternativas deste artigo). Este artigo precisaria ir além, mas não vai, pois neste seu texto, Gergonne teceu considerações apenas sobre elementos *lineares*: pontos, retas, planos e figuras formadas por essa tríade. Para convencer de que a geometria de situação é *maior* do que a geometria da régua, seria necessário inserir curvas e superfícies não lineares lá. Assim sendo, Gergonne escreve uma nota de rodapé onde ele apenas esboça uma definição e enuncia um teorema envolvendo figuras de ordem dois.

Essa nota de rodapé final servirá de *gancho* para o texto do ano seguinte, que terá três características importantes. Primeira, é um texto que continua e estende o projeto que ele se propôs fazer aqui. Segunda característica, o tema do artigo ultrapassa a *régua*, pois serão estudadas curvas e superfícies de ordem dois. Terceira, é o primeiro artigo completo que aparece no corpo da sua revista tendo a geometria de situação como rubrica principal.[98]

5.2.2 Quando Gergonne pretende "subir num grande teorema para ver do alto, de uma vez só, uma multidão de corolários" (janeiro e fevereiro de 1827).

O segundo dos artigos de geometria de situação apareceu em janeiro de 1827, exatamente um ano depois do texto que acabamos de analisar. O artigo é intitulado *Pesquisas sobre algumas leis gerais que regem as linhas e superfícies algébricas de todas as ordens.*[99] Este é o significativo texto em que a geometria de situação deixa de ser *objeto* de artigos e passa a ser *rubrica* de artigos.

O autor começa argumentando que o desenvolvimento da matemática chegou a um tal volume de informações que "nem a memória mais intrépida não saberia mesmo como se gabar de conservar [de cór] os resultados".[100] Ora, assim sendo, nada melhor do que reter uns poucos teoremas gerais a partir dos quais se possa alcançar mais facilmente os resultados desejados. A metáfora utilizada pelo autor é significativa e até mesmo poética: é necessário *subir* nos grandes teoremas, para ver do alto, de

[98] Observamos, porém, que a expressão *geometria de situação* já tinha aparecido uma vez, ainda que imprecisamente, como rubrica alternativa no índice do volume anterior. Isso será melhor exposto e comentado na seção 5.5.2 desta tese.

[99] [GERGONNE 1827 a].

[100] (...) la mémoire la plus intrépide ne saurait même se flatter de conserver les énoncés. [GERGONNE 1827 a, p. 214].

uma vez só, sua multidão de corolários. As rotas de um *grande teorema* até seus corolários, ou seja, as demonstrações desses últimos, serão tão simples e breves que exigirão bem pouco esforço de espírito.

Feitas essas considerações preliminares, Gergonne informa que pretende estabelecer um pequeno número de teoremas gerais, que oferecem uma infinidade de corolários, dos quais ele vai apresentar apenas alguns mais notáveis. Tais teoremas versam sobre pontos e tangentes comuns a curvas planas situadas num mesmo plano, pontos e linhas comuns sobre superfícies curvas, sobre superfícies envolventes que lhes são circunscritas e sobre planos tangentes comuns. Esse é o anúncio do *conteúdo* deste seu artigo de geometria de situação, que já se mostra bem mais *não-linear* que o artigo anterior (que lidava com retas, planos, polígonos, poliedros, etc).

Eis um extrato do texto de Gergonne. Observe a aparição das palavras otimistas *grande número* e *infinidade*, referindo-se à quantidade de resultados; e *simples* e *breve* referindo-se às suas demonstrações.

> Ora, há em cada ciência certos pontos de vistas elevados onde é suficiente se colocar para abraçar de um só golpe de vista um grande número de verdades. (...) É em vistas de confirmar essas considerações por alguns exemplos bastante notáveis, que nós nos propomos aqui de estabelecer um pequeno número de teoremas gerais, oferecendo uma infinidade de corolários, entre os quais nos limitaremos a apontar os mais simples ou os mais dignos de nota. Vários desses corolários são conhecidos há muito tempo; mas pensamos que não se encontra em nenhuma outra parte, demonstrações tão simples e tão breve, e que exijam tão pouca contenção de espírito do que as que se encontrarão aqui nos teoremas gerais que lhes engloba a todos.[101]

A introdução encerra-se com a re-evocação de que, "por se tratar de um artigo sem nada de relações métricas, todos os teoremas [demonstrados] serão duplos".[102] Daí, mais uma vez Gergonne introduz sua astúcia editorial da dupla coluna para convencer o leitor de que a dualidade vale enquanto princípio geral. Não custa nada repetir o impacto que esse tipo de diagramação impõe: a diagramação em colunas duplas funciona como um argumento menos matemático e mais psicológico. A imagem de

[101] Or, il est dans chaque science certains points de vue élevés où il suffit de se placer pour embrasser d'un même coup d'oeil un grand nombre de vérités. (...) C'est dans la vue de confirmer ces considérations par quelques exemples assez remarquables que nous nous proposons ici d'établir (...) un petit nombre de théorèmes généraux, offrant une infinité de corollaires, parmi lesquels nous nous bornerons à signaler les plus simples ou les plus dignes de remarque. Plusieurs de ces corollaires sont connues depuis long-temps ; mais nous ne pensons pas qu'on en rencontre autre part des démonstrations aussi simples et aussi brièves, et qui exigent aussi peu de contention d'esprit que celles qu'on trouvera ici des théorèmes généraux qui les renferment tous. [GERGONNE 1827 a, p. 215].

[102] Comme il ne s'agira aucunement ici des relations métriques, tous nos théorèmes seront doubles. [GERGONNE 1827 a, p. 215].

uma página com dois textos de estrutura idêntica, apresentados lado a lado, e tendo algumas palavras trocadas (como numa espécie de *tradução*) tem um forte apelo afetivo para quem a vê.

O artigo segue com duas longas seções contendo menos *discursos* e mais *matemáticas*. A *Seção Primeira* (com 13 páginas) trata de geometria de situação para curvas num mesmo plano, enquanto a *Seção Segunda* (com 24 páginas) apresenta a geometria em questão para superfícies algébricas no espaço. Cada seção em si mesma tem sua própria introdução, contendo convenções, axiomas e definições, e em seguida as subseções onde são demonstrados os teoremas. O artigo completo é tão grande que a *Seção Segunda* e a conclusão geral aparecem publicadas apenas no fascículo do mês seguinte, em fevereiro de 1827. A figura 5.14 mostra as duas páginas de abertura da *Seção Segunda*. Observe como após um primeiro parágrafo de meia página, o texto segue todo apresentado em colunas duais.

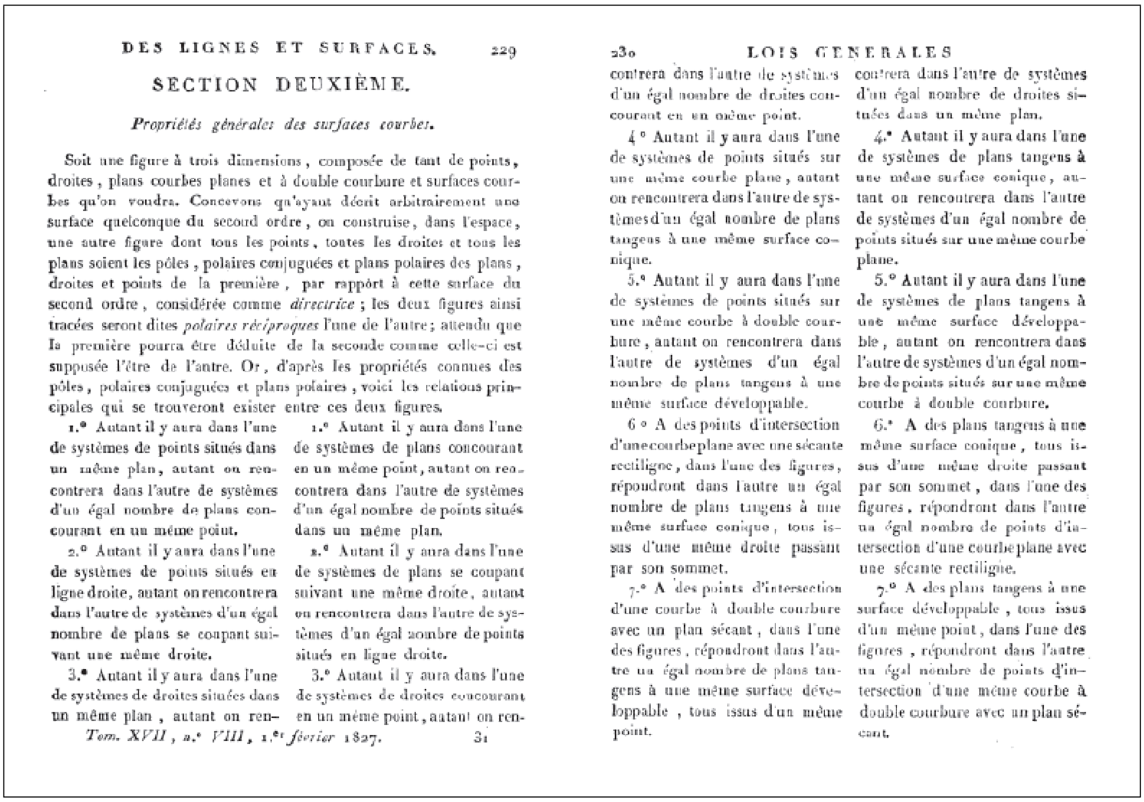
Não vou expor neste momento a *matemática* que continua e preenche o artigo de Gergonne, porque ela será comentada adiante, em contextos mais específicos. Por ora, bastam algumas informações sobre isso. Primeiro, que numa das subseções do seu artigo, o autor apresenta uma demonstração original para o Teorema de Pascal usando o *método da notação abreviada*.[103] E a segunda informação é que este artigo será citado oito meses depois, num importante trabalho de Bobillier.[104]

Ao fim do artigo o autor escreve uma pequena conclusão geral em um parágrafo. Inicialmente Gergonne registra um pedido de desculpas por possíveis erros que ele possa ter cometido ao longo do texto (veremos logo a seguir que ele realmente cometeu alguns erros). A seguir, a reafirmação de crença de que a geometria aqui apresentada é uma novidade quiçá frutífera. Essa reafirmação é acompanhada de mais um elogio à "correspondência entre os procedimentos da análise e as especulações da geometria."[105] Tudo faz parecer que a geometria de situação é uma espécie de *evolução* da geometria analítica, e que ele, Gergonne, é um *arauto da nova era*. O texto termina com um lamento (talvez uma reclamação? quem sabe uma crítica?) de que o sistema de ensino e os livros didáticos infelizmente permaneçam obsoletos e não evoluem junto com a pesquisa matemática.

[103] Esta demonstração será apresentada e comentada detalhadamente, quando do estudo do método da notação abreviada, na seção 6.2.2 desta tese.

[104] Trata-se do texto [BOBILLIER 11], que será estudado detalhadamente na seção 5.4.2 deste capítulo. Lá veremos a posição chave que este artigo ocupa na obra de Bobillier, o que justifica adjetivá-lo de *importante*.

[105] La correspondance entre les procédés de l'analyse et les spéculations de la géométrie. [GERGONNE 1827 a, p. 252].



DES LIGNES ET SURFACES. 229

SECTION DEUXIÈME.

Propriétés générales des surfaces courbes.

Soit une figure à trois dimensions, composée de tant de points, droites, plans courbes planes et à double courbure et surfaces courbes qu'on voudra. Concevons qu'ayant décrit arbitrairement une surface quelconque du second ordre, on construise, dans l'espace, une autre figure dont tous les points, toutes les droites et tous les plans soient les pôles, polaires conjuguées et plans polaires des plans, droites et points de la première, par rapport à cette surface du second ordre, considérée comme *directrice*; les deux figures ainsi tracées seront dites *polaires réciproques* l'une de l'autre; attendu que la première pourra être déduite de la seconde comme celle-ci est supposée l'être de l'autre. Or, d'après les propriétés connues des pôles, polaires conjuguées et plans polaires, voici les relations principales qui se trouveront exister entre ces deux figures.

1.° Autant il y aura dans l'une de systèmes de points situés dans un même plan, autant on rencontrera dans l'autre de systèmes d'un égal nombre de plans concourant en un même point.	1.° Autant il y aura dans l'une de systèmes de plans concourant en un même point, autant on rencontrera dans l'autre de systèmes d'un égal nombre de points situés dans un même plan.
2.° Autant il y aura dans l'une de systèmes de points situés en ligne droite, autant on rencontrera dans l'autre de systèmes d'un égal nombre de plans se coupant suivant une même droite.	2.° Autant il y aura dans l'une de systèmes de plans se coupant suivant une même droite, autant on rencontrera dans l'autre de systèmes d'un égal nombre de points situés en ligne droite.
3.° Autant il y aura dans l'une de systèmes de droites situées dans un même plan, autant on ren-	3.° Autant il y aura dans l'une de systèmes de droites concourant en un même point, autant on ren-

Tom. XVII, n.° VIII, 1.er février 1827. 31

230 LOIS GENERALES

contrera dans l'autre de systèmes d'un égal nombre de droites concourant en un même point.	contrera dans l'autre de systèmes d'un égal nombre de droites situées dans un même plan.
4.° Autant il y aura dans l'une de systèmes de points situés sur une même courbe plane, autant on rencontrera dans l'autre de systèmes d'un égal nombre de plans tangens à une même surface conique.	4.° Autant il y aura dans l'une de systèmes de plans tangens à une même surface conique, autant on rencontrera dans l'autre de systèmes d'un égal nombre de points situés sur une même courbe plane.
5.° Autant il y aura dans l'une de systèmes de points situés sur une même courbe à double courbure, autant on rencontrera dans l'autre de systèmes d'un égal nombre de plans tangens à une même surface développable.	5.° Autant il y aura dans l'une de systèmes de plans tangens à une même surface développable, autant on rencontrera dans l'autre de systèmes d'un égal nombre de points situés sur une même courbe à double courbure.
6.° A des points d'intersection d'une courbe plane avec une sécante rectiligne, dans l'une des figures, répondront dans l'autre un égal nombre de plans tangens à une même surface conique, tous issus d'une même droite passant par son sommet.	6.° A des plans tangens à une même surface conique, tous issus d'une même droite passant par son sommet, dans l'une des figures, répondront dans l'autre un égal nombre de points d'intersection d'une courbe plane avec une sécante rectiligne.
7.° A des points d'intersection d'une courbe à double courbure avec un plan sécant, dans l'une des figures, répondront dans l'autre un égal nombre de plans tangens à une même surface développable, tous issus d'un même point.	7.° A des plans tangens à une surface développable, tous issus d'un même point, dans l'une des figures, répondront dans l'autre un égal nombre de points d'intersection d'une même courbe à double courbure avec un plan sécant.

Figura 5.14: Duas páginas do artigo [GERGONNE 1827 a].

5.3 A reciprocidade polar de Poncelet *versus* o princípio da dualidade de Gergonne.

Como já vimos em seções anteriores, muitos dos desenvolvimentos de Poncelet sobre a reciprocidade polar, desde definições básicas até diversos resultados, apareceram em textos entre 1817 e 1822 (incluindo aí o seu célebre *Tratado das propriedades projetivas das figuras*). Vimos também que foi entre 1823 e 1824 que ele redigiu uma extensa memória onde ele retoma e aprofunda o tema. O texto, intitulado *Memória sobre a teoria geral das polares recíprocas*,[106] é o pontapé inicial da querela pública mais grave entre Poncelet e Gergonne, ocorrido em 1827 e 1828, na qual estão envolvidos diversos textos, episódios e pessoas.

Os textos desta disputa pública aparecem não só nos *Annales de Gergonne*, mas também, em grande parte, no *Bulletin de Ferussac*. São artigos completos ou resumidos, publicados inteiros ou parcialmente, alguns republicados de uma revista a outra, vários deles gerando réplicas e tréplicas.

Essa folia de textos que agitou os dois periódicos nos anos de 1827 e 1828 provocou

[106] Trata-se de [PONCELET 1829 b], estudada na seção 5.1.3 desta tese.

muitos mal-entendidos e grosserias, já que as idas e vindas de textos de um periódico a outro apareciam com citações truncadas ou com intervenções dos editores dos dois periódicos em questão, além de alguns atrasos e sem datas bem registradas. Por fim, são textos contendo insinuações e acusações com diferentes graus de gravidade que, além de Gergonne e Poncelet, envolveram também outros geômetras da época, entre os quais Plücker e Bobillier.

Nesta seção, estou interessado em pontuar os principais lances (os textos e os argumentos) das disputas públicas entre Poncelet e Gergonne. De fato, muitos historiadores já mencionaram, comentaram ou estudaram o assunto. Minha intenção ao retomar o tema é de mostrar como Bobillier, ou melhor, mais exatamente os seus trabalhos na sequência de textos sob geometria de situação, foram inseridos no fogo cruzado entre os dois geômetras rivais.[107]

5.3.1 Um debate de idéias em tom quase cortês (1826 e 1827).

Em 12 de abril de 1824, Poncelet lê na Academia de Ciências de Paris a *Memória sobre a teoria geral das polares recíprocas.* Os avaliadores são Legendre, Poinsot e Cauchy, este último na posição de relator. A Academia só vai publicar o relatório sobre essa memória quase quatro anos depois, exatamente em 18 de fevereiro de 1828.[108] Nesse meio tempo, Poncelet publica poucos textos. Para se ter uma idéia, entre 1824 e 1827 há apenas um artigo de Poncelet nos *Annales de Gergonne.*[109] Provavelmente esse silêncio de Poncelet é resultado de algum ressentimento, não só por causa do retardo da Academia, mas também pela aparentemente não muito boa recepção do seu *Tratado* pelos geômetras seus contemporâneos.[110]

Paralelamente Gergonne começa a observar a duplicidade de vários teoremas de geometria que não dizem respeito diretamente à métrica. Ao "se impressionar" com isso, ele publica, em janeiro de 1826, as suas *Considerações filosóficas sobre os elementos da ciência da extensão.*[111] Lembramos que é nesse texto que Gergonne lança

[107] Para melhor seguir o *vai-e-vem* dos textos completos ou parciais dessa disputa, suas datas de redação e de publicação, e os principais eventos em torno da polêmica, confira o apêndice F, que resume esta seção.
[108] As informações das datas de leitura e de aprovação, bem como o nome dos avaliadores, podem ser encontrados em na primeira página de [PONCELET 1829 b]. O relatório assinado por Cauchy, [CAUCHY 1828], foi publicado no *Bulletin de Ferussac.*
[109] Que aparece em fevereiro de 1825, na página 245 do volume 15 dos *Annales.*
[110] Sobre a influência de Bobillier entre os geômetras do fim dos anos 1820 em prol de uma melhor compreensão da obra de Poncelet, veja mais adiante a seção 5.4.4 desta tese.
[111] Que é o texto [GERGONNE 1826 a], estudado na seção anterior.

o *princípio da dualidade*. Lembramos também que para Gergonne, a dualidade era um princípio matemático e que poderia ser evocado para estabelecer novas teorias e resultados, sempre que a teoria e os resultados "duais" que lhes correspondessem tivessem sido já estabelecidos. Por fim, é a partir desse texto que ele passar a adotar sistematicamente em seu jornal a astúcia editorial das colunas duplas.

Correspondências entre Gergonne e Poncelet em 1826.

Uma primeira aproximação entre as concepções de Gergonne e as pesquisas de Poncelet, foi sugerida pelo próprio Gergonne numa correspondência privada. Segundo um registro que o velho Poncelet fez em seu livro *Aplicações de análise e de geometria*, tomo 2, de 1864, o editor dos *Annales* endereçou-lhe uma carta em 14 de abril de 1826, onde diz que o *princípio da dualidade* é uma teoria que pertence aos dois.

Àquela época, a rivalidade entre os geômetras restringia-se ao debate de idéias sobre os métodos em geometria, e não havia ainda desbancando para as ofensas pessoais e provocações grosseiras. Na carta, em dado momento, ao mencionar um teorema atribuído ao geômetra Theodore Olivier,[112] Gergonne aproveitou para enunciar a versão recíproca do teorema. Observe no trecho a seguir que quem usa a expressão "polar recíproca" é Poncelet, ao descrever a carta de Gergonne. O editor por sua vez usa a expressão "princípio da dualidade", ao dividir os créditos com Poncelet nos seguinte termos:

> *Carta de 14 de abril de 1826.* – À propósito de um suposto teorema do falecido professor Olivier, sobre o icosaedro inscrito numa superfície de segunda ordem, o Sr Gergonne, após tê-lo enunciado em sequência com seu polar recíproco, ajunta cortesmente: "e isto em virtude do meu *princípio da dualidade*, que é teu também, senhor, e que entretanto muitos encaram como uma espécie de truque malicioso sem perceber que é um princípio que vai direto ao cerne da Geometria e que sustenta a natureza metafísica da extensão".[113]

[112] Eis algumas breves informações biográficas sobre Theodore Olivier (1793-1853). Ele foi professor de matemática e administrador escolar. Estudou na Escola Politécnica de Paris na turma de 1811. Em sua carreira de gerente escolar trabalhou como coordenador do ensino politécnico na Escola Real de Marienberg na Suécia, a convite do príncipe-regente daquele país. Trabalhou também como administrador do Conservatório Nacional de Artes e Ofícios. Entre 1830 e 1844, exerceu função docente na Escola Politécnica como repetidor de geometria descritiva.

[113] *Lettre du 14 avril 1826.* – A propos d'un prétendu théorème, de feu le professeur Olivier, sur l'icosaèdre inscrit à une surface du second ordre, M. Gergonne, après en avoir énoncé tout au long la reciproque polaire, ajoute courtoisement: "Et cela en vertu de mon *principe de dualité*, qui est aussi le vôtre, Monsieur, et que pourtant beaucoup ont regardé comme une sorte de jeu d'esprit sans voir que c'est un principe qui va au coeur même de la Géométrie et qui tient essentiellement à la nature métaphysique de l'entendu". [PONCELET 1864, p. 528].

Em 1826, de passagem por Montpellier, o matemático e acadêmico François Arago contou a Gergonne sobre a leitura da *Memória sobre a teoria geral das polares recíprocas* que Poncelet fez na Academia, o que "picou vivamente a curiosidade de Gergonne, sem, no entanto, satisfazê-la completamente". Arago ainda contou para Gergonne que, como "esse tipo de especulação [a reciprocidade polar] estava quase completamente fora de moda na Academia", então seria provável que Poncelet tivesse desistido do tema e começado a trabalhar em outros assuntos, como por exemplo, máquinas.[114] Assim, em novembro daquele mesmo ano, numa segunda correspondência privada, Gergonne incentiva Poncelet a continuar suas pesquisas e pede que ele envie, para publicação nos *Annales*, uma análise (uma espécie de versão resumida) da *Memória* em questão.[115]

Redação de uma análise da "Memória" e seus anexos.

Em 19 de dezembro de 1826, atendendo ao pedido de Gergonne, Poncelet redige, e envia para o editor dos *Annales*, a análise da *Memória.* Poncelet redige também dois textos anexos à análise. O primeiro anexo é um *Preâmbulo*, onde ele introduz o texto e o segundo é um *Post-Scriptum* contendo alguns comentários sobre dois artigos de Plücker publicados em agosto e setembro de 1826.

O fascículo de janeiro de 1827 dos *Annales* já estava impresso, e o de fevereiro já estava encaminhado para impressão, quando a carta de Poncelet chega a Gergonne (em 26 de dezembro de 1826).[116] Daí, a análise de Poncelet é publicada somente em março, sob a rubrica *filosofia matemática*, e com o título de *Análise de uma memória apresentada à Academia Real de Ciências (extrato de uma carta do Autor ao Redator).* Na publicação, porém, o editor omite os dois anexos e publica exclusivamente a análise. Gergonne também não informa que a memória que serve de base para este texto havia sido escrita mais ou menos entre 1823 e 1824. Essa omissão de informação não é um mero detalhe na história dessa polêmica, mas um item a mais a provocar vários mal-entendidos.

[114] Sobre Dominique François Jean Arago (1786-1853). Esse cientista faz parte da história política francesa na primeira metade do século dezenove, além de ter sido um matemático, astrônomo e físico célebre entre os demais cientistas seus contemporâneos. Foi aluno da Escola Politécnica na turma de 1803. Mais tarde fez carreira na mesma escola sendo professor de geometria descritiva (sucedendo Monge) entre 1810 e 1816, professor de geodésias, máquinas, topografia e aritmética social entre 1816 e 1831 e comandante (diretor geral) na gestão de 1830. Durante a Monarquia de Julho, entre 1830 e 1848, seguiu carreira política. Tornou-se conhecido ao ser um dos primeiros diretores do Observatório de Paris entre 1843 e 1853. Para mais informações sobre Arago, consulte, por exemplo, [DHOMBRES 1987 a] e [DHOMBRES 1987 b], particularmente a página 144.

[115] [PONCELET 1864, p. 529].

[116] Informação dada por Gergonne numa nota de rodapé na página 132 de [PONCELET 1827 c].

Alguns erros de matemática nas pesquisas de Gergonne.

É bom registrar que é nos fascículos de janeiro e fevereiro de 1827 dos *Annales* que aparece o segundo dos dois textos de Gergonne que lançam a rubrica da geometria de situação.[117] Embora eu já tenha falado de aspectos gerais desse texto antes, agora cabe falar brevemente de alguns aspectos da matemática ali contida.

Para começar, deve-se observar que Gergonne retoma o vocabulário de Poncelet na abertura desse artigo, quando descreve a reciprocidade polar intermediada por uma cônica. Isso indica que no momento da redação desse texto (final de 1826), ainda havia cortesia, e até possibilidade de parceria, entre eles.

Entretanto a reciprocidade polar é mencionada, mas não cuidadosamente observada. É que, quando Gergonne insiste no uso da dualidade enquanto princípio, ele comete alguns erros matemáticos.[118] Dois desses erros são: **a)** a afirmação de que a dual de uma curva de ordem m tem a mesma ordem m, **b)** a afirmação de que o número de tangentes comuns à duas curvas é, em geral, o produto dos seus graus.

Ora, Poncelet já havia provado, e era mais ou menos amplamente conhecido, que a recíproca de uma curva de grau m tem grau $m(m-1)$. Ele já tinha mostrado também que se as curvas tem graus m e n, o número de tangentes comuns às duas é $mn(m-1)(n-1)$. [119]

As afirmações que Gergonne fez tão categoricamente só são verdadeiras para as cônicas (curvas de grau $m = 2$), que era, de longe, o caso mais detalhadamente conhecido e estudado por todos os geômetras até então (incluindo o próprio Gergonne, além de Poncelet, Plücker, Bobillier, etc). No caso das cônicas, já se sabia que "a recíproca da recíproca" de uma configuração inicial é esta mesma configuração inicial, porém para curvas de grau $m > 3$ essa propriedade falhava e ninguém sabia ainda muito bem como ou porque. Esses erros apontam para um problema maior: a incompatibilidade de graus impede que a "dual da dual" de uma configuração venha a ser esta mesma configuração. Esse problema mais tarde veio a ser conhecido como o *paradoxo da dualidade*.[120]

[117] [GERGONNE 1827 a].

[118] Alguns desses erros aparecem, por exemplo, nas páginas 216, 218, 232, 234 de [GERGONNE 1827 a].

[119] Os dois resultados podem ser conferidos, por exemplo, nas páginas 215 e 217 de [PONCELET 1818], que foi estudado na seção 5.1.3 desta tese.

[120] Voltaremos a falar mais adiante, ainda nesta seção, sobre o *paradoxo da dualidade* e de como Plücker resolveu este problema.

A análise de Poncelet, publicada em março de 1827.

Voltando ao texto da análise de Poncelet, publicado em março de 1827, ali o autor comenta amistosamente as *Considerações filosóficas* de Gergonne (janeiro de 1826).[121] O historiador Philippe Nabonnand observa que o caráter automático da dualidade é afirmado por Poncelet bem mais claramente nessa análise do que nos seus textos anteriores. E que isso pode ser um indicativo de que a importância desse aspecto apareceu mais claramente a Poncelet exatamente após a leitura das *Considerações filosóficas* de Gergonne.[122]

> O objetivo principal a que me proponho, neste trabalho, é de examinar que espécie de modificações experimenta uma figura dada e as relações que lhe pertencem, quando se passa para aquela que é a sua polar recíproca e *vice versa*, e de reduzir, de algum modo, a um puro mecanismo, a uma simples substituição de nomes e de letras, escritos no lugar uns dos outros, a tradução de todas essas modificações, de todas as propriedades, ainda que sejam pouco gerais, que pertençam a uma figura dada e à sua recíproca; enfim, de mostrar como se pode, ao simples enunciado de uma proposição (...), obter imediatamente e sem recorrer a nenhum cálculo ou argumentação, outras duas ou três proposições, totalmente diferentes da primeira, mas nem por isso menos gerais.[123]

Embora reconheça que há alguma proximidade entre o seu ponto de vista e o de Gergonne, Poncelet marca bem a diferença entre eles dois. O tom de Poncelet é ameno, pois a fase mais agressiva da polêmica ainda não tinha sido deflagrada, apesar disso, ele é enfático em interpretar as considerações de Gergonne sobre a dualidade como "uma geometria desenvolvida de maneira muito filosófica".[124] Ou seja, para Poncelet, a dualidade de Gergonne é uma questão de fundamento. Por outro lado, para Poncelet não é nem um pouco necessário estabelecer a dualidade (ou nenhuma outra teoria) como fundamento das investigações geométricas que ele já vinha empreendendo, uma vez que a aplicação da sua teoria da reciprocidade polar é suficiente para obter e justificar resultados.

[121] [GERGONNE 1826 a].
[122] [NABONNAND 2006, p. 67].
[123] Le but principal que je me propose, dans ce mémoire, c'est d'examiner quelle espèce de modification éprouvent une figure donnée et les relations qui lui appartiennent, lorsque l'on passe à celle qui en est la polaire réciproque, et *vice versa*, et de réduire, en quelque sorte, à un pur mécanisme, à une simple substituition de noms et de lettres, écrites à la place les unes des autres, la traduction de toutes les affections, de toutes les propriétés tant soit peu générales qui appartiennent à une figure donnée et à sa réciproque ; enfin de montrer comment on peut, au simple énoncé d'une proposition (...), obtenir sur-le-champ et sans recourir à aucun calcul ou raisonnement, une, deux ou trois autres propositions, tout-à-fait distinctes de la première et néanmoins tout aussi générales. [PONCELET 1827 a, p. 266].
[124] [PONCELET 1827 a, p. 265].

Poncelet faz um resumo curto da memória lida na Academia, que ainda é desconhecida do grande público. Ele também informa que a memória inclui os aspectos métricos que sua reciprocidade polar permite inferir. Lembramos que os aspectos métricos que ele obtém são o resultado da *reciprocização* de alguns teoremas da *Teoria de transversais* de Carnot. Veremos mais adiante que, ainda que tenha sido curto e resumido, esse texto causou impacto tanto em Bobillier quanto em Chasles, pois os dois geômetras dizem explicitamente que foi a leitura dessa análise que os inspirou a publicar algumas de suas pesquisas.[125]

É interessante observar que tanto Poncelet quanto Gergonne fazem uma oposição entre os aspectos métricos da geometria e alguma *outra coisa*. Poncelet chama essa outra coisa de *propriedades projetivas das figuras* e Gergonne chama de *geometria de situação*. Note ainda que a reciprocidade de Poncelet é aplicável não só à "geometria da régua" (que é o que ele entendia ser o domínio da "geometria de situação"), mas também à "teoria de transversais", ou seja, a reciprocidade de Poncelet alcança os dois aspectos opostos da geometria.[126]

Os anexos omitidos ("Preâmbulo" e "Post Scriptum").

Como já foi dito, inicialmente Gergonne não publicou nos *Annales* todo o texto que Poncelet havia enviado. Junto ao artigo havia dois anexos (um *Preâmbulo* e um *Post-Scriptum*), omitidos em março de 1827. Esses anexos contem várias reclamações não dirigidas diretamente a Gergonne, mas que de certa forma o atingia.

Numa das reclamações, Poncelet se queixa da resenha às *Considerações filosóficas* de Gergonne, que apareceu no *Bulletin de Ferussac* em fevereiro de 1826.[127] De modo geral, as resenhas do *Bulletin* são muito entusiasmadas para com os textos publicados nos *Annales*. Na resenha reclamada, o editor do *Bulletin de Ferussac* fala com empolgação desta geometria de situação de Gergonne, mas não menciona nenhuma vez as pesquisas de Poncelet. Daí, no anexo Preâmbulo, Poncelet diz claramente que ele acha que sua teoria é muito mais ampla do que a de Gergonne, pois a reciprocidade polar alcança os aspectos métricos e projetivos da geometria.[128] Fica subentendido nessa fala que a dualidade de Gergonne talvez não mereça tanta empolgação já que alcança apenas a geometria de situação.

Quanto ao anexo *Post-Scriptum*, Poncelet reclama de dois textos de Plücker que

[125] As menções estão em [BOBILLIER 21, p. 187, 192, 202] e [CHASLES 1828 a, p. 270]. Esse ponto é retomado na seção 5.4.4 deste capítulo da tese.
[126] [PONCELET 1827 a, p. 272].
[127] [BULLETIN de FERUSSAC 1826 a].
[128] [PONCELET 1827 c, p. 143].

apareceram publicados alguns meses antes nos *Annales.*[129] Em sua queixa, Poncelet registra que o autor não o menciona corretamente nos artigos e reivindica a prioridade de alguns teoremas que aparecem ali. Ainda no mesmo anexo, Poncelet reclama do fato de Plücker ter imitado Gergonne ao "colocar em duas colunas as proposições da geometria da régua", coisa que ele acha enfadonho e "pouco motivante" para o leitor.[130]

Por fim, Poncelet informa que teria ainda "várias outras reclamações" endereçadas ao editor Gergonne, embora não ache que ali seja o momento adequado de fazê-lo.[131] Apesar de tantas reclamações, o tom de Poncelet é respeitoso para com Gergonne, pois ele não está irritado.

Dois textos de Julius Plücker de 1826.

Neste momento é necessário informar brevemente algumas coisas sobre os artigos de Julius Plücker reclamados por Poncelet. De fato, no primeiro, há colunas duplas todo o tempo e Poncelet é mencionado nominalmente duas vezes. No segundo, o nome "Poncelet" é mencionado de passagem e o *Tratado das propriedades projetivas das figuras* também é mencionado indiretamente.

Somente bem mais tarde (dois anos depois da publicação dos textos e mais ou menos um ano e meio depois das reclamações de Poncelet), numa carta de Plücker enviada ao *Bulletin de Ferussac*, será esclarecido que Gergonne interferiu, talvez excessivamente, nos textos de Pücker.[132] A interferência do editor nos textos do geômetra alemão ilustra a obsessão de Gergonne na redação de textos em colunas duplas, e ilustra melhor ainda o caráter intervencionista do editor nos artigos publicados em seu jornal. Estes são os primeiros trabalhos do jovem Plücker, professor da Universidade de Bonn, a aparecer nos *Annales.* Eles foram enviados ao editor de uma maneira e publicados, efetivamente, de outra. A mudança mais radical e aparente foi que Gergonne reescreveu completamente o texto de Plücker – decompondo-o e recompondo-o – justamente para se encaixar na diagramação das colunas duplas. Algumas mudanças mais sutis tiveram que ser inseridas, como por exemplo um resultado ou outro, para que os teoremas aparecessem aos pares. Na evocação de resultados que "completassem" o texto de Plücker, foram inseridas também referências a Poncelet e seu *Tratado.* Na mesma carta enviada ao *Bulletin*, Plücker reclama de não ter nem sequer reconhecido que o texto era *seu*, quando a publicação veio à luz, além de

[129] São os artigos [PLÜCKER 1826 a] e [PLÜCKER 1826 b].
[130] [PONCELET 1827 c, p. 148].
[131] [PONCELET 1827 c, p. 149].
[132] [PLUCKER 1828 d].

afirmar que desconhecia Poncelet e seu *Tratado*, quando redigiu o texto em 1826.[133]

Uma réplica irônica de Gergonne a Poncelet.

No mesmo fascículo em que saiu a análise da *Memória* de Poncelet (março de 1827), veio em sequência uma réplica de Gergonne. O editor dos *Annales* responde não só ao texto principal (publicado), mas também aos anexos omissos. É estranho ler uma resposta pública a textos que ficaram reservados à leitura particular do editor. O tom geral do texto é irônico, como pode se notar desde a abertura da réplica.

> Os espíritos superficiais, aqueles que estudam as ciências apenas como quem aprende um ofício, e que não consideram em nada a filosofia, poderiam ver nos belos trabalhos do Sr Poncelet, apenas alguns teoremas novos acrescentados àqueles que já temos posse, ou uma maneira nova de demonstrar teoremas já conhecidos.[134]

Observe que Gergonne está valorizando o método usado por Poncelet, mais do que os resultados alcançados. Gergonne acrescenta mais dois exemplos em que o método é mais valioso do que os resultados (que não precisam ser originais): um é primeiro dos textos de Plücker reclamado por Poncelet, outro é o segundo dos seus dois iniciais da rubrica de geometria de situação.[135] Nos dois exemplos citados por Gergonne, o uso da teoria das polares recíprocas permite ao autor "economizar metade das demonstrações".[136] E que para os três textos comentados, as questões de prioridade não devem ser essenciais, já que neles "o fundo é de pouca importância, e a forma é praticamente tudo".[137]

Gergonne afirma que Poncelet faz parte de um grupo que está revolucionando a geometria depois de dois mil anos de mesmice.[138] Mas como em toda revolução, os indivíduos que a executam têm seus adversários. Nesse ponto, Gergonne simula aquilo que os adversários diriam para atacar Poncelet. Que já se ouve por aí um "zumbido" de que as pesquisas de Poncelet estão fora de moda. Que o próprio Poncelet é culpado de não divulgá-las bem. Que se o ponto central dessas pesquisas é a "dualidade", então isso escapou ao grande público. E que se isso aconteceu, é porque

[133] Voltaremos a falar dessa carta mais adiante, ainda nesta seção.
[134] Les esprits superficiels, ceux qui n'étudient les sciences que comme on apprend un métier, et qui n'en comptent pour rien la philisophie, pourront ne voir dans le beau travail de M. Poncelet, que quelques théorèmes nouveaux ajoutés à ceux dont nous sommes déjà en possession, et une manière nouvelle de démontrer des théorèmes déjà connus. [GERGONNE 1827 b, pp. 272-273].
[135] [PLUCKER 1826 a] e [GERGONNE 1827 a].
[136] [GERGONNE 1827 b, p. 273].
[137] Le fond est de peu d'importance, et la forme est à peu près tout. [GERGONNE 1827 b, pp. 273-274].
[138] [GERGONNE 1827 b, p. 273].

esses resultados se "perdem" no volumoso *Tratado.* Mais ainda, que esse resultados se "perdem" até mesmo no prefácio do *Tratado*, longo em si mesmo, com trinta páginas. E que um *Tratado* tão volumoso seria melhor assimilado se fosse dividido em várias memórias separadas.[139] Talvez ao ler esse texto, Poncelet tenha percebido que nessa sequência de ataques *simulados*, alguns podem não ter sido tão inventados assim, e que talvez correspondam mesmo às opiniões do editor dos *Annales.*

De sua parte, Gergonne diz que "longe de querer interromper a revolução em andamento", ele também está dando a sua contribuição. Primeiro, reconhece que seu princípio da dualidade é realmente menos abrangente do que a teoria das polares recíprocas de Poncelet, mas que é exatamente essa dualidade que vai servir para propagar e popularizar as doutrinas da reciprocidade polar.[140] E por fim, a sua contribuição para a "revolução da geometria" consiste em tentar estabelecer uma linguagem que evite perífrases e que possam exprimir mais limpamente os resultados da geometria, "mas essa linguagem, convenhamos, será bem difícil de fazer; e será talvez ainda mais difícil, depois de fazê-la, obter para ela uma acolhida favorável entre os geômetras."[141]

5.3.2 Quando a disputa se torna muito agressiva (1827 e 1828).

Após a resposta irônica de Gergonne, que certamente incomodou Poncelet, acontece algo que vai irritá-lo ainda mais. No *Bulletin de Ferussac* aparece uma resenha que, por desconhecer a data da leitura da *Memória* de Poncelet na Academia, acaba afirmando que os trabalhos de Poncelet são continuações das pesquisas que Gergonne iniciou nas *Considerações filosóficas.*

> No nosso *Bulletin* de fevereiro de 1826, nos resenhamos uma memória do Sr Gergonne, tendo por objetivo provar que todos os teoremas da geometria que são referentes apenas à *situação* respectiva das partes de uma figura, e não à sua grandeza, devem necessariamente ser duplos. (...) Numa memória recentemente apresentada à Academia real de Ciências, o Sr Poncelet retomou esse assunto com desenvolvimentos mais amplos.[142]

[139] [GERGONNE 1827 b, pp. 274-275].
[140] [GERGONNE 1827 b, p. 275].
[141] Mais cette langue, nous en convenons, sera difficile à bien faire, et il sera peut-être plus difficile encore, lorsqu'elle sera faite, de lui obtenir un accueil favorable de la part des géomètres. [GERGONNE 1827 b, pp. 276].
[142] [Dans] notre *Bulletin* de février 1826, nous avons rendu compte d'un mémoire de M. Gergonne, ayant pour but de prouver que tous les théorèmes de la géométrie qui ne sont relatifs qu'à la *situation* respective des parties d'une figure et non à leur grandeur, doivent nécessairement être doubles. (...) Dans un mémoire présenté récemment à l'Académie royale des Sciences, M. Poncelet a repris ce sujet avec de plus amples développemens. [BULLETIN de FERUSSAC 1827 b, pp. 274-275].

A reação de Poncelet é contundente. No desdobramento da polêmica, Poncelet vai enviar três cartas para o *Bulletin de Ferusac.*

Primeira carta de Poncelet ao *Bulletin de Ferussac*.

A primeira carta de Poncelet é publicada em agosto de 1827. Num primeiro momento, Poncelet responde ou esclarece pontualmente cada item que ele julga importante afirmar ou corrigir. Ele começa fazendo questão de reestabelecer a data da leitura da *Memória* na Academia, que foi omitida na publicação da análise. Para tanto, ele evocar o testemunho do júri composto por Legendre, Poinsot e Cauchy.[143] A seguir há a reclamação principal, onde ele reivindica para si a prioridade sobre a *dualidade* ou, melhor dizendo, a *reciprocidade.* Ele reafirma a diferença radical entre sua teoria e a de Gergonne, já que a sua permite fazer "não somente a reciprocidade de relações descritivas ou de situação entre figuras, mas também de relações métricas de distâncias, de ângulos e de linhas trigonométricas".[144] Outras reclamações de Poncelet são a ironia de réplica de Gergonne e a omissão dos anexos à análise. Poncelet se mostra entre indignado e perplexo de que Gergonne tenha respondido em público às reclamações que ele registrou nos anexos, sem que os leitores em geral houvessem tido acesso a esses anexos.[145] Apesar de ter ficado aborrecido com aquela réplica irônica de Gergonne, Poncelet teria permanecido quieto se não fosse a afirmação que apareceu na resenha do *Bulletin de Ferussac.*[146]

Na continuação da carta, Poncelet tenta defender o seu *Tratado das propriedades projetivas das figuras.* Para a acusação de que o prefácio é longo e não destaca a reciprocidade polar, ele responde que a intenção de prefácio não era mesmo essa. Segundo Poncelet, o prefácio foi escrito para dar uma idéia "do espírito geral da obra, e não do seu conteúdo".[147] De fato, a leitura do referido prefácio mostra que Poncelet se preocupa mais em descrever o *estado da arte* da geometria moderna até o início dos anos 1820. O prefácio, então, parece ter a intenção de esboçar os sucessos alcançados por outros geômetras até ali, e não necessariamente de anunciar o que ele faria ao longo do livro e depois.

Por fim, Poncelet deixa seu melhor lance para o encerramento da carta. É que neste momento ele sai da defensiva e parte para o ataque, apontando os erros de

[143] [PONCELET 1827 b, p. 110].
[144] [PONCELET 1827 b, p. 110].
[145] [PONCELET 1827 b, p. 113].
[146] [PONCELET 1827 b, pp. 113-114].
[147] [PONCELET 1827 b, p. 114-115].

matemática que Gergonne cometeu no seu texto de janeiro de 1827.[148]

> O erudito redator dos *Annales de mathématiques*, que não parece ter se impressionado, como nós, da existência da dualidade das [relações métricas], e que encarou até agora apenas as mais simples propriedades de situação, ignorou completamente o verdadeiro objetivo das nossas pesquisas; talvez ele tenha até mesmo exagerado aos seus próprios olhos, em importância, quando pretendeu submeter ao princípio da dualidade, indistintamente, todas as propriedades descritivas das figuras.[149]

É interessante que Poncelet aponta o erro matemático de Gergonne, mas aponta mais do que isso: o motivo *filosófico* do erro. Gergonne errou porque foi otimista demais e descuidado demais na aplicação do seu *princípio da dualidade*. Depois dessa fala, Poncelet corrige os erros apontados. Lembra que a propriedade de que a recíproca da recíproca de uma configuração volta a ser a mesma configuração, só é válida para linhas de grau dois. Adverte que para graus superiores, essa propriedade falha, mas relembra o que se pode fazer para curvas de graus superiores, e que ele já havia mostrado no texto publicado nos *Annales de Gergonne* em 1818.[150]

A lenta evolução da nova rubrica: geometria de situação.

Após o segundo *texto fundador* de Gergonne, nos fascículos de janeiro e fevereiro de 1827, a rubrica recém criada, “geometria de situação”, permanece *escondida* por alguns meses nos *Annales*. Depois de Gergonne, não há mais nenhum artigo nos primeiros meses do ano publicado sob a nova rubrica principal.

No encerramento do volume XVII do seu periódico (em junho de 1827), Gergonne registra uma nota de rodapé no índice (*table de matières*). Esse é um raro registro de uma nota de rodapé editorial *fora* dos textos e artigos, o que faz dela algo realmente singular. Ao classificar alguns textos sob a nova rubrica, o editor sente a necessidade de, mais uma vez, definir a geometria de situação. E de novo a definição diz mais o que a geometria de situação *não é* do que, de fato, o que ela é. Aqui, a *não-definição* da geometria de situação não é apenas por *contraposição* a uma geometria métrica, mas por *ultrapassagem* de uma geometria não-métrica da época, a chamada “geometria da régua”.

148 [GERGONNE 1827 a].

149 Le savant rédacteur des *Annales de mathématiques*, qui ne paraît pas avoir été frappé, comme nous, de l’existence de la dualité des [relations métriques], et qui n’a eu jusqu’à prsent en vue que les propriétés de situation les plus simples, a donc tout-à-fait méconnu le but véritable de nos recherches ; peut-être même s’en est-il exagéré, à ses propres yeux, l’importance, quand il a prétendu soumettre indistinctement au principe de dualité toutes les propriétés descriptives des figures. [PONCELET 1827 b, p. 117].

150 Trata-se do texto [PONCELET 1818], comentado na seção 5.1.3.

> Compreende-se aqui, sob o título de *Geometria de situação*, toda esta parte da geometria que não depende nem de relações de ângulos nem de relações de comprimento e na qual a *geometria da régua* não é mais que uma pequena parte.[151]

O volume XVIII do periódico começa (em julho de 1827), passam-se os três primeiros fascículos, e ainda não há nenhum artigo publicado sob essa rubrica principal. As *não-definições* que o editor tentou esboçar, talvez sejam um indício de que nem ele mesmo sabia ainda o que era aquela geometria, e portanto hesitava em classificar os textos que lhe chegavam para publicação. Será apenas em outubro de 1827 que vai aparecer o primeiro texto autoral sob a nova rubrica. O artigo intitula-se *Demonstração de alguns teoremas sobre linhas e superfícies algébricas de todas as ordens*, e é assinado por ninguém menos que Étienne Bobillier.[152] O curioso do primeiro texto autoral sob a nova rubrica é que, apesar do apreço de Gergonne pelas colunas duplas na *sua* geometria de situação, não há nenhum resultado enunciado nesse formato no artigo de Bobillier.

A disputa atravessa a fronteira da elegância.

Em novembro de 1827, as provocações de Gergonne a Poncelet atravessam definitivamente a fronteira da elegância. O editor publica no fascículo daquele mês, um feixe de textos do seu rival: republicação integral da carta de protesto que já havia aparecido no *Bulletin de Ferussac* e os dois anexos à análise da *Memória* que tinham sido omitidos outrora. Mas não é uma republicação isenta de intervenção, muito pelo contrário. Gergonne insere ao longo de todo o texto uma quantidade enorme de notas de rodapé, praticamente de frase em frase do texto principal. Sem cessar, ele se defende, mas também ataca, se utilizando de ironias, grosserias, deboches, provocações, versinhos, etc.

À parte tantas falas deselegantes de Gergonne, há poucas informações relevantes nas notas de rodapé. Numa delas, o editor vai mais longe no passado, precisamente em 1819, para dizer que suas idéias sobre dualidade não são recentes e nem plagiadas das reflexões de Poncelet. Um texto mencionado por Gergonne, para comprovar sua inspiração antiga, está publicado no volume XI dos *Annales*, e contém demonstrações de Gergonne para alguns teoremas que lhe foram comunicado por Coriolis.[153] Os

[151] On comprend ici, sous le titre de *Géométrie de situation*, toute cette partie de la géométrie qui ne dépend ni des rapports d'angles ni des rapports de longueur et dont la *géométrie de la régle* n'est qu'une faible partie. [GERGONNE 1827 c].

[152] O artigo em questão é [BOBILLIER 11], estudado detalhadamente mais adiante, na seção 5.4.2 desta tese.

[153] Segunda nota de rodapé na página 127 de [PONCELET 1827 c].

teoremas ali enunciados parecem mesmo duais entre si, embora no texto não haja nenhuma menção da palavra “dualidade” e muito menos diagramação em colunas duplas. Em outra nota, Gergonne diz que não publicou os anexos de Poncelet porque achou-os irrelevantes na época.[154] Quanto à data da *Memória* lida na Academia, ela foi omitida simplesmente por “distração”.[155]

Gergonne (re)inventa um vocabulário para a geometria.

Ainda em novembro de 1827, na sequência, Gergonne publica uma réplica a esse feixe de textos de Poncelet. Esta réplica é intitulada *Retificação de alguns teoremas enunciados nos Annales*.[156] Agora o tom não é mais irônico, pois Gergonne se aplica em corrigir os erros que cometeu no seu texto *Pesquisas sobre algumas leis gerais* de janeiro/fevereiro de 1827.

Neste pequeno texto, Gergonne introduz uma novidade que por ora resolvia mais ou menos bem as coisas, a saber, a (re)invenção de um vocabulário para falar dos conceitos envolvidos. As palavras *ordem* e *grau* eram usadas, até então, indistintamente como sinônimos, significando a quantidade de vezes que uma reta em posição geral atravessa uma curva. Para curvas cônicas (isto é, de ordem dois), o número de vezes que uma reta em posição geral a atravessa também é o número de retas tangentes à curva que podem ser tomadas à partir de um ponto em posição geral. Entretanto para curvas de ordens mais altas, os dois números descritos acima nem sempre são coincidentes (para ser mais exato, são até diferentes). Para que não se confunda mais um número com outro, Gergonne elimina a sinonímia existente entre *ordem* e *grau*, e mais radicalmente, elimina a palavra *ordem* do vocabulário (salvo quando os resultados se referissem exclusivamente à cônicas). Além disso ele resignifica a palavra *grau* de modo matematicamente mais preciso e introduz uma nova palavra, *classe*, também de modo matematicamente preciso. A perspicácia do editor é tanta que as próprias palavras *grau* e *classe* poderiam agora ser incorporadas a um *dicionário das dualidades*, como palavras correspondentes uma à outra. Vejamos um pouco mais detalhadamente como ele fez isso.

Segundo Gergonne, a classificação de curvas geométricas em *graus* é um hábito que os geômetras adquiriram desde Descartes e o advento da geometria analítica.[157] Remonta dessa época o representar curvas usando equações algébricas. Mais ainda, a

[154] Terceiro parágrafo da nota de rodapé que ocupa a página 133 de [PONCELET 1827 c] quase inteira.
[155] Primeira nota de rodapé na página 135 de [PONCELET 1827 c].
[156] [GERGONNE 1827 e].
[157] [GERGONNE 1827 e, p. 149].

definição geométrica de grau como o número de vezes que uma reta em posição geral atravessa uma curva é compatível com a definição algébrica de grau como o maior expoente inteiro do polinômio que descreve a curva.

Agora Gergonne fornece novas (tentativas de) descrições/definições para a geometria de situação, a fim de rejeitar ou introduzir palavras no novo contexto. Assim sendo, ele explica que "na *geometria de situação* não há eixos, nem coordenadas e nem equações (...) [e] tudo que não é simétrico em si mesmo, inevitavelmente deve ser duplo"[158] Como não há equações na geometria de situação, a palavra *grau* fica vazia de significado, a menos que ela seja ressignificada. E depois, ao se ressignificar esta palavra, é necessário inventar uma segunda que lhe corresponda em par dual.

Nesses termos, Gergonne propõe as seguintes definições para sua geometria:[159]

Definição I. Uma curva plana é dita do $m^{\text{ésimo}}$ grau, quando ela tem com uma mesma reta m interseções reais ou imaginárias.

Definição II. Uma superfície curva é dita do $m^{\text{ésimo}}$ grau, quando ela tem com uma mesma reta m interseções reais ou ideais.

Definição I. Uma curva plana é dita de $m^{\text{ésima}}$ classe, quando se pode conduzir a ela, de um mesmo ponto de seu plano, m tangentes reais ou imaginárias.

Definição II. Uma superfície curva é dita de $m^{\text{ésima}}$ classe, quando se pode conduzir a ela, de uma mesma reta, m planos tangentes reais ou ideais.

Após registrar essas definições, Gergonne informa que era isso o que ele quis dizer no artigo de janeiro de 1827, mas que ao usar a palavra *ordem* ali, de maneira totalmente deslocada, ele foi induzido ao erro. Depois, o editor "agradeceu sinceramente" a Poncelet, que por causa das suas dúvidas, "ainda que expressas de um modo tão vago", fez com que ele voltasse a examinar o seu trabalho e descobri a necessidade de fazer algumas retificações.[160]

Observe que solução de Gergonne privilegia muito mais uma *dualidade dos enunciados* do que uma *reciprocidade de figuras*. Ele parece estar mais interessado em organizar simetricamente as proposições da sua geometria do que em obter novos teoremas. Indiretamente isso reforça os argumentos de Poncelet de que o princípio da dualidade parece ser algo mais filosófico do que geométrico.

[158] Dans la *géométrie de situation* il n'y a [pas] ni axes ni coordonées ni equations (...) [et] tout ce qui n'est pas symétrique de soi-même doit inévitablement être double. [GERGONNE 1827 e, p. 150].

[159] [GERGONNE 1827 e, p. 151].

[160] [GERGONNE 1827 e, p. 152].

Gergonne leitor de Bobillier e Bobillier leitor de Gergonne.

Ainda é neste mesmo texto de Gergonne que Bobillier entra *sem querer* no meio do *fogo cruzado* entre o editor dos *Annales* e Poncelet.

Para ilustrar seu vocabulário recém inventado, Gergonne retoma alguns teoremas de Bobillier provados em julho e outubro de 1827, e os enuncia em colunas duais, substituindo cuidadosamente a palavra *ordem* de outrora por *classe* ou *grau*, conforme fosse o caso.[161]

> É necessário também fazer subir as mesmas modificações aos teoremas demonstrados pelo Sr Bobillier, nas páginas 25 e 89 do presente volume. Mas como esses últimos não estão dispostos em colunas, vamos, como forma de exemplo e para maior inteligência da questão, reproduzi-los aqui tais como deveriam estar enunciados, segundo a linguagem que acabamos de admitir.[162]

Daí, Gergonne reorganiza dez resultados enunciados nos textos de Bobillier, em dois pares de teoremas duais postos em colunas duplas.[163]

Gergonne leu Bobillier. De fato, não creio que tenha havido alguma predileção especial do editor polemista pelas pesquisas de Bobillier (pelo menos não nesse momento), quando ele escolheu usar alguns teoremas de Bobillier como exemplos. Acho que isso aconteceu simplesmente pelo fato dos dois textos estarem publicados em fascículos consecutivos dos *Annales*. Enquanto Gergonne imprimia a edição de outubro, contendo o artigo de Bobillier, já devia estar elaborando sua resposta a Poncelet, que saiu na edição de novembro. No entanto, é incontestável que Gergonne foi leitor atencioso do texto de Bobillier, pois soube aproveitar os resultados ali contidos com bastante acerto em prol da sua causa.

Bobillier leu Gergonne. Aliás não só leu, como acatou as sugestões de nomenclatura feitas pelo editor no texto de novembro. Isso aparece registrado já na primeira frase de um artigo que Bobillier publicou no mês seguinte, em dezembro de 1827:[164] "No que se segue, empregarei as palavras *grau* e *classe* como as entendeu o Sr Ger-

---

[161] Os exemplos de Gergonne foram extraídos de [BOBILLIER 09], que é estudado na seção 6.2.3 e de [BOBILLIER 11] que é estudado na seção 5.4.2.

[162] Il faudra aussi faire subir les mêmes modifications aux théorèmes démontrés par M. Bobillier, pag 25 et 89 du présent volume. Mais, comme les derniers ne sont point disposés en colonnes, nous allons, par forme d'exemple et pour plus grande intelligence de la chose, les reproduire ici, tels qu'ils doivent être énoncés, suivant le langage que nous venons d'admettre. [GERGONNE 1827 e, p. 152].

[163] Ainda neste capítulo, na seção 5.4.2, a reorganização de Gergonne para os resultados de Bobillier é apresentada e comentada mais detalhadamente.

[164] O artigo em questão é [BOBILLIER 14] e é o segundo dos seis de Bobillier sob a rubrica principal "geometria de situação". Esse texto é estudado mais a frente, na seção 5.4.2 desta tese.

gonne."[165] Após isso segue-se a uma transcrição quase palavra por palavra das definições que se encontram no texto de Gergonne.

As intervenções de Saigey e de Augoyat no *Bulletin de Ferussac*.

Enquanto a maioria desses textos desfilavam no *palco principal* (que era os *Annales*), os redatores da seção de matemática do *Bulletin de Ferussac* comentavam tudo em suas resenhas. De modo geral, as resenhas no *Bulletin de Ferussac* são sempre muito simpáticas aos *Annales* e favoráveis às posições de Gergonne na sua querela contra Poncelet.

Para ilustrar esse favoritismo, observe dois trechos publicados em janeiro de 1828, numa resenha do fascículo de novembro de 1827 dos *Annales*. No primeiro trecho, Poncelet é posto como "aquele que reclama" em oposição a um Gergonne que é um propagador "zeloso e constante" até mesmo das teorias de seus rivais.

> A maior parte deste fascículo é ocupada pela reclamação do Sr Poncelet, inserida em nosso caderno de agosto de 1827, e que o Sr Gergonne acreditou dever reproduzir em seu periódico (...) Mais, ao reproduzi-la, o Sr Gergonne creu dever acompanhá-la de notas, tentando mostrar como são pouco fundamentadas as queixas do Sr Poncelet que, em mais de 10 anos, constantemente encontrou no redator dos *Annales de mathématiques* um zeloso propagador de suas doutrinas.[166]

Já num segundo trecho da mesma resenha, ao comentar as "pequenas inexatidões" de Gergonne, o redator do *Bulletin* atribui isso ao fato das pesquisas serem novas e com linguagem ainda imperfeita.

> Ele já havia assinalado por conta própria como poderia muito bem ser barrado em algumas inexatidões, em razão da novidade das pesquisas, os processos de investigação e a imperfeição da linguagem.[167]

No final dessa resenha há uma nota de rodapé interessante:[168] Numa carta de Gergonne ao redator do *Bulletin*, ele pede para avisar que não é o editor deste periódico,

[165] Dans tout ce qui va suivre, j'emploîrai les mots *degré* et *classe* comme les a entendus M. Gergonne. [BOBILLIER 14, p. 157].

[166] La majeure partie de cette livraison est occupée par la réclamation de M. Poncelet, insérée dans notre cahier d'août 1827, et que M. Gergonne a cru devoir reproduire dans son recueil (...) Mais, en la reproduisant, M. Gergonne a cru devoir l'accompagner de notes, tendant à montrer combien sont peu fondées les plaintes de M. Poncelet qui, depuis plus de 10 ans, a constamment trouvé dans le rédacteur des *Annales de mathématiques* un zélé propagateur de ses doctrines. [BULLETIN de FERUSSAC 1828 b, p. 23].

[167] Il avait signalé lui-même comme pouvant fort bien être entanché de quelques inexactitudes, à raison de la nouveauté des recherches, de celle des procédés d'investigations et de l'imperfection du langage. [BULLETIN de FERUSSAC 1828 b, p. 24].

[168] [BULLETIN de FERUSSAC 1828 b, p. 26].

que do *Bulletin de Ferussac* ele é apenas um leitor, e que não tem nenhuma responsabilidade pelo que se publica por ali. Essa nota pode ter depertado em Poncelet uma desconfiança de que o redator das resenhas no *Bulletin de Ferussac* é o “inevitável” Gergonne escondido sob o pseudônimo de “Saigey”.

Quarenta anos depois, Poncelet comenta esses episódios e reafirma essa desconfiança por diversas vezes. Eis aqui uma delas:

> Entretanto, apesar da dor cruel causada pela ferida de uma justiça negada [de modo] assim [tão] desleal, eu não perdi inteiramente a coragem, e, desde 1827, me apressei em endereçar vivos protestos, seja ao redator mesmo dos *Annales*, seja ao *Bulletin [de Ferussac]* que tinha precisamente por redator da parte geométrica o inevitável Gergonne.[169]

E mais uma, dessa vez ao reproduzir uma das suas cartas de 1827/1828 no tomo II do *Tratado das propriedades projetivas das figuras*, de 1866: “[Carta] extraída do *Bulletin*, publicado, sob patrocínio do Barão de Ferussac, pelo Sr Gergonne, sob o pseudônimo de Sr Saigey.”[170]

Se isso fosse verdade, então tornaria ainda mais grave todas as afirmações entusiasmadas e favoráveis a Gergonne que apareceram nas resenhas do *Bulletin*. Acontece que nesse ponto Poncelet se enganou: Saigey é realmente o nome de um dos redatores do *Bulletin de Ferussac*. Eis algumas breves informações biográficas sobre Saigey, suficientes para saber que Poncelet se enganou, e que “Saigey” não se trata de um pseudônimo do “inevitável Gergonne”. Jacques Frédéric Saigey nasceu em Montbéliard (na região de Doubs) em 17 de janeiro de 1797 e faleceu em Paris em 22 de maio de 1871. Foi aluno da Escola Normal Superior da turma de 1819. No *Bulletin de Ferussac* trabalhou como redator principal da Seção I (Matemática, Física e Química) dos volumes 5 ao 10 e do volume 14 (isto é, de 1824 ao início de 1829, e depois no final de 1830). Após isso, trabalhou na redação de outros periódicos. Mais tarde, e até o fim da vida, foi sócio do livreiro e editor Louis Hachette numa loja comercial de material escolar (não confundir Louis Hachette com o geômetra Jean Nicolas Pierre Hachette, co-autor de Monge).[171]

---

[169] Cependant, malgré la cruelle maladie que le chagrin d'un déni de justice aussi déloyal m'avait occasionnée, ja ne perdis pas entièrement courage, et, dès 1827, je m'emprressai d'adresser de très-vives protestations, soit au rédacteur même des *Annales*, soit au *Bulletin des Sciences mathématiques* qui avait précisement pour rédacteur de la partie géométrique l'inevitable M. Gergonne. [PONCELET 1864, p. 529].

[170] [Lettre] extrait du *Bulletin*, publié, sous patronage du Baron de Ferussac, par M. Gergonne, sous le pseudonyme de M. Saigey. [PONCELET 1866, p. 363]

[171] Para maiores informações sobre Saigey, consulte [BRU e MARTIN 2005, pp. 14, 39-41].

Poncelet, por sua vez, também tinha seus aliados nas fileiras do *Bulletin de Ferussac*. Nos seus livros escritos nos anos 1860, o velho Poncelet revela que acredita que seus textos de reclamação e suas cartas mais agressivas foram publicados tardiamente (ou às vezes sem data) por morosidade voluntária dos editores. E que as publicações – tanto nos *Annales* quanto no *Bulletin* – só aconteceram porque um coronel engenheiro, "excelente e honrado amigo" de Poncelet fez uma pressão sobre Gergonne (e Saigey).[172] Esse coronel, "modesto e erudito", chama-se Augoyat. De fato, em junho de 1827, o tal coronel Augoyat assina a nota abaixo, inserida no fim do caderno. Pelo modo como ele se coloca, parece que Augoyat também é um dos redatores do *Bulletin*.[173]

> Lembramos nesse artigo que resenhamos em 1826 uma memória do Sr Gergonne, tendo por objetivo provar que todos os teoremas da geometria que são relativos somente à situação respectiva das partes de uma figura, e não à sua grandeza, devem necessariamente ser duplos, etc. [Lá] ajuntamos que numa memória apresentada recentemente na Academia real de ciências, o Sr Poncelet retomou este assunto com mais amplos desenvolvimentos. Entretanto, enquanto que a memória do Sr Gergonne apareceu apenas em janeiro de 1826 nos *Annales des mathématiques*, publicados por este estudioso; aquela do Sr Poncelet foi apresentada à Academia em 1824. O autor leu, [na ocasião], nesta Sociedade (em 12 de abril), uma nota extensa sobre os resultados os quais ele alcançou.[174]

5.3.3 As últimas cartas da polêmica pública (1828).

Os últimos textos da polêmica são cartas, todas publicadas no *Bulletin de Ferussac*: a segunda e a terceira de Poncelet, e uma de Plücker.

Segunda carta de Poncelet ao *Bulletin de Ferussac*.

Poncelet redige uma segunda carta, despachada de Metz em 22 de janeiro de 1828, e enviada ao *Bulletin de Ferussac*.[175] Esta carta será publicada apenas em maio de 1828.

---

[172] [PONCELET 1864, p. 529].
[173] Eu não consegui apurar maiores informações sobre o coronel Augoyat.
[174] On rappelle dans cet article que l'on a rendu compte en 1826 d'un mémoire de M. Gergonne, ayant pour but de prouver que tous les théorèmes de la géométrie qui ne sont relatifs qu'à la situation respective des parties d'une figure, et non à leur grandeur, doivent nécessairement être doubles, etc. On ajoute que dans un mémoire présenté récemment à l'Académie royale des sciences, M. Poncelet a repris ce sujet avec plus amples développemens. Cependant le mémoire de M. Gergonne n'a paru qu'en janvier 1826 dans les *Annales de mathématiques*, publiées par ce savant ; celui de M. Poncelet a été présenté à l'Académie en 1824. L'auteur lut, alors, à cette Société (le 12 avril), une notice étendu sur les résultats auxquels il était parvenu. [BULLETIN de FERUSSAC 1827 d, p. 383].
[175] [PONCELET 1828 a].

Na expectativa de encerrar de uma vez por todas essa polêmica, que poderia se tornar interminável, Poncelet pretende dar a cada geômetra moderno o seu crédito na elaboração da teoria da reciprocidade.[176] Assim, ele esboça nessa carta um histórico resumido da teoria de pólos e polares nos primeiros vinte anos do século dezenove, mencionando rapidamente textos e resultados de Monge, Livet, Brianchon e dele mesmo.[177]

Ele também menciona textos Gergonne, todos datados entre 1818 e 1826. Entretanto, os textos de Gergonne que Poncelet menciona são para mostrar que em nenhum deles aparece a palavra *dualidade*. E para provocar o editor dizendo que se ele tivesse tanta certeza assim do princípio da dualidade desde o final da década de 1810, não teria esperado até 1826 para divulgar isso.[178] Poncelet mais uma vez se recusa em aceitar o princípio da dualidade como um fundamento da geometria – pelo menos da *sua* geometria. Ele também se recusa em "subordinar" sua teoria da reciprocidade polar ao princípio da dualidade de Gergonne. Pelo contrário, ele reafirma que sua teoria da reciprocidade é a verdadeira fonte de inspiração (imitação?) para a "teoria vazia de sentido" inventada pelo editor.[179] Em seus argumentos, Poncelet afirma que "esta *dualidade* nada mais é do que a *reciprocidade*, tal como nós a entendemos em nossas próprias pesquisas, disfarçada sob um nome um pouco mais sedutor, talvez".[180] E que a tentativa de inventar uma doutrina nova, que seja independente da teoria da reciprocidade polar, não foi bem sucedida.[181]

Por fim, mais uma vez Poncelet insiste em apontar os erros que Gergonne cometeu no texto de janeiro do ano anterior,[182] bem como insiste em corrigir esses erros, mencionando os resultados corretos em textos seus.[183] Dessa vez, o pequeno acréscimo sobre esse tópico, é que Poncelet diz que, em sua *Memória* de 1824, "não recuou diante da dificuldade de conservar, na classificação de curvas e superfícies, a sua definição legítima e universalmente aceita."[184] É claro que Poncelet estava se referindo à classificação "legítima e universalmente aceita" das curvas em *graus*. Isso indica que ele deve ter considerado insatisfatória a solução proposta por Gergonne, que

[176] [PONCELET 1828 a, p. 292].
[177] [PONCELET 1828 a, p. 293].
[178] [PONCELET 1828 a, pp. 294-296].
[179] [PONCELET 1828 a, p. 296].
[180] Cette *dualité* n'est que la *reciprocité* telle que nous l'avons entendu dans nos propres recherches, déguisée sous un nom un peu plus séduisant peut-être. [PONCELET 1828 a, p. 296].
[181] [PONCELET 1828 a, p. 297].
[182] Em [Gergonne 1827 a].
[183] Outra vez (e ainda) o texto mencionado é [PONCELET 1818].
[184] En traitant des mêmes matières, dans mon mémoire de 1824, je n'ai pas reculé devant la difficulté de conserver aux classifications des courbes et surfaces leur définition légitime et universellement admise. [PONCELET 1828 a, p. 302].

foi a (re)invenção de um vocabulário de classificação de curvas e superfícies, que se adequasse à sua teoria de dualidade.

Bobillier, seguidor de Gergonne ou amigo de Poncelet?

De certo modo, pode-se considerar os dois textos assinados por Gergonne, o de janeiro de 1826 e o de janeiro de 1827, como sendo também uma proposta aos pesquisadores de se engajar na elaboração da nova geometria. Em março de 1828, Bobillier avança nas suas pesquisas em geometria de situação e escreve o seu principal artigo nesta rubrica: *Pesquisas sobre as leis gerais que regem as linhas e superfícies algébricas*.[185] Este artigo é uma sequência bem sucedida dos dois primeiros textos de Bobillier sobre o assunto.[186] Nesse contexto, uma pergunta se impõe: afinal, Bobillier aderiu ao programa de Gergonne ou não?

A resenha que aparece no *Bulletin de Ferussac* para esse texto de Bobillier é, como sempre, entusiasmada. E a primeira frase dessa resenha indica que o(s) editor(es) da seção de matemática também acreditava(m) que *sim*, que Bobillier de fato aderiu ao programa de pesquisa proposto por Gergonne: "Num primeiro artigo deste fascículo, o Sr. Bobillier prosseguiu nas pesquisas começadas pelo Sr Gergonne e por ele mesmo, em diversos fascículos precedentes."[187]

Poncelet parece ter acreditado na adesão registrada nas resenhas do *Bulletin*. O que se lê nos seus *livros da velhice*, é que ele também acreditou por um tempo que a resposta era *sim* até que ele veio a conhecer Bobillier pessoalmente. Depois, segundo Poncelet, eles ligaram-se por amizade, e daí Poncelet, mudando de opinião, acabou por concluir que a resposta é *não*.[188]

Quanto a Bobillier mesmo, não há nenhum registro mais claro ou direto da parte dele sobre esse assunto.

[185] [BOBILLIER 24].
[186] Os seis textos de Bobillier publicados sob a rubrica "geometria de situação" são [BOBILLIER 11], [BOBILLIER 14], [BOBILLIER 24], [BOBILLIER 27], [BOBILLIER 28] e [BOBILLIER 38], publicados entre outubro de 1827 e abril de 1829. Eles são estudados, tanto individualmente quanto em conjunto, nas seções 5.4.2 e 5.4.3 desta tese.
[187] Dans un premier article de cette livraison, M. Bobillier poursuit les recherches commencées par M. Gergonne et par lui, dans plusieurs de livraisons précédentes. [BULLETIN de FERUSSAC 1828 e, p. 302].
[188] As impressões de Poncelet sobre Bobillier e seus trabalhos em geometria, bem como a amizade entre os dois geômetras, são comentados na seção 5.4.4 mais adiante.

A manifestação de Plücker.

Depois das duas cartas de Poncelet inseridas no *Bulletin de Ferussac* e depois da publicação dos anexos (outrora omitidos), em que o capitão engenheiro critica textos de Pücker, o professor alemão finalmente se manifesta, numa carta despachada de Bonn em 24 de julho de 1828.[189] Esta carta foi publicada somente em dezembro daquele ano, acrescentada de uma nota do editor pedindo desculpas pelo retardo em publicá-la. O editor informa ainda que deliberadamente suprimiu alguns "epítetos inúteis ao sucesso da discussão".

O fato é que desde que enviou seus textos para publicação dos *Annales* em 1826, e até meados de 1828 (portanto por cerca de dois anos), Plücker não leu nem os *Annales* e nem o *Bulletin*.[190] Sobre Poncelet, o pouco que Plücker conhecia eram alguns dos seus artigos publicados nos volumes antigos dos *Annales*. Ele até reconhece a importância das pesquisas de Poncelet em geometria pura, mas afirma que elas não têm nada a ver com suas próprias pesquisas, em geometria analítica (pelo menos não nos métodos).[191] Sobre o célebre *Tratado das propriedades projetivas das figuras*, Plücker já tinha até ouvido falar, mas ainda não tinha se atualizado em lê-lo.[192] Esse afastamento de dois anos foi voluntário, pois foi o tempo em que ele se dedicou exclusivamente à redação do seu primeiro tratado, os *Desenvolvimentos de Geometria Analítica*, publicado em 1828.[193] Assim, ele se mostra surpreso e aborrecido ao tomar ciência de tamanha polêmica, e mais, de que seu nome esteja misturado em vários desses episódios.

O isolamento de Plücker foi tão grande que ele não leu sequer os seus próprios artigos publicados nos *Annales* em 1826, e reclamados por Poncelet. O professor alemão informa que depois de entregar os textos para Gergonne, voluntariamente autorizou o editor dos *Annales* a modificá-los quanto quisesse, para adequá-los à tal nova doutrina da *dualidade*. Aliás, falando em dualidade, Plücker afirma que ignorava completamente o significado dessa palavra, até o momento em que soube da polêmica e procurou leu as diversas resenhas publicadas no *Bulletin* para se atualizar. Plücker confessa ainda que, ao finalmente ver seu texto escrito em colunas duplas, quase não

[189] [PLÜCKER 1828 d].
[190] [PLÜCKER 1828 d, p. 331].
[191] [PLÜCKER 1828 d, p. 332].
[192] [PLÜCKER 1828 d, p. 331].
[193] Trata-se do livro [PLÜCKER 1828 a]. Alguns comentários sobre a geometria analítica de Plücker nos anos finais da década de 1820 aparecem nas seções 6.2.4 e 6.4.2 desta tese. Em particular, na seção 6.4.2 há comentários mais específicos sobre esse importante tratado, o primeiro da carreira do então jovem Plücker.

reconheceu as suas pesquisas registradas ali.[194]

No fim de sua carta, Plücker diz que descobriu sozinho o "segredo da dualidade" usando um "método puramente analítico".[195] Anuncia que pretende redigir em breve um exposição sobre o assunto e que, se o editor dos *Annales* quiser, ele espera que essas novas pesquisas sejam publicadas ali.

Terceira carta de Poncelet ao *Bulletin de Ferussac*.

Em sua terceira correspondência ao *Bulletin*,[196] Poncelet responde à carta de Plücker. A última intervenção de Poncelet nesse imbróglio aparece em julho de 1829, seis meses depois da publicação das queixas de Plücker, embora sua redação deva ter acontecido ainda no final do ano 1828. Essa correspondência final consiste, essencialmente, em uma retratação, uma repreensão e um anúncio.

Num primeiro momento, ele estabele uma distinção entre "a pessoa de Plücker" e "o autor daqueles textos em duas colunas que apareceram no volume XVII dos *Annales*".[197] Daí ele diz que as queixas registradas nos anexos (outrora omitidos e depois) publicados, eram dirigidas a esse segundo personagem, e não à pessoa de Plücker. Na sequência, Poncelet deduz que esse segundo personagem necessariamente tem que ser "um homem do caráter de Gergonne, que se comprazia em mutilar o trabalho de um estudioso estrangeiro, pra receber as honras de teorias que, conscientemente, ele não inventou primeiro, despojando assim, sem nenhum risco, o verdadeiro autor."[198] Ele lamenta que os esclarecimentos feitos por Plücker tenham chegado tão tarde.

Entretanto, ele também não deixa de repreender Plücker. Poncelet achava que o geômetra alemão, por não ser o autor da redação que foi criticada, não deveria ter se sentido ofendido. E consequentemente não deveria ter entrado na polêmica que, pela vontade de Poncelet, teria terminado na sua carta anterior.[199]

Por fim, Poncelet aproveita as últimas linhas da sua carta para anunciar alegremente que a *Memória*, de aprovação tanto tempo esperada, finalmente tinha sido

[194] [PLÜCKER 1828 d, p. 330-331].
[195] [PLÜCKER 1828 d, p. 332].
[196] [PONCELET 1829 a].
[197] [PONCELET 1829 a, p. 330].
[198] Le moyen de supposer qu'un homme du caractère de M. Gergonne, se soit complu à mutiler le travail d'un savant étranger pour lui faire honneur de théories que sciemment il n'a pas le premier inventées, et en dépouiller ainsi, sans aucune risque, le véritable auteur. [PONCELET 1829 a, p. 331].
[199] [PONCELET 1829 a, p. 332].

publicada integralmente no "estimado" *Journal de Crelle.*[200]

5.3.4 O que aconteceu depois da disputa? (1828 e além)

Finalmente em fevereiro de 1828 sai o relatório da Academia de Ciências de Paris sobre a *Memória* de Poncelet lida em abril de 1824. Note que Gergonne já havia publicado em seus *Annales* dois relatórios da Academia, ambos assinados por Cauchy, sobre textos de Poncelet. Um foi em setembro de 1820 e o outro foi em maio de 1826. Mas isso foi antes da fase aguda da rivalidade entre eles. O relatório de fevereiro de 1828, o terceiro da academia sobre trabalhos de Poncelet, e novamente assinado por Cauchy, não será publicado nos *Annales*, mas no fascículo de abril de 1828 do *Bulletin de Ferussac.*[201]

Gergonne ainda vai insitir em replicar ou provocar Poncelet ao longo do resto do ano de 1828. No volume XIX dos *Annales* (de julho de 1828 em diante) há algumas referências às cartas e às reclamações de Poncelet. Nessas referências, Gergonne não economiza ironias contra seu rival. Essas falas são inseridas não só nos seus textos, mas também em notas de rodapé de textos alheios.[202] Nem Poncelet e nem ninguém se anima em responder essas provocações. Depois de 1829, Gergonne não se manifesta mais sobre o assunto em seu jornal.

Quanto à Poncelet, sua mágoa contra Gergonne é enorme. A partir de 1828 ele deixa de publicar nos *Annales*, como uma espécie de boicote. O principal editor a veicular suas idéias passa a ser Leolpold Crelle. O texto que abre o volume 4 do *Journal de Crelle*, em janeiro de 1829, é exatamente a *Memória* que fomentou a polêmica entre o capitão engenheiro e o editor dos *Annales.* Nos seus livros da velhice – Poncelet escreveu três livros volumosos na década de 1860, quando já tinha passado dos setenta anos de idade – ele volta insistentemente aos episódios da disputa, republicando documentos públicos ou particulares e contando suas versões dos fatos. Mesmo após passados mais de 30 anos do acontecido, as palavras de Poncelet mantém o tom entre dramático, ressentido e indignado.

Leopold Crelle, o editor alemão que passa a receber os textos de Poncelet, publica a controversa *Memória* e até informa que ela foi alvo de uma polêmica. Mas prefere não tomar partido no que já tinha ocorrido entre o novo autor do seu periódico e o

[200] [PONCELET 1829 a, p. 332].
[201] [CAUCHY 1828].
[202] Confira por exemplo, notas de rodapé de Gergonne, para provocar Poncelet, em textos de Bobillier: [BOBILLIER 27, p. 109] e [BOBILLIER 28, pp. 140-141]. Confira também algumas réplicas em [GERGONNE 1828 b] e [GERGONNE 1828 c].

seu colega editor francês. Eis a sua nota de rodapé na folha de rosto do artigo de Poncelet:

> Levantou-se sobre esta memória uma discussão entre seu Autor e o Sr Gergonne, redator dos *annales de mathématiques* de Montpellier, que se encontra no tomo XVIII destes *annales.* O redator do presente periódico é absolutamente estrangeiro a esta discussão, e declara enfaticamente que ele não tem por objetivo de entrar [na discussão] de maneira alguma, pela publicação da memória em questão, que seu respeitável autor achou por bem lhe confiar.[203]

Plücker deixou a polêmica de lado, mas insitiu na matemática por trás da polêmica. De fato, ele escreve bastante sobre a dualidade a partir dos anos 1830, mas suas pesquisas sobre esse tema não vão mais aparecer nos *Annales*, simplesmente porque a essa altura o periódico de Gergonne não existe mais. O tratamento analítico (por meio de equações polinomias) da dualidade, vai aparecer no volume II do seu livro *Desenvolvimentos de Geometria Analítica*, de 1831.[204] O fato de interpretar uma mesma equação polinomial de dois pontos de vista diferentes, onde cada grupo de "letras" que ali aparecem, ora são encaradas como variáveis, ora como coeficientes, permite a Plücker ultrapassar o impasse *reciprocidade* versus *dualidade* e até mesmo conciliar as duas teorias rivais. É nesse contexto que são estabelecidos sistemas de coordenadas alternativos ao clássico sistema cartesiano. Um exemplo é o *sistema de cordenadas tangenciais*, um sistema em que os lugares geométricos são referenciados pelas retas em que tocam e não pelos pontos em que passam. Esse sistema de coordenadas é adotado por vários geômetras algebristas ao longo do século dezenove.[205]

Já o *paradoxo da dualidade* pareceu-lhe um problema muito atraente na década de 1830. É realmente interessante que se uma configuração envolve pontos, retas e cônicas, então a recíproca da recíproca dessa configuração volte a ser ela mesma. Mas o cálculo do grau de uma curva recíproca a partir do grau da curva inicial aparentemente impede que essa charmosa propriedade valha para curvas superiores. Este é um tema que se revela tão espinhoso, que Plücker dedica boa parte de seus

[203] Il s'est élevé sur ce mémoire une discussion entre son Auteur et Mr Gergonne, redacteur des annales de mathématiques à Montpellier, qu'on trouve dans le tome XVIII de ces annales. Le redacteur du présent recueil est absolument étranger à cette discussion, et il déclare hautement qu'il n'a pas le but d'y entrer d'aucune manière par la publication du mémoire en question que son respectable auteur lui a bien voulu confier. [PONCELET 1829 b, p. 1].

[204] É o livro [PLÜCKER 1831], cuja análise mais profunda foge ao escopo desta tese.

[205] Para um tratamento matemático clássico das coordenadas tangenciais, uma boa referência ainda é o livro *Um tratado sobre curvas planas superiores*, do reverendo George Salmon. Na edição [SALMON 1852], essse assunto é abordado no primeiro capítulo.

dois tratados seguintes (o terceiro e o quarto da sua carreira) a esclarecer um pouco mais essa questão.[206]

Num pequeno artigo de quatro páginas publicado no *Journal de Crelle* em 1834,[207] o autor abre o texto afirmando sem hesitar: "A descoberta do *princípio da reciprocidade* (teoria das polares recíprocas) ou, o que é identicamente a mesma coisa, o *[princípio] da dualidade*, fez nascer uma multidão de questões novas."[208] Ali, Plücker comenta o pioneirismo de Poncelet em organizar a teoria das polares recíprocas e fazer várias aplicações da mesma. Mas também elogia Gergonne por ter percebido o princípio da dualidade e elaborado uma teoria em torno disso, incluindo a introdução das colunas duplas e dos novos vocabulários. Na sequência, Plücker descreve o problema do paradoxo da dualidade (embora ele não use essa expressão), e anuncia que tem algumas respostas parciais para o caso de curvas cúbicas e quárticas. Por fim, o autor convida os leitores a se debruçar sobre seu terceiro tratado que seria lançado em breve.

Por fim, as duas terminologias – *reciprocidade* e *dualidade* – foram adotadas mais ou menos indistintamente entre os geômetras do século dezenove (conforme a preferência da cada autor, evidentemente). Porém do século vinte pra cá, a expressão "dualidade" tem sido mais comumente utilizada nos livros textos de geometria projetiva.

Resumo das concepções litigiosas de Gergonne e de Poncelet ao longo da disputa.

Para além dos aspectos deselegantes da disputa, o que está em jogo é mais do que apenas questões de prioridade ou de preferência de métodos em geometria. Aqui, a disputa entre os dois geômetras é baseada numa diferença de concepção do que seja a dualidade em geometria projetiva.

De fato, se por um lado Poncelet estabelece a reciprocidade entre figuras por meio de construções geométricas justificadas; por outro lado, a correspondência para

[206] São os livros *Sistemas de geometria analítica* (*System der analytischen Geometrie*), publicado em 1835, e *Teoria das curvas algébricas* (*Theorie der algebraischen Curven*), publicado em 1839. Um estudo desses livros foge ao escopo desta tese. Até onde consegui apurar, não há um estudo histórico amplo e detalhado abordando os trabalhos de Plücker da década de 1830 (incluindo aí os referidos tratados), suas condições de produção e suas implicações na história das geometrias no século dezenove.

[207] [PLÜCKER 1834].

[208] La découverte du *principe de réciprocité* (théorie des polaires reciproques) ou ce qui est identiquement la même chose, celui de *dualité* a fait naître une foule de questions nouvelles. [PLÜCKER 1834, p. 105].

Gergonne é consequência de um princípio cujos fundamentos estariam na dualidade entre os próprios axiomas da geometria projetiva.

Para Poncelet, a dualidade era consequência da sua teoria das polares recíprocas. Por um lado, tinha um alcance limitado de objetos nos quais a teoria podia ser aplicada: configurações envolvendo pontos, retas, planos e curvas e superfícies de ordem dois. Mas tinha maior amplitude de resultados: podia ser usado para estabelecer tanto resultados sobre incidência quanto resultados métricos.

Para Gergonne, a dualidade era uma lei de simetria e tinha um alcance bem mais amplo que o contexto da reciprocidade polar. Ele acreditava que não dependia da teoria das polares recíprocas e que podia prescindir da cônica (e/ou quádrica) de referência para acontecer. Por outro lado, a amplitude de resultados obtidos por este princípio ficava restrita às propriedades de incidência entre as figuras.

Observo que essas propriedades de incidência são as que Poncelet chama de *propriedades projetivas das figuras* e que Gergonne chama de *propriedades de situação.*

Poncelet enunciou um *princípio de dualidade* que é intermediado por uma cônica: fixada uma cônica, ao substituir cada reta pelos seus pólos, e cada ponto por sua polar, obtém-se uma nova figura em que retas concorrentes são trocadas por pontos colineares e vice versa. O teorema original fornece um novo teorema, substituindo as palavras "ponto" por "reta" e "colinear" por "concorrente". Mas uma coisa é acreditar que dualizar figuras é um bom modo de obter novos teoremas como é a concepção de Poncelet. Outra coisa bem diferente é tratar "pontos" e "retas" como noções logicamente intercambiáveis, como numa lei ou num princípio de simetria, como é a concepção de Gergonne.

Resumo das matemáticas em jogo ao longo da disputa.

Existem dois pontos de vistas segundo os quais se pode estudar uma curva plana. Ambos são igualmente válidos e ambos foram amplamente utilizados pelos geômetras do século dezenove.

O ponto de vista mais comum, majoritariamente adotado na matemática escolar de hoje em dia, é o de interpretar uma curva como *o lugar de um ponto que se move no plano.* Nessa perspectiva, as curvas são classificadas por seu grau, que pode ser definido geometricamente assim: o *grau* de uma curva é o número dado pela quantidade de pontos de interseção entre a referida curva e uma reta qualquer do plano tomada em "posição geral". Para um tratamento analítico das curvas, costuma-se definir uma *curva algébrica plana* de grau m como o lugar dos pontos do plano cartesiano que satisfazem uma equação polinomial do $m^{\text{ésimo}}$ grau. A primeira definição, porém, tem um apelo muito maior à intuição geométrica. Num certo contexto, cujos detalhes técnicos fogem ao escopo desta tese, as duas definições acima são equivalentes.

Por outro lado, outro ponto de vista igualmente válido a ser adotado, mas pouco comum na matemática escolar de hoje em dia, é o de interpretar uma curva como *o lugar envolvido por uma reta que se move num plano.* Nesse modo de organizar a teoria, as curvas são classificadas por classes, que pode ser definida geometricamente assim: a *classe* de uma curva é dada pelo número de retas tangentes a ela, todas passando por um ponto qualquer do plano, tomado fora da curva e em "posição geral".

Do estudo da reciprocidade polar empreendido até aqui nesta tese, sabe-se que as cônicas são curvas onde o número que denota o grau é igual ao número que denota a classe (que, no caso, é $m = 2$). Essas são as únicas curvas com essa propriedade e que para uma curva de grau maior do que dois, já não vale mais, necessariamente, a igualdade dos números *grau* e *classe.*

Lembramos que dada uma curva plana C, é possível definir uma nova curva neste plano que seja a sua *curva dual*, denotada por $\widehat{C}$ A definição parte exatamente da idéia de interpretar a curva C como um lugar de pontos e tomar a reta polar de cada um dos pontos de C. Conforme o pólo se move ao longo de C, a reta polar se move no plano, mantendo-se constantemente tangente à uma nova curva, que é exatamente a dual $\widehat{C}$. Observando essa definição e a dualidade entre pontos e retas, fica claro que o grau da curva $\widehat{C}$ nada mais é do que a classe de C. Esse número, que foi calculado por Poncelet, é $m(m-1)$.

Claramente vale que $m = m(m-1)$ somente se $m = 2$, ou seja, a dual de uma cônica é também uma cônica. Assim sendo, para cônicas parece que *há chance* de valer que a dual da dual seja mesmo a curva inicial. Já a dual de uma curva cúbica C ($m = 3$) seria uma curva $\widehat{C}$ de grau $3(3-1) = 6$. E a dual da curva $\widehat{C}$ de grau 6 seria uma curva $\widehat{\widehat{C}}$ de grau $6(6-1) = 30$. Aparente isso é incompatível com a propriedade de que a dual da dual volte a ser a curva inicial, pois a princípio os graus de C e $\widehat{\widehat{C}}$ nem mesmo coincidem. Esse problema, que já era conhecido na geração de Gergonne e Poncelet, veio mais tarde a ser chamado de *paradoxo da dualidade.*

5.3.5 Fórmulas de Plücker e resolução do paradoxo da dualidade (década de 1830).

Na década de 1830, Plücker esboçou uma solução que resolveu o aparente paradoxo da dualidade em seus tratados *Sistemas de geometria analítica* (publicado em 1835) e *Teoria das curvas algébricas* (de 1839). As soluções imaginadas por Plücker foram posteriormente completadas por outros geômetras nos anos 1830 e 1840, entre os quais os alemães Carl Gustav Jacob Jacobi (1804-1851) e Ludwig Otto Hesse (1811-1874).[209]

Para resolver a questão, foram observados e contados outros elementos que não estavam sendo considerados na discussão até a geração de Gergonne e Poncelet.[210] Trata-se dos pontos singulares e dos pontos múltiplos. Um *ponto singular* sobre uma curva é um ponto no qual a reta tangente não é unicamente determinada. Já um *ponto múltiplo*, é um ponto no qual a curva "passa" mais de uma vez.

Dizendo de maneira ligeiramente mais precisa, mas apelando mais para a intuição do que para uma definição formal, um ponto sobre uma curva é chamado de *ponto regular* quando a reta tangente à curva nesse ponto é unicamente bem determinada. No caso contrário, o ponto é chamado de singular. Uma das singularidades possíveis numa curva é chamada de nó, que é um ponto múltiplo, no qual uma curva passa diversas vezes, "se cruzando". Num *nó ordinário* pode-se desenhar diversas retas tangentes de inclinações distintas, e serão tantas retas quantas forem as vezes que a curva atravessa a si mesmo naquele ponto. Um nó que lembra o traçado de uma letra "e" caligráfica, chama-se *nó simples* e admite duas retas tangentes distintas. Um segundo tipo de singularidade que uma curva pode ter é chamada de *cúspide*, que é um ponto múltiplo, onde uma curva passa diversas vezes, "se tocando". Numa cúspide teremos tantas retas tangentes quantas forem as vezes que a curva passa naquele ponto tocando em si mesma, entretanto essas retas tangentes são todas coincidentes. A cúspide que lembra o traçado de uma letra "i" caligráfica, é chamada de *cúspide ordinária*. Essa cúspide é um ponto duplo e por ela passam duas retas tangentes coincidentes. Mas os "problemas" de uma curva não se restringem aos seus pontos singulares. Define-se um *ponto de inflexão* como sendo um ponto que, embora regular, é múltiplo. Caso o ponto seja regular e duplo, esse ponto de inflexão é chamado de *inflexão ordinária*. Os pontos de inflexão são mais difíceis de serem identificados de maneira ingênua, simplesmente olhando o desenho da curva. Afinal são pontos onde

[209] Para mais detalhes confira [GRAY 2007, pp. 157-159].

[210] Neste parágrafo e nos seguintes, pretendo ser deliberadamente informal nas definições que se seguem, na intenção de enfatizar os aspectos mais intuitivos dos elementos a serem introduzidos.

a curva "passa" mais de uma vez, mas a reta tangente é única e bem determinada. Por fim, completando essa pequena lista de fenômenos patológicos em curvas planas, pode haver para uma curva algébrica algumas retas chamadas de bitangentes. O nome é auto-explicativo: uma reta *bitangente* a uma curva é aquela que a toca em duas posições distintas.[211]

A figura 5.15 ilustra alguns dos elementos mencionados acima. Na figura (a) temos uma curva cúbica singular típica, dada pela equação $y^2 = x^2(x+1)$, com um nó simples no ponto P marcado. Observe que se "esquecermos" de olhar a curva globalmente e concentrarmos a atenção numa pequena região em torno do ponto P, a aparência que se tem é que a curva tem dois "pedaços" distintos que se atravessam naquele ponto. Já o gráfico (b) mostra outra curva cúbica singular típica, dada pela equação $y^2 = x^3$, com uma cúspide ordinária no ponto Q marcado. Fazendo o mesmo exercício de "esquecer" de olhar a curva como um todo e concentrar a atenção numa pequena região em torno de Q, parece que o que se vê é uma curva com dois "pedaços" distintos que se tocam e se "colam" em Q. A curva desenhada em (c) é uma cúbica regular e tem por equação $y = x^3$. Um de seus pontos de inflexão ordinário está localizado no ponto R marcado. A aparência numa pequena região em torno do ponto R não mostra mais do que uma curva com um "pedaço" só. Entretanto, podemos adquirir uma intuição do que seja o ponto de inflexão se fizermos uma comparação com o exemplo anterior, onde dois "pedaços" distintos se "colam". Só que dessa vez um dos "pedaços" é "virado para o lado correto" de modo que a "colagem" acontece de maneira regular. Por fim, o gráfico (d) também é uma

[211] Eis aqui as definições, matematicamente mais precisas, de alguns dos elementos apresentados no parágrafo acima. Seja C uma curva algébrica plana dada pela equação $f(x,y) = 0$ e seja um ponto $P = (a,b) \in C$. Escreva $f(x,y) = f_1(x,y) + f_2(x,y) + f_3(x,y) + f_4(x,y) + \cdots$, onde $f_n(x,y)$ é um polinômio homogêneo de grau n em $(x-a)$ e $(y-b)$. Esse modo de escrever o polinômio $f(x,y)$ fornece a *equação local* da curva C em torno do ponto $P = (a,b)$. Em particular, vale que $f_1(x,y) = f_x(P)(x-a) + f_y(P)(y-b)$. O ponto $P = (a,b)$ é *regular* quando o polinômio de primeiro grau $f_1(x,y)$ não é identicamente nulo. Neste caso, a única tangente à C por P é dada exatamente pela equação $f_1(x,y) = 0$. Quando um ponto é regular, pode acontecer do polinômio $f_1(x,y)$ ser um fator do polinômio do segundo grau $f_2(x,y)$. Neste caso, esse ponto é chamado de *ponto de inflexão* da curva. Esse ponto é dito *ponto de inflexão ordinário* quando $f_1(x,y)$ não divide $f_3(x,y)$. Por outro lado, o ponto $P = (a,b)$ é chamado de *singular* quando o polinômio de primeiro grau $f_1(x,y)$ for identicamente nulo, isto é, quando $f_x(P) = f_y(P) = 0$. Observe que nesse caso, o polinômio que fornece a equação local de C em torno do ponto P escreve-se $f(x,y) = f_2(x,y) + f_3(x,y) + f_4(x,y) + \cdots$. Agora vamos concentrar nossas atenções no polinômio de segundo grau $f_2(x,y)$. Se esse polinômio se fatora em dois polinômios lineares distintos, isto é, $f_2(x,y) = \ell_1(x,y) \cdot \ell_2(x,y)$, e se nem $\ell_1(x,y)$ e nem $\ell_2(x,y)$ são fatores de $f_3(x,y)$, então a singularidade é um *nó simples*. Aqui, as duas retas tangentes à C em P são $\ell_1(x,y) = 0$ e $\ell_2(x,y) = 0$. Mas se o polinômio $f_2(x,y)$ se escreve como $f_2(x,y) = (\ell(x,y))^2$ para algum polinômio linear $\ell(x,y)$, e se $\ell(x,y)$ não é fator de $f_3(x,y)$, então a singularidade é uma *cúspide ordinária*. Neste caso, a reta $\ell(x,y) = 0$ é a tangente dupla à C em P. Para mais detalhes sobre esse assunto, confira os capítulos 3 e 7 do livro [VAINSENCHER 1996] ou o curso [STOHR 2000].

cúbica regular, dada pela equação $y^2 = x(x+1)(x-1)$. Apenas para ilustrar, alguns dos seus pontos de inflexão estão marcados em S e T.

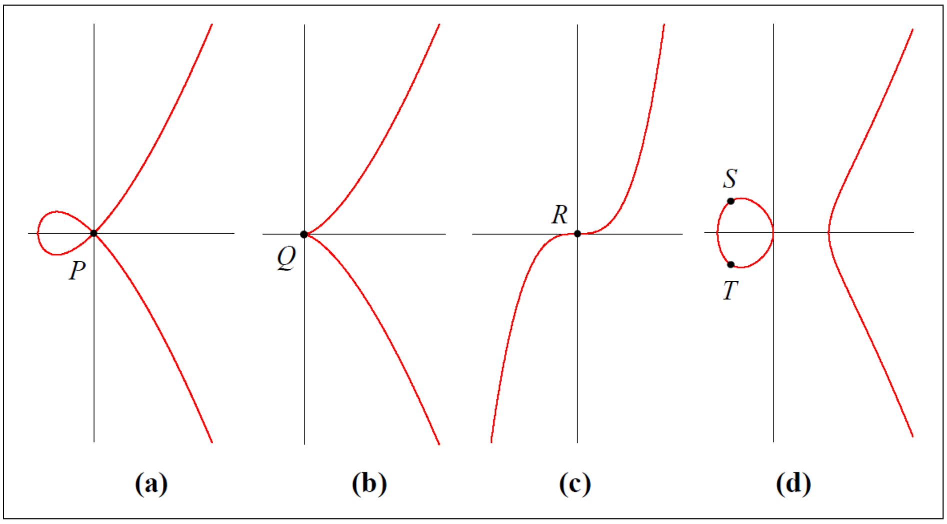


Figura 5.15: Curvas cúbicas, singularidades e pontos de inflexão.

Plücker mostrou que a recíproca de uma curva com um nó simples é uma curva com uma bitangente (e vice versa), e que a recíproca de uma curva com uma cúspide é uma curva com um ponto de inflexão (e vice versa). Além disso, ele estabeleceu o resultado abaixo, que mais tarde veio a ser chamado de *Fórmulas de Plücker*, e que atualmente é um teorema clássico nos cursos introdutórios de curvas algébricas planas:[212]

Fórmulas de Plücker. *Para uma curva plana algébrica C de grau $m \geq 2$, cujas singularidades, caso existam, sejam todas do tipo nós simples ou cúspides, valem as seguintes fórmulas:*

$$\textbf{a)} \begin{bmatrix} \textit{Grau da curva} \\ \textit{dual de } C \end{bmatrix} = m(m-1) - 2 \cdot \begin{bmatrix} \textit{quantidade de} \\ \textit{nós simples} \end{bmatrix} - 3 \cdot \begin{bmatrix} \textit{quantidade de} \\ \textit{cúspides} \end{bmatrix}$$

$$\textbf{b)} \begin{bmatrix} \textit{Quantidade de} \\ \textit{pontos de inflexão} \end{bmatrix} = 3m(m-2) - 6 \cdot \begin{bmatrix} \textit{quantidade de} \\ \textit{nós simples} \end{bmatrix} - 8 \cdot \begin{bmatrix} \textit{quantidade de} \\ \textit{cúspides} \end{bmatrix}$$

O par de fórmulas acima mostra-nos algumas coisas interessantes. Primeiramente, que no caso $m = 2$, a primeira fórmula recupera uma informação já amplamente sabida desde a geração de Gergonne e Poncelet: que a dual de uma cônica regular é

[212] Para uma abordagem mais detalhada sobre as fórmulas de Plücker, confira os capítulos 14 a 16 de [GRAY 2007], especialmente o capítulo 15. Sobre o mesmo assunto, de um ponto de vista matematicamente moderno, confira o capítulo 7 do livro [VAINSENCHER 1996] ou o curso [STOHR 2000].

também uma cônica regular. Além disso, a segunda fórmula mostra que uma cônica regular é isenta de pontos de inflexão.

Quanto ao caso de uma curva de grau $m = 3$, quando ela é regular então não tem nós simples e nem cúspides. Assim o grau da sua dual é $3(3-1)-2\cdot 0-3\cdot 0 = 6$. Essa informação também já era conhecida no início dos anos 1830. Entretanto, a segunda fórmula nos informa que a quantidade de pontos de inflexão de uma cúbica regular é $3 \cdot 3(3-2) - 6 \cdot 0 - 8 \cdot 0 = 9$. Assim, a dual dessa cúbica é uma curva singular de grau 6 possuindo 9 cúspides. Agora aplicando a primeira fórmula na dual da cúbica regular, na expectativa de encontrar o grau da dual da dual da curva inicial, temos $6(6-1) - 2 \cdot 0 - 3 \cdot 9$, o que resulta em 3, exatamente o grau esperado.

Por fim, as fórmulas nos indicam que no caso de curvas cúbicas com singularidades, ou das curvas de grau $m > 3$, a teoria da reciprocidade polar é bem menos ingênua do que vinha sendo considerada até então.

5.4 A geometria de situação de Bobillier (1827 a 1829).

Étienne Bobillier publicou seis artigos nos *Annales de Gergonne* entre outubro de 1827 e abril de 1829 tendo a geometria de situação como rubrica principal. No primeiro deles aparece a noção de *polares generalizadas* e no segundo é esboçada a noção de *polares sucessivas.* Os teoremas obtidos em torno desses novos conceitos serão reformulados, reescritos e reelaborados, adquirindo um grau crescente de sofisticação a cada novo artigo de Bobillier nesta sequência de textos de geometria de situação. O conteúdo é bem apresentado e bem encadeado e tem-se a impressão de uma grande coesão interna neste conjunto de artigos. Esse é um dos motivos pelos quais a sequência pode ser considerada *notável.*

Nas seções que se seguem, mostro a participação de Bobillier no contexto da geometria de situação nos *Annales.* Para começar, estudaremos uma questão resolvida publicada em junho de 1827,[213] que embora não seja diretamente rubricado como um dos textos de geometria de situação, é bastante ilustrativo dos temas tratados nessa parte da geometria, além de ser um *ensaio* de Bobillier para os artigos posteriores. A seguir veremos os textos publicado em outubro e dezembro de 1827, o primeiro e o segundo da referida sequência.[214] Também veremos como Gergonne re-

[213] Trata-se do artigo [BOBILLIER 07] estudado na seção 5.4.1 desta tese.

[214] Os textos em questão são [BOBILLIER 11] e [BOBILLIER 14], apresentados e comentados na seção 5.4.2.

organizou alguns dos resultados de Bobillier e, de certa forma, influenciou os artigos seguintes. Prosseguindo, entraremos em detalhes no terceiro texto da sequência, o mais marcante dos seis, tanto pelo conteúdo quanto pelos métodos empregados. Veremos que nesse texto, Bobillier apresenta uma grande maturidade matemática em seu trabalho.[215] Veremos também, brevemente, os três textos seguintes e um exercício proposto por Bobillier no contexto da geometria de situação.[216] Por fim, mostraremos o impacto imediato dessa sequência de textos de Bobillier sobre os trabalhos de seus contemporâneos Poncelet e Chasles.[217]

5.4.1 Ensaiando a geometria de situação ao resolver um exercício proposto (junho de 1827).

No texto *Demonstração de dois teoremas de geometria enunciados na página 200 do presente volume*,[218] Bobillier se propõe a demonstrar dois teoremas enunciados pelo editor Gergonne seis meses antes. O primeiro afirma que todas as superfícies de segunda ordem que tocam sete planos dados têm seus centros sobre um mesmo plano. Já o segundo afirma que todas as superfícies de segunda ordem que tocam oito planos dados têm seus centros sobre uma mesma reta.[219] Ambos os teoremas versam sobre objetos da geometria espacial. A estratégia utilizada no texto é atacar inicialmente os problemas análogos em geometria plana, trocando nos enunciados os termos "superfícies de segunda ordem" por "linhas de segunda ordem". Para chegar aos resultados propostos, Bobillier deduz um total de nove teoremas, sendo os dois resultados acima respectivamente o teorema VI e o teorema IX do texto.

No artigo, os teoremas estão numerados de I a IX. O autor os apresenta em três grupos com três teoremas em cada grupo. No primeiro grupo (teoremas I, II e III) temos versões preliminares dos resultados no plano. No segundo grupo (teoremas IV, V e VI) ele passa os teoremas I, II e III ao espaço por analogia. Por fim, no último grupo (teoremas VII, VIII e IX) ele obtém novos teoremas no espaço como aplicação direta dos teoremas obtidos no grupo anterior. Ainda sobre essa estrutura de texto, é interessante notar que dentro de cada grupo, o primeiro dos três teoremas (teoremas I, IV e VII) é obtido por argumentação detalhada, enquanto o segundo

[215] Trata-se do texto [BOBILLIER 24].
[216] Os três textos seguinte são [BOBILLIER 27], [BOBILLIER 28] e [BOBILLIER 38]. O exercício proposto é [BOBILLIER 29]. A seção 5.4.3 deste capítulo começa por [BOBILLIER 24] e passa por esses outros quatro textos.
[217] Esta é a seção 5.4.4
[218] [BOBILLIER 07].
[219] [QUESTIONS PROPOSÉES 1826 g].

(teoremas II, V e VIII) e o terceiro (teoremas III, VI e IX) são enunciados sem novos cálculos. Nos três grupos de teoremas, o segundo é obtido do primeiro "pela teoria das polares recíprocas" e o terceiro é obtido do segundo tomando algum elemento da configuração e "afastando-o ao infinito". A tabela 5.1 é um quadro resumo da estrutura do texto que está sendo apresentado aqui.

No entanto, efetivamente, só há dois trechos com *contas* no texto. O primeiro é exatamente o trecho em que manipulações de equações polinomiais a duas variáveis (x e y) conduzem à demonstração do Teorema I. Essas contas são repetidas de modo absolutamente análogo para polinômios a três variáveis (x, y e z) um pouco mais adiante na dedução do teorema IV. Quanto à argumentação para o teorema VII, esta consiste apenas da observação sobre uma configuração inicial na qual ele aplica duas vezes o teorema IV.

1^o grupo:	I	pela teoria das polares recíprocas ⟶	II	ao levar um elemento ao infinito ⟶	III	teoremas preliminares no plano
	↓		↓		↓	
2^o grupo:	IV	pela teoria das polares recíprocas ⟶	V	ao levar um elemento ao infinito ⟶	VI	teoremas no espaço análogos aos do grupo anterior
	↓		↓		↓	
3^o grupo:	VII	pela teoria das polares recíprocas ⟶	VIII	ao levar um elemento ao infinito ⟶	IX	teoremas obtidos como aplicação dos teoremas do grupo anterior

Tabela 5.1: Os teoremas e a estrutura do artigo [BOBILLIER 07].

"Demonstração de dois teoremas de geometria...": Primeiro grupo de teoremas.

Acompanhando mais detalhadamente a dedução do primeiro teorema artigo, o autor começa trabalhando com a equação

$$Ax^2 + By^2 + 2Cxy + 2Dx + 2Ey + F = 0 \quad (1)$$

que é a equação geral de uma linha de ordem dois no plano. Dado um ponto na curva, com coordenadas (x', y'), a equação da reta tangente a curva neste ponto é dada por

$$(Ax' + Cy' + D)x + (By' + Cx' + E)y + (Dx' + Ey' + F) = 0 \quad (2).$$

Para que esta reta passe pela origem do sistema de coordenadas, é necessário que

$$Dx' + Ey' + F = 0 \quad (3).$$

Bobillier agora considera a "combinação" da equação (3) com uma equação numerada por (4) e que consiste da mesma equação (1) aplicada no ponto (x', y'). Em palavras que usamos hoje, trata-se de considerar o sistema de equação

$$\begin{cases} Ax'^2 + By'^2 + 2Cx'y' + 2Dx' + 2Ey' + F = 0 \\ Dx' + Ey' + F = 0 \end{cases}$$

formado por uma reta e uma cônica, cuja interseção acontece num ponto de tangência. Sendo (3) a equação de uma reta mesmo, esta reta contém os dois pontos de contato de retas que partem da origem e tangenciam a linha de ordem dois em questão. Ou seja, a equação (3) (em x e y) é a corda de contato de um ângulo circunscrito à curva e que tem seu vértice na origem. Em outras palavras, fica estabelecido que a reta polar da origem em relação à curva (1) tem por equação

$$Dx + Ey + F = 0 \quad (5).$$

Bobillier prossegue o argumento, agora tomando a hipótese de que a curva em questão esteja sujeita a passar por quatro pontos fixados. Seus seis coeficientes A, B, C, D, E e F se relacionam por quatro equações lineares, donde pode-se escrever quatro deles em função dos outros dois. Escolhendo D e E como sendo esses dois, existem α e β, constantes calculadas a partir dos quatro pontos dados, tais que

$$F = \alpha D + \beta E,$$

o que substituindo em (5) fornece $Dx + Ey + D\alpha + E\beta = 0$, ou seja,

$$D(x + \alpha) + E(y + \beta) = 0.$$

Por fim, o autor observa que esta última equação é verdadeira, não importa para quais valores de D e E, desde que se tenha

$$x = -\alpha \ , \quad y = -\beta \ ;$$

e estas são, portanto as coordenadas de um ponto fixo pelo qual passam todas as polares da origem em relação a quaisquer que sejam as curvas de ordem dois passando por quatro pontos dados. Chegamos enfim ao resultado:

Teorema I. *As [retas] polares de um ponto de um plano relativas a todas as curvas de segunda ordem que passam por quatro pontos neste mesmo plano, concorrem todas em um mesmo ponto.*

É o próprio autor que observa que essa demonstração é suficientemente geral, pois a origem (isto é, o ponto que será o pólo de todas as polares) pode ser tomada previamente em qualquer ponto do plano.

O teorema II é obtido de I pela teoria das polares recíprocas e o teorema III é obtido ao supor em II que "a primeira reta se afasta ao infinito".

Teorema II. *Os pólos de uma mesma reta traçada num plano, relativas à todas as curvas de segunda ordem que tocam quatro retas traçadas neste mesmo plano, alinham-se todos numa mesma reta.*

Teorema III. *Os centros de todas as curvas de segunda ordem que tocam quatro retas traçadas neste mesmo plano, alinham-se todos numa mesma reta.*

No teorema III há uma nota de rodapé não assinada informando que esta reta final passa pelos pontos médios das três diagonais do quadrilátero completo formado pelas quatro retas tangentes iniciais. Este resultado é remetido a dois textos publicados nos *Annales* em anos anteriores.[220] Esta nota provavelmente não é de Gergonne, já que era hábito do editor assinar as notas que eram suas. Pode-se acreditar, portanto, que a nota é de Bobillier mesmo. Isso indica que ele teve acesso a volumes anteriores dos *Annales*, para além do fascículo onde estava o problema em questão. Porém mais do que isso, indica também que ele era um leitor/colaborador que procurava, de certa forma, *dialogar* com o editor e os demais leitores do referido jornal.

"Demonstração de dois teoremas de geometria...": Segundo e terceiro grupos de teoremas.

No segundo grupo de teoremas, Bobillier aproxima-se mais do problema original, que é espacial. Talvez para reforçar a analogia do raciocínio, a sequência de equações que

[220] [PONCELET 1821] e [DURRANDE 1824].

aparecem daqui pra frente recebem a mesma numeração que a sequência que conduz ao teorema I. Algumas palavras e expressões são repetidas literalmente quando não adaptadas. Veja-se, por exemplo, que a primeira equação

$$Ax^2 + By^2 + Cz^2 + 2Dyz + 2Ezx + 2Fxy + 2Gx + 2Hy + 2Kz + L = 0 \quad (1)$$

é a equação geral de uma superfície de ordem dois, e assim sucessivamente. Os resultados obtidos são as versões espaciais dos teoremas do primeiro grupo.

Teorema IV. *Os planos polares de um ponto do espaço relativas a todas as superfícies de segunda ordem que passam por sete pontos, concorrem todas em um mesmo ponto do espaço.*

Teorema V. *Os pólos de um mesmo plano, relativas à todas as superfícies de segunda ordem que tocam sete planos, estão todos incluídos num mesmo plano.*

Teorema VI. *Os centros de todas as superfícies de segunda ordem que tocam simultaneamente sete planos dados, estão todos incluídos num mesmo plano.*

No início do terceiro grupo, Bobillier toma tantas superfícies quantas se queiram passando por oito pontos iniciais. Com sete quaisquer desses oito pontos, obtemos um ponto, o da conclusão do teorema IV. Com outros sete dos mesmos oito pontos iniciais, obtemos um outro ponto, também como consequência do teorema IV. Esses dois últimos pontos determinam a reta do resultado a seguir:

Teorema VII. *Os planos polares de um ponto do espaço relativas a todas as superfícies de segunda ordem que passam por oito pontos, concorrem todas em uma mesma reta.*

Como nos casos anteriores, o teorema VIII é obtido de VII pela teoria das polares recíprocas e o teorema IX é obtido ao supor que o primeiro plano de VIII "esteja infinitamente afastado".

Teorema VIII. *Os pólos de um mesmo plano, relativas à todas as superfícies de segunda ordem que tocam oito planos, concorrem todos numa mesma reta.*

Teorema IX. *Os centros de todas as superfícies de segunda ordem que tocam simultaneamente oito planos dados, concorrem todos numa mesma reta.*

Os teoremas VI e IX, agora devidamente demonstrados, são exatamente os dois teoremas propostos como questão pelo editor na página 200 da mesma revista. Em notas de rodapé para cada teorema (VI e IX), o editor Gergonne abre novas questões: "seria interessante saber como este plano é situado em relação aos sete planos dados", referindo ao teorema VI e "seria igualmente curioso saber como esta reta está situada em relação aos oito planos" referindo-se ao teorema IX. É interessante observar a palavra *situada* aparecendo duas vezes nas intervenções de Gergonne. Seja por acaso ou seja voluntariamente, elas apontam para a *geometria de situação*, a disciplina/rubrica em que teoremas desse tipo vão desembocar.

5.4.2 Bobillier, o primeiro autor nos *Annales* sob a rubrica principal "geometria de situação" (outubro e dezembro de 1827).

Em outubro de 1827 apareceu o artigo *Demonstrações de alguns teoremas sobre as linhas e superfícies algébricas de todas as ordens.*[221] Esse é um texto que pode ser considerado como um *texto inaugural*, em pelo menos dois sentidos. Para começar, trata-se do primeiro texto de Bobillier nos *Annales de Gergonne* classificado pelo editor como um artigo de *geometria de situação*, embora alguns teoremas típicos dessa geometria já tenham aparecido antes, na obra de Bobillier.[222] Esse trabalho é o primeiro de uma sequência de seis textos de Bobillier publicados sob a mesma rubrica. Porém, mais do que isso, esse é o primeiro texto autoral (isto é, não assinado pelo editor Gergonne) que aparece nos *Annales* sob a rubrica principal geometria de situação. Entre a publicação do segundo *texto fundador* do editor Gergonne, (que apareceu em janeiro de 1827) e a aparição deste trabalho de Bobillier, há um intervalo de nove meses em que ninguém mais escreveu sob a rubrica recém criada. Assim sendo, pode-se considerar Bobillier como o primeiro dos autores do periódico a escrever um texto de geometria de situação.

Nesse artigo, Bobillier reprisa um teorema que tinha sido demonstrado poucos meses antes por François Vallès, e que por sua vez é um teorema enunciado muito tempo antes, e sem demonstração, por Monge.[223] Conforme veremos, a demonstração de Bobillier tem uma notação e uma apresentação bem mais simples do que a de Vallès, embora a idéia de fundo seja a mesma. Também nesse texto, Bobillier generaliza o conceito de *reta polar* de um ponto (o *pólo*) com respeito a uma curva de grau dois, introduzindo a noção de *curva polar* de grau $n-1$ de um ponto (o *pólo*) com respeito a uma curva de grau n. Isso faz desse artigo, um texto fundamental na obra de Bobillier. Numa perspectiva um pouco mais ampla, este trabalho também

[221] [BOBILLIER 11].

[222] Por exemplo, em [BOBILLIER 07] estudado na seção anterior e em [BOBILLIER 09] estudado na seção 6.2.3.

[223] O *histórico* desse teorema foi anotado na segunda carta de Poncelet ao *Bulletin de Ferussac.* O editor Gergonne informa isso numa nota de rodapé em [BOBILLIER 28, pp. 140-141], e aproveita para provocar mais uma vez o seu rival.

tem sua importância porque é citado (e até mesmo apropriado) por Gergonne em um dos textos da polêmica pública entre ele e Poncelet.

A estrutura geral do artigo segue uma apresentação que Bobillier já vem usando em textos anteriores, e que é bastante *didática*, digamos assim. Falando mais claramente, ele começa pelos casos mais simples (por exemplo, quando as configurações são planas, ou quando os pontos são finitos, etc) desenvolvendo detalhadamente o argumento e os cálculos da demonstração. Depois ele vai generalizando aos poucos e em várias direções (por exemplo, passando às configurações espaciais, ou ainda, levando pontos ao infinito, etc) repetindo sumariamente, e adaptando quando necessário, o argumento e os cálculos da demonstração.

"Demonstrações de alguns teoremas sobre as linhas e superfícies": reprises de alguns teoremas de Vallès.

Bobillier começa seu texto "designando genericamente por $f_n(x, y)$ uma função racional, inteira e homogênea de n dimensões em x e y."[224] Trata-se do polinômio a duas variáveis composto exclusivamente por monômios de grau n.[225] Assim a equação de qualquer linha algébrica de $m^{\text{ésima}}$ ordem pode ser escrita como

$$f_m(x, y) + f_{m-1}(x, y) + ... + f_2(x, y) + f_1(x, y) + 1 = 0 \qquad (1) \quad .$$

Na sequência ele passa a equação (1) para coordenadas polares tomando o ponto de origem das coordenadas cartesianas como o pólo, usando as seguintes fórmulas de passagem.

$$x = tr \quad \text{e} \quad y = ur \qquad (2) \qquad \text{e} \qquad t^2 + u^2 = 1 \qquad (3) \quad .$$

Note que as fórmulas acima relacionam x, y, r, t e u de modo que r seja o raio-vetor e t e u seja respectivamente o cosseno e o seno do ângulo que o raio-vetor faz com o eixo x. A nova equação da curva passa a ser

$$r^m \cdot f_m(t, u) + r^{m-1} \cdot f_{m-1}(t, u) + ... + r^2 \cdot f_2(t, u) + r \cdot f_1(t, u) + 1 = 0 \qquad (4) \quad .$$

[224] [BOBILLIER 11, p. 89].

[225] Tais polinômios são chamados de *formas homogêneas*. A preocupação de escrever as equações algébricas como soma de formas homogêneas antes de manipulá-las, e que aparece aqui no texto de Bobillier, também é recorrente em diversos textos didáticos utilizados hoje em dia nos cursos introdutórios de geometria algébrica, como por exemplo [STOHR 2000] e [VAISENCHER 1996].

Numa versão *otimista* do que hoje chamaríamos de *Teorema Fundamental de Álgebra*, mas sem referir-se a ele assim, Bobillier afirma que para cada direção teremos m raios-vetores partindo da origem e passando pela curva. Para transformar um raio-vetor que *atravessa* a curva, num raio-vetor que a *tangencia*, ele deriva a equação (4) em relação à r, obtendo uma nova equação

$$m \cdot r^{m-1} \cdot f_m(t,u) + (m-1) \cdot r^{m-2} \cdot f_{m-1}(t,u) + ... + 2r \cdot f_2(t,u) + f_1(t,u) = 0 \qquad (5) \ .$$

A equação (5) é chamada por Bobillier de "a equação polar de uma curva que corta a curva [inicial] em seus pontos de contato."[226] A seguir ele quer observar esses pontos de contato, isto é, os pontos que pertencem à curva (portanto satisfazem a equação (4)), e que também são pontos de tangência de retas passando pela origem (portanto satisfazem a equação (5)). Mas ao invés de tratar diretamente o sistema de equações {(4),(5)}, ele vai trabalhar com o sistema {(4),(6)}, onde (6) é dado por

$$r^{m-1} \cdot f_{m-1}(t,u) + 2r^{m-2} \cdot f_{m-2}(t,u) + ... + (m-2)r^2 \cdot f_2(t,u) + (m-1)r \cdot f_1(t,u) + m = 0 \quad (6) \ .$$

Observe que esta equação (6) é obtida num *escalonamento não-linear* calculando-se $(6) = m \cdot (4) - r \cdot (5)$. A não-linearidade desse escalonamento está no fato de que ele usa a variável r para multiplicar uma das equações envolvidas. A justificativa de Bobillier é a seguinte: "Quando um sistema de pontos é dado por duas curvas dos quais esses pontos são a interseção, pode-se sempre, na procura por esses pontos, substituir uma [das curvas] por outra, cuja equação seria uma combinação qualquer das [equações dadas]."[227]

Passando a equação (6) de volta das coordenadas polares para coordenadas cartesianas, e assumindo que a origem do sistema é apenas um representante de qualquer ponto do plano, ele conclui o teorema abaixo.

Teorema I. *Os pontos de contato de uma linha de $m^{ésima}$ ordem com as tangentes a esta curva, provenientes de um mesmo ponto do seu plano, estão todos situados sobre uma só e mesma linha de $(m-1)^{ésima}$ ordem no máximo.*

Note que o Teorema I vindica *existência* e *unicidade* de uma curva com *propriedades de situação* muito específicas. Note ainda que o Teorema I no caso par-

[226] L'équation (5) est l'équation polaire d'une courbe que coupe la [courbe] proposée en ses points de contact. [BOBILLIER 11, p. 90].

[227] Quand un système de points est donné par deux courbes dont ces points sont les intersections, on peut toujours, dans la recherche de ces mêmes points, remplacer l'une d'elles par une autre courbe, dont l'équation serait une combinaison quelconques des leurs. [BOBILLIER 11, p. 90].

ticular em que $m = 2$ temos meramente a definição de reta polar de um ponto (o pólo) com relação a uma cônica, conforme a teoria já conhecida e estabelecida na época. Talvez por isso mesmo, esse texto do Bobillier tenha sido usado por Gergonne, como se fosse um reforço aos seus argumentos analíticos, num dos textos de sua persistente disputa contra o sintetista Poncelet. Esse teorema será reapresentado em diversas versões, em diversos formatos, em casos particulares e em generalizações, ainda neste artigo mesmo e em artigos mais adiante, tanto de Bobillier quanto de outros autores. O fato de esse teorema estender a noção de pólo e polar para outros graus maiores do que 2, justifica a nomenclatura que será adotada posteriormente nas diversas reapresentações desse mesmo teorema.

Analisando a demonstração do Teorema I, observa-se que os passos são uma mudança de variáveis, uma derivação, um escalonamento e uma destroca de variáveis. Mas na verdade, em última instância, tudo o que Bobillier queria (ou melhor, tudo o que ele apenas precisava) era *derivar*, afinal, de algum modo, bastava a ele *pegar* os pontos de tangência. Assim, acredito que foi para evitar a fadiga de usar derivadas parciais nas coordenadas cartesianas que ele optou por passar às coordenadas polares nesses cálculos.[228]

Um ponto delicado na demonstração é o *escalonamento* que Bobillier faz baseado numa justificativa espantosamente crédula. Mas eis a razão de trocar (5) por (6): a equação (5) é de grau $m - 1$ em relação à r, mas de grau m em relação à t e u. Já a equação (6) é de grau $m - 1$ em relação às três variàveis. Embora os pontos de contato já tenham sido *capturados* no sistema de equações simultâneas $\{(4),(5)\}$, ele precisava voltar às coordenadas nas quais ele começou a discussão, e isso só seria possível numa equação *simetricamente correta* como a equação (6).

Por fim, é interessante observar, ainda, que as palavras *pólo e polar* aparecem tanto na teoria das polares recíprocas (dualidade) quanto no contexto do sistema de coordenadas polares. Neste texto, na argumentação para o primeiro teorema, os dois conceitos de *pólo* coincidem sobre o mesmo ponto.

Na continuação do artigo, Bobillier avança rumo a uma versão espacial do teorema que acabou de ser enunciado. A argumentação aqui repete passo a passo exatamente a mesma feita anteriormente. Inclusive ele reinicia a numeração das equações apresentadas agora, novamente de (1) a (6), que são as análogas à três variáveis das equações apresentadas antes. O enunciado deste segundo teorema é:

[228] Ele não vai se furtar a essa fatiga na dedução do Teorema I de [BOBILLIER 14] (sua primeira reapresentação desse Teorema I aqui enunciado).

Teorema II. *As linhas de contato de uma superfície de* $m^{ésima}$ *ordem com toda superfície cônica circunscrita estão todas situadas sobre uma só e mesma superfície de* $(m-1)^{ésima}$ *ordem no máximo.*

Neste ponto, Bobillier informa que os dois teoremas apresentados acima são devidos a Vallès. Sobre François Vallès, é bom lembrar que o jovem matemático, a essa época com 22 anos de idade, já é co-autor de Bobillier em um texto,[229] e mais adiante será co-autor de outro.[230] Bobillier referencia corretamente o artigo de Vallès, que foi publicado nos *Annales* sob o timbre *geometria de superfícies curvas*, em abril de 1826.[231] O mesmo artigo de Vallès será citado ainda mais duas vezes por Bobillier: no Teorema III e no Teorema V. De fato, esses quatro teoremas são reprises dos quatro resultados que Vallès demonstra lá, na seguinte ordem de aparição: II, V, I e III.

Ao ler a demostração de Vallès, e comparando-a com a de Bobillier, pode-se observar que elas são *essencialmente* quase a mesma, e que diferem entre si, quase somente na *forma de apresentação.* Os dois autores derivam a equação da curva inicial e ambos fazem um escalonamento não linear. Mas Bobillier faz uma mudança de coordenadas cartesianas para polares e com isso as duas etapas da demonstração (a derivação e o escalonamento) ficam mais simples. O próprio Bobillier justifica a apresentação da sua nova demonstração por razões didáticas: "tivemos em vista apenas fornecer uma demonstração que poderia ser introduzida no ensino elementar."[232]

Na abordagem de Bobillier para o Teorema I há um detalhe significativo que não deve passar despercebido. Trata-se de fato de que dada uma curva plana inicial de grau m, a curva da conclusão, que tem grau no máximo $m-1$, ganha um *nome.* Dito mais claramente, Bobillier nomeia indiretamente essa curva final quando chama sua equação de "equação polar de uma curva que corta a curva em seus pontos de contato." Veremos mais adiante que nos próximos artigos de Bobillier rubricados sob geometria de situação, a curva resultante deste primeiro teorema será formalmente definida como a *curva polar* de grau $n-1$ de um ponto (o *pólo*) com respeito a uma curva de grau n.

Na sequência do texto, Bobillier agora argumenta rumo ao próximo resultado. O terceiro teorema é uma versão do Teorema I dessa vez considerando o pólo no infinito, pois ao invés de tomar um ponto no plano a partir do qual traçar tangentes à curva

[229] O exercício resolvido [BOBILLIER 08], de junho de 1827.
[230] O exercício resolvido [BOBILLIER 16], publicado em dezembro de 1827
[231] Trata-se do artigo [VALLÈS 1826 a].
[232] Nous avons eu uniquement en vue d'en donner une démonstration qui pût être introduite dans l'enseignement élémentaire. [BOBILLIER 11, p. 93].

dada, ele fixa uma direção no plano e toma tangentes paralelas a essa direção.

A argumentação é simples e direta. Seja $M = 0$ a equação da curva de ordem m dada e fixe a direção da reta $y = ax$. As derivadas dos elementos em questão são $\dfrac{dM}{dx} + \dfrac{dM}{dy} \cdot \dfrac{dy}{dx} = 0$ e $\dfrac{dy}{dx} = a$, de onde facilmente conclui-se que

$$\frac{dM}{dx} + a\,\frac{dM}{dy} = 0 \qquad (\alpha)\ .$$

Esta última equação (indexada no texto por "(α)") é claramente de grau menor do que m e é a equação da curva requerida. Assim, obtém-se o enunciado abaixo.

Teorema III. *Os pontos de contato de uma linha de $m^{\acute{e}sima}$ ordem com as tangentes conduzidas nesta curva, paralelamente a uma reta dada qualquer, pertencem todos a uma só e mesma linha de $(m-1)^{\acute{e}sima}$ ordem no máximo.*

"Demonstrações de alguns teoremas sobre as linhas e superfícies": diversos teoremas.

Acrescentando mais um pouco à demonstração do Teorema III, somos conduzidos rapidamente ao primeiro teorema desse texto que não é uma reprise. O argumento dele é que se considerarmos $\dfrac{dM}{dx} = 0$ e $\dfrac{dM}{dy} = 0$ na equação (α), ela será satisfeita *qualquer que seja* o coeficiente a. Observe que o coeficiente a nesta argumentação representa uma direção, dizendo mais claramente, representa um ponto no infinito. Ao fazer-se uma afirmação que vale para *qualquer* ponto no infinito, na verdade está se fazendo uma afirmação sobre a *reta no infinito*. Como as derivadas de M em relação à x e em relação à y fornecem equações de graus $m-1$, o sistema formado por essas duas equações fornece $(m-1)^2$ pontos. Isso conduz ao resultado abaixo.

Teorema IV. *As linhas de $(m-1)^{\acute{e}sima}$ ordem às quais pertencem as diversas séries de pontos de contato de uma mesma linha de $m^{\acute{e}sima}$ ordem, com sistemas de tangentes à esta curva paralelas a retas arbitrárias, passam todos pelos mesmos $(m-1)^2$ pontos fixos.*

É bom observar que é a *mesma* equação (α) que conduz tanto ao Teorema III quanto ao Teorema IV. O que difere, de um teorema para o outro, é a forma de *ler* a referida equação. O coeficiente a na primeira leitura é claramente um constante fixada, enquanto que na segunda leitura funciona como uma espécie de variável. Será exatamente esse mesmo tipo de *truque* que Bobillier e Plücker vão aplicar, independentes e quase simultaneamente, poucos meses depois: Bobillier em seu aclamado artigo de maio de 1828,[233] e Plücker na resolução do chamado *paradoxo da dualidade.*[234]

Prosseguindo, Bobillier agora apresenta versões espaciais dos Teoremas III e IV. A argumentação é exatamente a mesma feita para o Teorema III, adaptando-a para três variáveis. A equação que terá *dupla leitura* dessa vez contém três derivadas parciais, duas constantes/variáveis e será indexada como $(\alpha\alpha)$:

$$a\,\frac{dM}{dx} + b\,\frac{dM}{dy} + \frac{dM}{dz} = 0 \qquad (\alpha\alpha)\ .$$

Os teoremas resultantes desse raciocínio são:

Teorema V. *As linhas de contato de uma superfície de $m^{ésima}$ ordem com a superfície cilíndrica cujas geratrizes são paralelas a uma reta dada qualquer, pertencem todos a uma só e mesma superfície de $(m-1)^{ésima}$ ordem no máximo.*

Teorema VI. *As superfícies de $(m-1)^{ésima}$ ordem às quais pertencem as diversas séries de linhas de contato de uma mesma superfície de $m^{ésima}$ ordem, com superfícies cilíndricas circunscritas tendo suas geratrizes paralelas a retas arbitrárias, passam todos pelos mesmos $(m-1)^3$ pontos fixos.*

Para o teorema seguinte, Bobillier mantém-se ainda observando a equação $(\alpha\alpha)$, mas fixa uma das constantes/variáveis. Geometricamente, isso significa fixar um plano no espaço e tomar cilindros cujas geratrizes são paralelas a esse plano. Temos outro teorema bastante original, gerado por uma situação geométrica um pouco mais restritiva que a apresentada no Teorema V.

Teorema VII. *As superfícies de $(m-1)^{ésima}$ ordem às quais pertencem as diversas séries de linhas de contato de uma mesma superfície de $m^{ésima}$ ordem, com superfícies cilíndricas circunscritas tendo suas geratrizes paralelas a retas traçadas arbitrariamente num mesmo plano qualquer, passam todas por uma só e mesma curva à dupla curvatura.*

Bobillier encerra o artigo enunciando oito novos teoremas, sem acrescentar novos cálculos: "[Com] estes teoremas [anteriores] assim demonstrados, será fácil, seja pela teoria das polares recíprocas, seja pela [teoria] das projeções deduzir os [teoremas] seguintes, que nós nos contentaremos de enunciar."[235]

[233] Trata-se de [BOBILLIER 25], que é estudado detalhadamente na seção 6.3.1.
[234] O truque de Plücker é comentado na seção 5.3.5.
[235] Ces théorèmes ainsi démontrés, il sera facile, soit par la théorie des polaires réciproques, soit par

Teorema VIII. *As tangentes conduzidas à uma linha de* $m^{\acute{e}sima}$ *ordem, pelas suas interseções com uma mesma reta, são todas tangentes a uma só e mesma linha de* $(m-1)^{\acute{e}sima}$ *ordem no máximo.*

Teorema IX. *As superfícies planificáveis circunscritas à uma superfície de* $m^{\acute{e}sima}$ *ordem, segundo suas interseções com um mesmo plano, são todas circunscritas à uma só e mesma superfície de* $(m-1)^{\acute{e}sima}$ *ordem no máximo.*

Teorema X. *As linhas de* $(m-1)^{\acute{e}sima}$ *ordem às quais são tangentes as tangentes conduzidas por uma mesma linha de* $m^{\acute{e}sima}$ *ordem, por seus pontos de interseção com retas paralelas, ou concorrentes em um mesmo ponto, têm todas as* $(m-1)^2$ *mesmas tangentes comuns.*

Teorema XI. *As superfícies de* $(m-1)^{\acute{e}sima}$ *ordem às quais são circunscritas as superfícies planificáveis circunscritas a uma mesma superfície de* $m^{\acute{e}sima}$ *ordem, seguindo suas interseções com planos paralelos a uma mesma reta, ou concorrentes em um mesmo ponto, têm todos os mesmos* $(m-1)^3$ *planos tangentes comuns.*

Teorema XII. *As linhas de* $(m-1)^{\acute{e}sima}$ *ordem às quais pertencem os pontos de contato de uma mesma linha de* $m^{\acute{e}sima}$ *ordem com os sistemas de tangentes conduzidas a esta curva pelos diferentes pontos de uma mesma reta, passam todos pelos* $(m-1)^2$ *mesmos pontos.*

Teorema XIII. *As superfícies de* $(m-1)^{\acute{e}sima}$ *ordem às quais pertencem as linhas de contato de uma mesma superfície de* $m^{\acute{e}sima}$ *ordem, com superfícies cônicas cujos vértices estão num mesmo plano, passam todos pelos* $(m-1)^3$ *mesmos pontos.*

Teorema XIV. *As superfícies de* $(m-1)^{\acute{e}sima}$ *ordem às quais são circunscritas as superfícies planificáveis, circunscritas elas mesmas a uma mesma superfície de* $m^{\acute{e}sima}$ *ordem, seguindo suas interseções com planos paralelos, ou se cortando segundo a mesma reta, são todas inscritíveis a uma só e mesma superfície planificável.*

Teorema XV. *As superfícies de* $(m-1)^{\acute{e}sima}$ *ordem às quais pertencem as linhas de contato de uma mesma superfície de* $m^{\acute{e}sima}$ *ordem, com superfícies cônicas cujos vértices pertencem a uma mesma reta, passam todos por uma só e mesma curva à dupla curvatura.*

A última observação de Bobillier no encerramento desse artigo, é que os resultados VIII e IX são já demonstrados por Gergonne, no texto de janeiro de 1827.[236] Estes resultados, lá no artigo do Gergonne, aparecem sob a numeração “Corolário VIII do

celle des projection, d'en déduire les suivans, que nous nous contenterons d'énoncer. [BOBILLIER 11, p. 97].

[236] Trata-se outra vez do texto [GERGONNE 1827 a].

Teorema I" e "Corolário X do Teorema III",[237] e ambos são remetidos ao artigo de Vallès já comentado aqui.

A reorganização de Gergonne, em novembro de 1827, do primeiro texto de Bobillier sob a rubrica "geometria de situação".

Para começar, eis um resumo do que é essencial no texto que acabamos de estudar, o primeiro de Bobillier sob a rubrica da geometria de situação. Lá, faz-se o seguinte: Dado um ponto P e uma curva $\mathcal{C}$ de grau m, calcula-se e descreve-se *a curva polar* de P em relação à diretriz $\mathcal{C}$. Trata-se de uma curva de grau $m-1$ descrita como sendo aquela que passa pelos pontos de contatos que são determinados em $\mathcal{C}$ pelas retas que lhe são tangentes tomadas a partir do pólo P.

Faz-se ainda: Dada uma reta ℓ e uma curva $\mathcal{C}$ de grau m, calcula-se e descreve-se *os pontos polares* de ℓ em relação à diretriz $\mathcal{C}$. Esses pólos são em quantidade $(m-1)^2$ e podem ser calculados assim: dados dois pontos Q e R quaisquer em ℓ, calcule suas curvas polares q e r. Os $(m-1)^2$ pólos demandados são os pontos da interseção $q \cap r$.

Por fim, todas as considerações feitas no plano envolvendo um ponto P, uma reta ℓ e uma curva diretriz $\mathcal{C}$ tem os seus análogos no espaço, a partir de um ponto P, um plano π e uma superfície diretriz $\mathcal{S}$ de grau m.

Está claro que estes resultados generalizam o caso clássico em que a diretriz $\mathcal{C}$ tem grau $m = 2$. A curva polar de um ponto dado é simplesmente sua reta polar, enquanto que o ponto polar de uma reta dada é simplesmente o seu pólo. Essa correspondência entre retas e pontos, intermediada por uma cônica (e acrescentada das demais propriedades e sutilezas já discutidas nas seções anteriores), estabelece uma dualidade entre figuras no plano. Já para o caso, por exemplo, em que a diretriz $\mathcal{C}$ é uma cúbica, a curva polar de um ponto é uma cônica, enquanto que uma reta tem $(3-1)^2 = 4$ pólos em relação a $\mathcal{C}$.

Alguns dos teoremas no texto de Bobillier que estavam "espalhados" e enunciados sem as indicações claras das suas versões recíprocas, foram agrupados e apresentados em colunas duais por Gergonne. Para o primeiro Teorema I abaixo, Gergonne fundiu os resultados I e XII do texto de Bobillier; e para o segundo Teorema I, o editor agrupou os teoremas VIII e X. Já para o Teorema II da coluna esquerda, foram agrupados os resultados II, XIII e XV de Bobillier; e o Teorema II da coluna direita foi composto pelos teoremas IX, XI e XIV do texto inicial. Os enunciados ficaram

[237] Respectivamente nas páginas 225 e 241 de [GERGONNE 1827 a].

assim:[238]

Teorema I. *Se, de tantos pontos quantos se queiram, de uma reta traçada arbitrariamente sobre o plano de uma curva do* $m^{ésimo}$ *grau, se toma a esta curva todas as tangentes possíveis, as curvas que conterão os pontos de contato dos diversos feixes de tangentes, as quais serão tão somente do* $(m-1)^{ésimo}$ *grau, se cortarão todas nos* $(m-1)^2$ *mesmos pontos.*

Teorema II. *Se tantos pontos quantos se queiram de um plano, situado de maneira qualquer no espaço, são os vértices de superfícies cônicas circunscritas à uma mesma superfície do* $m^{ésimo}$ *grau, as superfícies curvas que conterão as linhas de contato destas diversas superfícies cônicas, que serão tão somente do* $(m-1)^{ésimo}$ *grau, se cortarão todas nos mesmos* $(m-1)^3$ *pontos. Se, além disso, os vértices das superfícies cônicas estão situados numa mesma reta, estas mesmas superfícies do* $(m-1)^{ésimo}$ *grau se cortarão todas segundo uma mesma curva à dupla curvatura.*

Teorema I. *Se, por um mesmo ponto tomado arbitrariamente sobre o plano de uma curva de* $m^{ésima}$ *classe, toma-se à esta curva tantas secantes quantas se queiram, e a seguir as tangentes por estes pontos de interseção com cada uma das secantes, as curvas nas quais estarão circunscritas as tangentes dos diversos feixes, as quais serão tão somente de* $(m-1)^{ésima}$ *classe, estarão todas inscritas nas* $(m-1)^2$ *mesmas retas.*

Teorema II. *Se por um mesmo ponto qualquer do espaço, conduzir-se à uma mesma superfície de* $m^{ésima}$ *classe tantos planos secantes quantos se queiram e em seguida se lhes circunscrevam superfícies planificáveis, segundo suas interseções com esses diferentes planos, as superfícies curvas às quais estas diversas superfícies poderão ser circunscritas, que serão tão somente de* $(m-1)^{ésima}$ *classe, terão todas os mesmos* $(m-1)^3$ *planos tangentes. Si, além disso, os planos secantes se cortam todos segundo uma mesma reta, estas mesmas superfícies de* $(m-1)^{ésima}$ *classe estarão todas circunscritas à uma só e mesma superfície planificável.*

O segundo texto de Bobillier, de dezembro de 1827.

O segundo artigo de Bobillier rubricado sob geometria de situação aparece em dezembro de 1827, com o título de *Pesquisa sobre as linhas e superfícies de todas as ordens*.[239] Neste texto o autor também agrupa alguns dos resultados do texto anterior, provavelmente inspirado na apresentação feita Gergonne. Além disso, seguindo a

[238] Confira em [GERGONNE 1827 e, p. 153-154].
[239] [BOBILLIER 14].

sugestão de Gergonne, Bobillier adota a nomenclatura de *grau* e *classe* ao invés de *ordem*. Entretanto, nesse texto ainda não se enuncia as proposições em colunas duplas.

Há um novo objeto que é introduzido nesse artigo. Dada uma curva $\mathcal{C}$ de grau m, define-se uma sequência de curvas polares a partir de um ponto P fixado. Bobillier usa a notação C_{m-1}, C_{m-2}, C_{m-3}, ..., C_3, C_2, C_1 para indicar curvas de grau $m-1$, $m-2$, $m-3$, ..., 3, 2 e 1 respectivamente. A curva polar de P em relação à $\mathcal{C}$ é C_{m-1}, a curva polar de P em relação à C_{m-1} é C_{m-2}, a curva polar de P em relação à C_{m-2} é C_{m-3}, e assim sucessivamente. Ainda não será nesse artigo de Bobillier, mas somente no texto redigido cinco meses depois (precisamente em abril de 1828),[240] que essa sequência de curvas será chamada de *polares sucessivas de P em relação à $\mathcal{C}$.*

Neste artigo há quatro teoremas, dois para configurações no plano e dois para configurações no espaço. O primeiro teorema tem enunciado longo, porque descreve por extenso a definição da sequência de curvas polares, agrupa e adapta dentro desse contexto ligeiramente aumentado alguns dos resultados já demonstrados anteriormente, e por fim acrescenta uma (pequena) nova conclusão.

Em linhas gerais, a demonstração do primeiro teorema aqui é uma adaptação da demonstração do primeiro teorema do texto anterior, mas agora tomando-se m vezes a operação de derivar, ao invés de uma vez só, como foi feito lá. Com isso, Bobillier trabalha manipulando e combinando m equações simultaneamente. Os cálculos tornam-se longos e fastidiosos.

Eis o enunciado deste primeiro teorema, exatamente como ele se apresenta no texto de Bobillier. Para melhor compreensão do que o teorema diz, vou comentá-lo a seguir, no caso particular em que a curva diretriz inicial tem grau $m = 3$.

Teorema I. *Seja C_m uma curva plana de $m^{\acute{e}simo}$ grau. Sejam C_{m-1}, C_{m-2}, C_{m-3}, ..., C_3, C_2, C_1, uma sequência de outras curvas de graus respectivos $m-1$, $m-2$, $m-3$, ..., 3, 2, 1, tais que C_{m-1} passe pelos pontos de contato de C_m com suas tangentes tomadas de um mesmo ponto fixo P de seu plano; e que cada uma das outras esteja em relação com a que lhe precede imediatamente e pelo mesmo ponto P, assim como C_{m-1} está em relação a C_m, a última destas curvas, C_1, se reduzirá a uma reta. Se por diferentes pontos da reta C_1, tomam-se todas as tangentes possíveis à curva C_m, as linhas de $(m-1)^{\acute{e}simo}$ grau determinados pelos pontos de contato das tangentes tomadas de mesmos pontos dessa reta, às quais, como se sabe, terão os mesmos $(m-1)^2$ pontos comuns, passarão todos pelo ponto P.*

240 Trata-se de [BOBILLIER 38], o último do conjunto de seis textos de geometria de situação.

O longo enunciado acima, ao ser observado no caso $m = 3$, mostra-nos o seguinte. Considere uma curva cúbica plana $\mathcal{C}$ e um ponto P fixado no mesmo plano. Sejam $\mathcal{Q}$ e ℓ respectivamente uma cônica e uma reta posicionadas no plano de modo que a cônica $\mathcal{Q}$ passa pelos pontos de contato de $\mathcal{C}$ com suas tangentes tomadas a partir de P, e a reta ℓ é a reta polar de P em relação à cônica $\mathcal{Q}$. Agora considere um ponto L qualquer do plano. Sabe-se que existe uma cônica, digamos, K_L, que é a curva polar de L em relação à $\mathcal{C}$. E agora, o que acontece quando tomamos os pontos L sobre a reta ℓ? Sabe-se também que quando L percorre a reta ℓ, todas as cônicas K_L passarão em $(3-1)^2 = 4$ pontos comuns. Até aí não há novidades em relação ao artigo anterior de Bobillier. Esses dois resultados parciais aparecem respectivamente no primeiro e no décimo-segundo teorema do artigo anterior. A última conclusão, que é a novidade do teorema deste artigo, é que o ponto P dado inicialmente pertence a todas as cônicas K_L em questão.

Os outros três teoremas são versões análogas do primeiro. A adaptação de notação e nomenclatura de um caso a outro é feita minuciosamente, o que torna o texto ainda mais longo e prolixo. O segundo teorema é a versão dual do primeiro. Já os teoremas terceiro e quarto são versões espaciais do primeiro e do segundo respectivamente.

5.4.3 Contribuições de Bobillier: generalização da noção de pólo e polar para curvas ou superfícies de grau qualquer (março de 1828 a abril de 1829).

Nesta seção, nos debruçamos sobre o terceiro texto de Bobillier sob a rubrica geometria de situação. Ainda nesta seção veremos os outros três textos sob a mesma rubrica e o exercício proposto por Bobillier nesse contexto.

O artigo "Pesquisas sobre as leis gerais que regem as linhas e superfícies algébricas", de março de 1828.

Em março de 1828 aparece nos *Annales de Gergonne* o terceiro artigo de Bobillier rubricado sob geometria de situação. Este trabalho, intitulado *Pesquisa sobre as leis gerais que regem as linhas e superfícies algébricas*,[241] é central no conjunto dos seis trabalhos de Bobillier em torno da idéia de pólos e polares. Inicialmente, porque organiza o *conteúdo* (mais especificamente, as demonstrações de Bobillier) em torno da

[241] [BOBILLIER 24].

teoria das polares recíprocas e da *teoria das projeções*. Isso aproxima a argumentação de Bobillier dos métodos de Poncelet. Mas é também o primeiro texto de Bobillier em que se organiza a *forma* (mais especificamente a redação das definições e dos resultados) em colunas duais. Neste caso, a geometria de Bobillier se aproxima das concepções geométricas de Gergonne.

O texto tem 17 páginas e é bastante denso. De fato, considerando todos os resultados preliminares, as parciais dos teoremas, as parciais dos corolários, as versões duais e os corolários extras nas notas de rodapé, o texto apresenta pouco mais de 60 resultados. Apesar dessa densidade, a redação é enxuta e elegante. Isso faz o texto ser bem menos cansativo do que o texto anterior, que curiosamente tem apenas 10 páginas. A impressão que se tem é que no texto anterior, Bobillier fala muito, mas acrescenta pouco. Aqui, pelo contrário, tem-se a impressão de que Bobillier fala pouco, mas acrescenta muito.

Este artigo está dividido em três trechos claramente distintos, mas totalmente análogos entre si. O modo como Bobillier argumenta no primeiro trecho é repetido (eventualmente até mesmo algumas frases se repetem) nos outros dois trechos. Com isso, uma boa compreensão do primeiro trecho facilita acompanhar o raciocínio e os cálculos dos dois trechos seguintes. Isso mostra mais uma vez a boa didática que Bobillier tinha em suas exposições.

Os dois primeiros trechos têm a mesma estrutura. Inicia-se com uma lista de definições, prossegue com a argumentação e os cálculos, onde vão se acumulando os enunciados de alguns resultados preliminares.[242] Continua com o enunciado compacto de um teorema grande e termina com o corolário principal, que é o teorema tomado no caso de linhas (ou superfícies) de ordem dois. Eventualmente há enunciados de outros corolários em notas de rodapé. O terceiro trecho é parecido com os anteriores, salvo que não há definições estabelecidas no início.

O primeiro trecho trabalha com curvas planas e chama-se § *I. Propriedades das linhas curvas*. O segundo é uma versão espacial do trecho anterior e chama-se § *II. Propriedades das superfícies curvas*. Finalmente, o terceiro trecho é outra versão espacial do primeiro e não tem um nome específico. Bobillier simplesmente começa-o "pulando uma linha" após o fim do segundo trecho.

A seção § *I. Propriedades das linhas curvas* ocupa as cinco primeiras páginas

[242] Essas resultados são enunciados por Bobillier em destaque no corpo do texto, mas sem dar a eles o nome de "lema" ou "teorema". Apenas quando precisa referenciar-se a eles, chama-os conjuntamente de "proposições".

do artigo.[243] Nesse trecho aparecem três definições, três proposições preliminares, o Teorema I composto de três pares duais de resultados, o corolário principal, também com três pares duais de resultados, e por fim quatro resultados de outros geômetras enunciados em notas de rodapé.

O autor abre a seção § I estabelecendo (uma vez mais) as definições que devem ser adotadas ao longo do texto. Trata-se de três pares duais de definições, referenciadas nos dois artigos anteriores de Bobillier.[244]

1. Uma curva é dita do $m^{\text{ésimo}}$ *grau* quando ela cortar uma mesma reta em m pontos.	**1.** Uma curva é dita de $m^{\text{ésima}}$ *classe* quando se puder conduzir até ela m [retas] tangentes [tomadas] de um mesmo ponto.
2. A *curva polar de um ponto* em relação a uma diretriz do $m^{\text{ésimo}}$ grau é a curva do $(m-1)^{\text{ésimo}}$ grau que contém os pontos de contato de todas as [retas] tangentes à curva [diretriz], tomadas deste ponto.	**2.** A *curva polar de uma reta* em relação a uma diretriz de $m^{\text{ésima}}$ classe é a curva de $(m-1)^{\text{ésima}}$ classe que toca todas as tangentes [à diretriz] tomadas nos seus pontos de interseção com esta reta.
3. Os *pontos polares de uma reta* são os $(m-1)^2$ pontos comuns a [todas] as curvas polares [de cada um] dos pontos desta reta.	**3.** As retas polares de um ponto são as $(m-1)^2$ tangentes comuns a [todas] as curvas polares [de cada uma] das retas passando por este ponto.

Agora, inicia-se o argumento com duas curvas planas de grau m cujas equações são dadas por $M = 0$ e $M' = 0$. Para cada constante α, a equação

$$M + \alpha M' = 0 \quad (1)$$

representa uma curva do mesmo grau m passando pelos m^2 pontos de interseção das duas primeiras.[245] Diferenciando a equação (1) e escrevendo $a = \dfrac{dy}{dx}$, temos

$$\left(\frac{dM}{dx} + a\,\frac{dM}{dy}\right) + \alpha\left(\frac{dM'}{dx} + a\,\frac{dM'}{dy}\right) = 0 \quad (2)\ .$$

Note que a curva de equação (2), que é do $(m-1)^{\text{ésimo}}$ grau, contém todos os pontos

[243] [BOBILLIER 24, pp. 253-257].

[244] Ainda estou falando dos artigos [BOBILLIER 11] e [BOBILLIER 14]. Na página 253 de [BOBILLIER 24] há um pequeno erro de referência. O geômetra reporta-se ao tomo XVII dos *Annales*, na página 91, para a definição de curva polar de um ponto. A referência correta é o tomo XVIII, cuja página 91 cai exatamente no artigo [BOBILLIER 11].

[245] Este procedimento é baseado num princípio que mais tarde será conhecido como *princípio da notação abreviada*. Este assunto será estudado detalhadamente no próximo capítulo, enfocando não só na obra de Bobillier, mas também a de diversos outros autores dos *Annales de Gergonne*.

de contato entre a curva (1) e as retas na mesma direção de $y = ax$ que lhes são tangentes.

Quando se impõe a condição de que

$$\frac{dM}{dx} + a\,\frac{dM}{dy} = 0 \quad \text{e} \quad \frac{dM'}{dx} + a\,\frac{dM'}{dy} = 0 \quad (3)\ ,$$

a equação (2) é satisfeita para qualquer que seja o valor escolhido para a constante α. Observando que o par de equações (3), ambas de grau $(m-1)$, determinam $(m-1)^2$ pontos, segue-se o resultado parcial:[246]

Proposição A. *As curvas polares de um ponto situado no infinito, relativas a tantas curvas quanto se queira do $m^{ésimo}$ grau, passando todos pelos m^2 mesmos pontos fixos, passam todas pelos $(m-1)^2$ mesmos pontos, igualmente fixos.*

A seguir, Bobillier faz variar a direção da reta $y = ax$, ou seja, o "ponto situado no infinito" do lema enunciado acima percorre a "reta no infinito". Algebricamente, trata-se de obter uma nova equação a partir do sistema (3), que seja sempre satisfeita independente do valor de a. Essa equação é obtida exatamente ao eliminar a variável a:

$$\frac{dM}{dx} \cdot \frac{dM'}{dy} - \frac{dM}{dy} \cdot \frac{dM'}{dx} = 0 \quad (4)\ .$$

Observando que o grau desta equação é $[2(m-1)]$, a interpretação de (4) fornece um segundo resultado parcial:[247]

Proposição B. *Os $(m-1)^2$ pontos comuns às curvas polares de um ponto situado no infinito, relativas a tantas curvas quanto se queira do $m^{ésimo}$ grau, passando pelos m^2 mesmos pontos fixos, descrevem uma curva de $[2(m-1)]^{ésimo}$ grau, quando este ponto descreve uma reta igualmente situada no infinito.*

A seguir, Bobilier retoma a equação (2), mas reescrevendo-a sob outra forma para interpretá-la de outro modo. Outra vez observamos aqui a aplicação de um dos *truques* preferidos de Bobillier, que é o de observar uma mesma equação sob diferentes pontos de vista a fim de obter diferentes conclusões. Assim, a equação (2) passa a ser escrita

$$\left(\frac{dM}{dx} + \alpha\,\frac{dM'}{dx}\right) + a\,\left(\frac{dM}{dy} + \alpha\,\frac{dM'}{dy}\right) = 0 \quad (5)\ .$$

Esta equação permite ver que os pontos polares da reta situada no infinito, em relação

[246] Primeira proposição enunciada em destaque no corpo do texto na página 255.
[247] Segunda proposição enunciada em destaque no corpo do texto na página 255.

à curva $M + \alpha M' = 0$ são dados pelo sistema

$$\frac{dM}{dx} + \alpha\,\frac{dM'}{dx} = 0 \quad \text{e} \quad \frac{dM}{dy} + \alpha\,\frac{dM'}{dy} = 0 \quad (6)\ .$$

Ao variar a constante indeterminada α, obtemos todas as curvas de $m^{\text{ésimo}}$ grau que passam pelos m^2 pontos de interseção entre $M = 0$ e $M' = 0$. Algebricamente, para que valha o sistema (6) para quaisquer valores de α, é suficiente eliminar essa variável do sistema. Isso conduz outra vez à equação (4). O resultado parcial que se apresenta é:[248]

Proposição C. *Os pontos polares de uma reta situada no infinito, relativas a todas as curvas do $m^{ésimo}$ grau que passam pelos m^2 mesmos pontos fixos, estão todos situados sobre a mesma curva do $[2(m-1)]^{ésimo}$ grau [referida na proposição anterior].*

Continuando o artigo, Bobillier registra a frase-chave do texto: "Generalizando estas três proposições, apoiado na teoria das projeções e ainda deduzindo de cada proposição, assim generalizada, a sua correlativa, por meio da teoria das polares recíprocas, obteremos os teoremas seguintes (...)."[249]

Teorema I. *Para tantas curvas de $m^{ésimo}$ grau quanto se queira, passando todas pelos m^2 mesmos pontos fixos;*
1. *As curvas polares de um ponto qualquer, relativas a todas estas curvas, passarão todas pelos $(m-1)^2$ mesmos pontos fixos;*
2. *Se este ponto percorre uma reta, estes $(m-1)^2$ pontos descreverão uma curva do $[2(m-1)]^{ésimo}$ grau;*
3. *Enfim, os pontos polares desta reta estarão situados sobre esta mesma curva do $[2(m-1)]^{ésimo}$ grau.*

Teorema I. *Para tantas curvas de $m^{ésimo}$ classe quanto se queira tendo todas as mesmas m^2 tangentes fixas;*
1. *As curvas polares de um reta qualquer, relativas a todas essas curvas terão todas as $(m-1)^2$ tangentes fixas.*
2. *Se esta reta gira em torno de um de seus pontos, estas $(m-1)^2$ tangentes enveloparão uma curva de $[2(m-1)]^{ésima}$ classe.*
3. *Enfim, as retas polares deste ponto tocarão esta mesma curva de $[2(m-1)]^{ésima}$ classe.*

Antes de prosseguir, é relevante observar que em sua argumentação, Bobillier invoca as duas teorias da moda, a *teoria das projeções* e a *teoria das polares recíprocas.*

[248] Proposição enunciada em destaque no corpo do texto na página 255.
[249] En généralisant ces trois propositions, à l'aide de la théorie des projections, et en déduisant en outre de chaque proposition, ainsi généralisée, sa correlative, au moyen de la théorie des polaires réciproques, on obtiendra les théorèmes suivans (...). [BOBILLIER 24, p. 256].

Note que Bobillier as usa sem a necessidade de justificá-las ou referendá-las. Observa-se também que ambas estão fortemente ligadas ao nome (e ao *Tratado*) de Poncelet. A teoria das projeções é aquela que permite tomar resultados de incidências envolvendo elementos situados no infinito (ponto ou reta) e fazer a transposição para um resultado análogo com os mesmos elementos (ponto ou reta) situados no finito. O inverso, passar de elementos finitos para infinitos, também é permitido. Entretanto, no caso deste artigo de Bobillier, a vantagem maior está em se aproveitar a particularidade das posições paralelas das retas tangentes inicialmente consideradas e a facilidade que advém disso, no que diz respeito à manipulação das equações. Quanto à teoria das polares recíprocas, essa já tem sido objeto de análise e atenção ao longo de todo esse capítulo, e é um dos pilares da geometria de situação nos anos 1820.

Cabe ressaltar que esta frase, resumo do argumento principal, funciona como uma espécie de *refrão* no texto de Bobillier. Ela é repetida (com pequenas variações) mais duas vezes em contextos análogos, na mesma posição de argumentação, anterior a teorema principal do trecho, após um acumulado de diversas proposições preliminares. A segunda aparição da frase-chave é: "Generalizando essas diversas proposições, por meio da teoria das projeções, e ao lhes ajuntar aquelas que a teoria das polares recíprocas permitem deduzir em seguida, obteremos os teoremas seguintes (...)."[250] E a terceira vez do refrão é: "Generalizando estes resultados, pela teoria das projeções, e ao duplicá-los pela teoria das polares recíprocas, obteremos os teoremas seguintes (...)."[251]

Ainda na mesma seção § I, Bobillier enuncia como corolário, o caso que efetivamente mais interessava aos geômetras da época, que é quando as linhas em questão tem *ordem* $m = 2$. Note que aqui não há a preocupação em fazer distinção entre *grau* e *classe*, pois na ordem dois esses números coincidem.

Corolário. (Teorema I no caso $m = 2$) *Para tantas curvas de segunda ordem quanto se queira estando circunscritas a um mesmo quadrilátero;*
1. *As polares de um ponto qualquer relativas a todas estas curvas, se cortarão todas em um mesmo ponto fixo;*

Corolário. (Teorema I no caso $m = 2$) *Para tantas curvas de segunda ordem quanto se queira estando inscritas em um mesmo quadrilátero.*
1. *Os pólos de uma reta qualquer relativos a todas essas curvas, pertencerão todas a uma mesma reta fixa.*

[250] En généralisant ces diverses propositions, au moyen de la théorie des projections, et en leur joignant celles que la théorie des polaires réciproques permet ensuit d'en déduire, on obtiendra les théorèmes suivans (...). [BOBILLIER 24, p. 262].
[251] En généralisant ces resultats, par la théorie des projections, et en les doublant par la théorie des polaires réciproques, on obtiendra les théoremes suivans (...). [BOBILLIER 24, p. 267].

2. *Se o pólo comum a todas estas curvas percorre uma reta, o ponto de concorrência de todas as suas polares percorrerá uma linha de segunda ordem;*
3. *Enfim, esta última curva conterá os pólos da reta percorrida pelo pólo comum.*

2. *Se a polar comum a todas estas curvas gira em torno de um de seus pontos, a reta, lugar dos pólos, envelopará uma linha de segunda ordem.*
3. *Enfim, esta última reta será tocada por todas as polares do ponto em torno do qual a polar terá girado.*

Note que este corolário do modo como está registrado aqui – que é exatamente como aparece redigido no texto original – parece impreciso em introduzir e indicar os elementos envolvidos. Observando com mais atenção o enunciado da coluna da esquerda, aponto as seguintes imprecisões.

a) Em **(1.)** é introduzido um ponto arbitrário. As "polares" desse ponto são curvas de grau $(2-1)=1$, ou seja, são simplesmente retas. O resultado **(1.)** informa que a interseção dessas retas se dá em $(2-1)^2 = 1$ segundo ponto.

b) A expressão "todas essas curvas" registrada em **(2.)** referem-se às retas polares que aparecem em **(1.)** e não às cônicas dadas no cabeçalho do enunciado.

c) Daí, a expressão "o pólo comum a todas essas curvas" registrada em **(2.)** refere-se ao primeiro ponto de **(1.)**, o que foi introduzido arbitrariamente. Em **(2.)** é introduzida uma reta arbitrária, onde este ponto se desloca.

d) O resultado **(2.)** informa qual é o lugar geométrico do segundo ponto que aparece em **(1.)**, quando ocorre o deslocamento do primeiro ponto. Trata-se de uma curva de grau $[2(2-1)] = 2$.

e) Por fim, em **(3.)** não está registrado explicitamente, mas os pólos da reta arbitrária que aparece em **(2.)** são, agora sim, relativos às cônicas dadas no cabeçalho do enunciado.

Feitas essas devidas ressalvas, o corolário acima (na verdade, sua primeira coluna) ficaria mais claro se fosse redigido assim:

Proposição. (Versão alternativa da primeira coluna do Teorema I no caso $m = 2$) *Num plano, sejam dados um quadrilátero fixado e um ponto P qualquer. Considere ainda uma família de cônicas tais que todas elas passam pelos vértices do quadrilátero fixado.* **1.** *As retas polares de P, relativas a cada uma dessas cônicas, são todas concorrentes num mesmo ponto fixo (vamos chamar esse ponto de Q).* **2.** *Quando o ponto P percorre uma reta (vamos chamá-la de ℓ), então o ponto Q percorre uma outra curva cônica (vamos chamá-la de K).* **3.** *Os pólos da reta ℓ, relativas a cada uma das cônicas da família inicialmente dada, estão situados na cônica K.*

Alocado no rodapé deste corolário há uma nota enunciando e referendando diversos resultados publicados em outros volumes dos *Annales.* Esta nota deve ser do próprio Bobillier e não de Gergonne, pois como já foi dito antes, o editor era zeloso em assinar as notas de sua autoria nos textos alheios. Essa nota é interessante por pelo menos dois motivos. Primeiro, porque mostra mais uma vez que Bobillier era leitor atencioso dos *Annales*, não só os volumes dos anos em que ele foi pesquisador ativo (entre 1826 e 1829), mas também dos volumes mais antigos, da década anterior. Além disso, o primeiro dos teoremas mencionados é extraído do texto de Lamé considerado por vários historiadores como o *pontapé inicial* do método da notação abreviada.[252] Isso mostra que Bobillier conhecia o referido texto de Lamé e que, portanto, pode ter sido influenciado por esse autor na elaboração do seu modo próprio de usar o referido método.

As proposições mencionadas na nota de rodapé são versões do corolário quando o ponto e/ou a reta inicial estão situados no infinito. É curioso esse re-uso (ainda que não declarado) da *teoria das projeções.* Além de o argumento fechar-se elegantemente em si mesmo, ainda faz com que as pesquisas de Bobillier se encontrem com as pesquisas dos seus contemporâneos. Assim, ao tomar no infinito o ponto arbitrário indicado no resultado **(1.)** do Corolário acima (coluna da esquerda), Bobillier reobtém esse teorema de Lamé:[253]

Proposição D. *Os conjugados de diâmetros paralelos em uma linha de segunda ordem circunscrita em um mesmo quadrilátero concorrem em um mesmo ponto.*

Agora, ao tomar no infinito a reta indicada no resultado **(2.)** do Corolário (coluna da esquerda), Bobillier obtém esse teorema:[254]

Proposição E. *Fazendo variar a direção comum dos diâmetros paralelos, seus pontos de concorrência descreverão uma nova linha de segunda ordem, lugar dos centros de todas as outras.*

A seguir, Bobillier reobtém parte de um teorema que Poncelet, num artigo de outubro de 1821, atribuiu a Isaac Newton. Para isso ele leva para o infinito a reta indicada no resultado **(1.)** do Corolário (coluna da direita).[255]

---

[252] O método da notação abreviada é o tema do próximo capítulo. Em particular, o texto de Lamé mencionado aqui é estudado na seção 6.2.1 desta tese.

[253] Esta é a primeira proposição enunciada em destaque na nota de rodapé da página 257. O enunciado de Lamé pode ser conferido em [LAMÉ 1817, p. 233] e foi devidamente referendado por Bobillier.

[254] Esta é a segunda proposição enunciada em destaque na nota de rodapé da página 257. A referência que Bobillier deu (volume 18 dos *Annales*, página 106) recai num texto de Gergonne. Mas este resultado não aparece lá. O resultado indicado na referência de Bobillier é o mesmo de Lamé já apresentado na proposição acima.

[255] Esta é a terceira proposição enunciada em destaque na nota de rodapé da página 257. O

Proposição F. *Os centros de todas as linhas de segunda ordem inscritas em um mesmo quadrilátero pertencem a uma mesma reta.*

O quarto enunciado na nota de rodapé é simplesmente uma versão do resultado **(2.)** do Corolário (coluna da direita) no mesmo contexto em que a reta a reta indicada em **(1.)** está no infinito.[256]

Proposição G. *Os conjugados dos diâmetros paralelos destas mesmas linhas de segunda ordem, enveloparão uma outra linha de segunda ordem.*

Por fim, nessa mesma nota, Bobillier sugere uma generalização para a definição de centro e diâmetro. Inicialmente, no caso de elipses e hipérboles, define-se o *centro* como sendo o ponto de interseção dos seus dois eixos de simetria. Já o *diâmetro* é qualquer corda da figura que passa pelo seu centro. Na nota, Bobillier sugere definir os *pontos centrais* de uma curva de grau (ou classe) qualquer como sendo os pólos de uma reta situada no infinito. Semelhantemente, definir as *retas diametrais* como as polares de um ponto igualmente situado no infinito. Adotando essas definições, pode-se generalizar os resultados enunciados na note de rodapé para curvas de grau (ou classe) $m > 2$.

Como já foi dito acima, o segundo trecho do artigo *Pesquisas sobre as leis gerais que regem as linhas e superfícies algébricas* é uma versão espacial do trecho anterior. Esta parte ocupa as sete páginas seguintes do texto,[257] e nela aparecem quatro definições, três consequências das definições, cinco proposições prévias, o Teorema II composto de cinco pares duais de resultados, o corolário principal deste teorema, e corolários em notas de rodapé, englobando vários resultados. Quanto ao terceiro trecho, é outra versão espacial do primeiro e ocupa as últimas seis páginas do artigo.[258] Nesse trecho final não há definições, mas há cinco proposições prévias, o Teorema III composto de cinco pares duais de resultados, o corolário principal deste teorema, e outros corolários em notas de rodapé, apresentando vários resultados.

Os três últimos artigos de geometria de situação de Bobillier.

Há ainda mais três artigos de Bobillier registrados sob a rubrica editorial da geometria de situação. No final de 1828 apareceram dois deles: *Pesquisas sobre as leis gerais*

enunciado de Poncelet para o teorema de Newton pode ser encontrado em [PONCELET 1821, p. 109]. Uma versão deste mesmo teorema volta a aparecer nas páginas dos *Annales*, num texto de Durrande, datado de abril de 1824: [DURRANDE 1824, p. 309].

256 Esta é a quarta e última proposição enunciada em destaque na nota de rodapé da página 257.

257 [BOBILLIER 24, pp. 257-264].

258 [BOBILLIER 24, pp. 264-269].

que regem as curvas algébricas no fascículo de outubro,[259] e *Pesquisas sobre as leis gerais que regem as superfícies algébricas*, em novembro.[260] Esses dois artigos são versões mais ou menos expandidas do trabalho anterior publicado sob esta rubrica, em março. De fato, vimos que o artigo de março de 1828 é bastante denso. Nos dois artigos publicados no fim do ano, a situação é outra: temos textos que reapresentam de modo menos *concentrado*, alguns dos trechos do artigo anterior.

Os teoremas enunciados não são novos, o que há de novo são algumas demonstrações dadas à eles. Aliás, a intenção declarada de Bobillier é realmente essa, a de repetir teoremas tentando tornar ainda melhor a sua exposição. Isso fica manifesto na frase com que Bobillier abre cada texto, e que é exatamente a mesma, palavra por palavra: "Nós nos propomos, no que se segue de voltar de novo em algumas proposições já demonstradas para lhes estabelecer de uma maneira ao mesmo tempo mais simples, mais direta e mais geral."[261]

Não é mera curiosidade que a frase de abertura seja a mesma. Ambos os artigos têm a mesma estrutura geral e ambos apóiam-se (e referem-se) ao artigo de março diversas vezes.

A maneira "mais simples, mais direta e mais geral" a que Bobillier se refere é a de demonstrar os resultados principais do artigo anterior indo diretamente a eles, sem passar pelos resultados preliminares. Assim, nesses dois textos ele já não precisa evocar a *teoria das projeções* (como fez no caso anterior) para *trazer do infinito* alguns pontos ou retas ali situados. A *teoria das polares recíprocas* nos argumentos, bem como as colunas duplas nos enunciados, permanecem como marcas nesses textos.

Por fim, o último artigo do conjunto dos seis textos da geometria de situação de Bobillier, foi publicado tardiamente. Trata-se de *Teoremas sobre as polares sucessivas*.[262] Este artigo foi despachado de Châlons-sur-Marne, com data de 20 de abril de 1828, e só foi publicado por Gergonne nos *Annales* um ano depois, no fascículo de abril de 1829.

Entretanto a data da redação deste sexto trabalho, apenas um mês depois da publicação do significativo artigo *Pesquisa sobre as leis gerais que regem as linhas e superfícies algébricas*, explica a coerência do conjunto. A impressão que se tem

[259] [BOBILLIER 27]. Este artigo será retomado e comentado brevemente no próximo capítulo, especificamente na seção 6.4.1 desta tese.
[260] [BOBILLIER 28].
[261] Nous nous proposons, dans ce qui va suivre, de revenir de nouveau sur des propositions déjà démontrées pour les établir d'une manière à la fois plus simple, plus directe et plus générale. [BOBILLIER 27, p. 106] ou [BOBILLIER 28, p. 138]
[262] [BOBILLIER 38].

é que após o primeiro texto com resultados “espalhados” e o segundo com uma redação prolixa, Bobillier conseguiu se organizar e expôr com eficiência suas idéias que generalizam em várias direções a teoria inicial de pólos e polares intermediada por uma cônica.

Um detalhe aparentemente banal, mas no mínimo curioso, é que a palavra *ordem* aparece nos títulos dos dois primeiros trabalhos desta sequência de seis textos, mas é evitada nos títulos dos quatro últimos.

O último texto, que aliás é bem curto (com seis páginas), tem apenas dois teoremas e dois problemas. Limito-me a enunciar o primeiro teorema porque ele generaliza o antigo resultado de Poncelet, fundamental na sua teoria da reciprocidade polar. Trata-se de propriedade de que se a reta ℓ e o ponto P tem como pólo e polar intermediada por uma cônica, respectivamente, o ponto L e reta p e se $P \in \ell$, então vale que $L \in p$.[263]

Lembramos que a idéia de *polares sucessivas* de um ponto P em relação à uma curva $\mathcal{C}$, já aparece no segundo dos seis textos do conjunto, mas é somente aqui que essa expressão é registrada por Bobillier. Assim, dada uma curva plana $\mathcal{C}$ de grau m e um ponto P, pode-se obter uma sequência de curvas de graus $m-1$, $m-2$, ..., 2 e 1, denotadas respectivamente por C_{m-1}, C_{m-2}, ..., C_2, C_1 e tais que a curva polar de P em relação à $\mathcal{C}$ é C_{m-1}, a curva polar de P em relação à C_{m-1} é C_{m-2} e assim sucessivamente, até que finalmente a curva polar de P em relação à cônica C_2 seja e reta C_1. Bobillier chama essas curvas de 1ª polar, 2ª polar, ..., $(m-2)^{\text{ésima}}$ polar e $(m-1)^{\text{ésima}}$ polar de P em relação à $\mathcal{C}$, respectivamente. Nessas circunstâncias, Bobillier mostrou que

Teorema I. *Se, em relação a uma mesma diretriz do* $(p+q)^{\text{ésimo}}$ *grau, determina-se a* $p^{\text{ésima}}$ *polar de um ponto* P *e a* $q^{\text{ésima}}$ *polar de um ponto* Q*, e se um dentre esses dois pontos tiver sido escolhido sobre a polar do outro, então este último ponto se encontrará reciprocamente sobre a polar do primeiro.*

Teorema I. *Se, em relação a uma mesma diretriz de* $(p+q)^{\text{ésimo}}$ *classe, determina-se a* $p^{\text{ésima}}$ *polar de uma reta* P *e a* $q^{\text{ésima}}$ *polar de uma reta* Q *e se uma dentre essas duas retas tiver sido escolhida tangente à polar da outra, então esta última reta se encontrará reciprocamente tangente à polar da primeira.*

Note que o simétrico e elegante resultado de Poncelet pode ser obtido tão simplesmente fazendo $p=q=1$ no igualmente simétrico e elegante teorema de Bobillier acima. O teorema de Poncelet/Bobillier está ilustrado na figura 5.16 abaixo.

[263] Confira em [PONCELET 1818, p. 211] uma das diversas vezes em que Poncelet enunciou este teorema. A importância deste resultado, aparentemente ingênuo, é comentada na seção 5.1.3 desta tese.

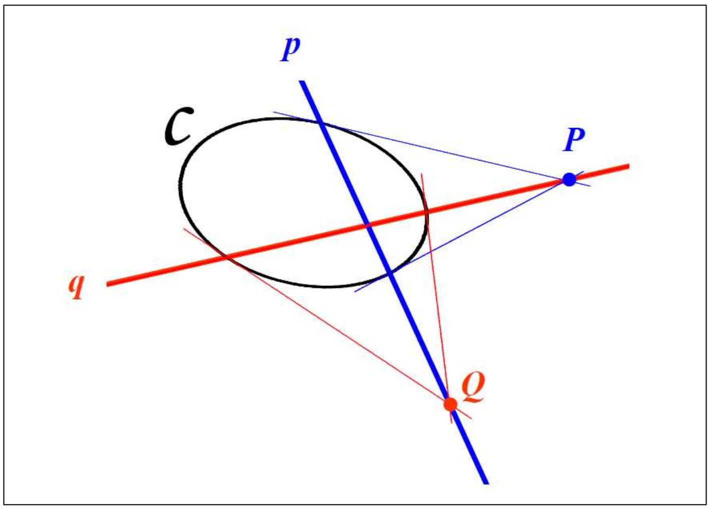


Figura 5.16: [BOBILLIER 38], Teorema I, caso $p = q = 1$.

Bobillier propõe um exercício nos *Annales de Gergonne*, em novembro de 1828.

Em novembro de 1828, ocorre a primeira vez (de três) em que Bobillier é apresentado nos *Annales* apenas pelo nome, sem nenhuma referência à procedência geográfica, vínculo institucional ou situação profissional. Isso pode indicar que a essa altura ele já é um autor conhecido (e reconhecido) pelo editor (e quem sabe também pelos leitores) dos *Annales*. Este é o único exercício proposto sob a "assinatura" de Bobillier.[264] O teor dos resultados propostos mostra claramente que são desdobramentos do terceiro, quarto e quinto textos de geometria de situação. Infelizmente, ninguém enviou aos *Annales de Gergonne* uma solução para esse problema proposto por Bobillier.

Num intervalo de sete meses a partir da proposição do problema, e após um febril e animado período produtivo em torno da geometria de situação, essa rubrica desaparece súbita e completamente.[265] O silêncio em torno do problema proposto por Bobillier pode ser considerado como sintoma e ilustração do declínio de rubrica.

Observando ainda que após o fim da rubrica, os *Annales* dura apenas mais dois anos, poderia-se procurar as respostas para os problemas de Bobillier em outros jornais. Entretanto, não consegui encontrar nos periódicos das décadas posteriores (*Nouvelles Annales*, *Journal de Liouville*, *Journal de Crelle*, etc) nenhuma solução e nem mesmo menção a este problema que Bobillier deixou aos seus leitores.

[264] Como está informado na seção **??** desta tese, há pelo menos mais um exercício proposto por Bobillier nos *Annales* (precisamente no tomo 17, página 284). Mas foi só a partir do final do 18º volume dos *Annales* que o editor passou a registrar os nomes dos matemáticos que lhe enviavam problemas.

[265] Veremos isso mais detalhadamente na seção 5.5.2 a seguir.

Os problemas propostos são dois pares de teoremas duais, cada um deles redigido muito concisamente. Esse excesso de concisão no texto pode ter atrapalhado a compreensão dos resultados que se pretendia obter.[266] Eis abaixo os enunciados dos problemas propostos, sem maiores considerações sobre eles.

I. *Se um tetraedro e uma superfície cônica de segunda ordem [estão colocadas simultaneamente] no espaço; as seções da superfície cônica pelos planos das quatro faces do tetraedro determinarão, duas a duas, seis novas superfícies cônicas de segunda ordem, cujos vértices, situados num mesmo plano, estarão três a três nas interseções de quatro retas traçadas neste plano.*

II. *O plano dos vértices das seis novas superfícies cônicas será o plano polar do vértice da primeira [superfície], relativamente à superfície de segunda ordem inscrita nesta mesma superfície cônica e tocando simultaneamente os planos das quatro faces do tetraedro.*

I. *Se um tetraedro e uma linha de segunda ordem [estão colocadas simultaneamente] no espaço; as superfícies cônicas que terão por base comum esta linha de segunda ordem e seus vértices nos quatro vértices do tetraedro determinarão, duas a duas, seis novas linhas de segunda ordem, cujos planos, concorrendo em um mesmo ponto, se cortarão três a três segundo quatro retas passando por este ponto.*

II. *O ponto de concorrência dos planos das seis novas linhas de segunda ordem será o pólo do plano da primeira [superfície], relativamente à superfície de segunda ordem circunscrita a esta mesma linha de segunda ordem e passando simultaneamente pelos quatro vértices do tetraedro.*

5.4.4 De como a geometria de situação de Bobillier fez Poncelet ser compreendido e apreciado pelos geômetras de sua geração, bem como trouxe Chasles de volta às pesquisas matemáticas.

Bobillier trouxe para a teoria de pólos e polares generalizações de algumas definições e teoremas. Além disso sugeriu novos conceitos e nomenclaturas. Essas contribuições foram percebidas pelos geômetras seus contemporâneos. Em particular, os velhos geômetras Poncelet e Chasles, em seus livros escritos muitos anos depois do fim dos anos 1820, ainda comentam entusiasmados essas contribuições de Bobillier.[267]

[266] É mais ou menos como aconteceu no caso mencionado acima, num dos corolários registrados no artigo [BOBILLIER 24].

[267] Os livros de Poncelet redigidos nos anos 1860 e o *Relatório* escrito por Chasles em 1870 já foram mencionados na seção 1.2.2 desta tese.

Poncelet, amigo do "inteligente e singularmente ativo" Bobillier.

No início de 1828, talvez por causa das resenhas tendenciosas publicadas no *Bulletin de Ferussac*, Poncelet acreditou num primeiro momento que Bobillier (a quem ele ainda não conhecia pessoalmente) havia aderido ao programa de Gergonne. Até que em algum momento, entre 1828 e 1829, Poncelet recebeu uma *carta de desculpas* de Bobillier. Não se sabe exatamente o que motivou essa carta de desculpas. Talvez alguns dos resultados que Bobillier tenha demonstrado e que Poncelet, em um de seus rompantes epistolares, tenha reclamado para si. O fato é que depois da carta de Bobillier para Poncelet, um certo senhor Bardin, professor na Escola regimentar de artilharia de Metz, intermediou uma "ligação sincera de amizade" entre os dois geômetras.[268]

> Estas mesmas teorias [analíticos-geométricas redigidas entre 1815 e 1816] foram retomadas e desenvolvidas com sucesso em 1827 por Bobillier, espírito inteligente e singularmente ativo, já citado no primeiro volume destas *Aplicações*, e que, após ter esposado às idéias do Sr. Gergonne, quis por bem enfim reconhecer sua própria injustiça no que me diz respeito, em uma correspondência e em relações particulares datando de 1828 a 1829; época onde ele se liga de uma amizade sincera por mim, por intermédio do Sr. Bardin, professor na Escola regimentar de artilharia de Metz, e bastante à par dos meus antigos trabalhos de geometria.[269]

Até onde pude apurar, não há mais cópia dessa carta ou de outros documentos que mostrem a amizade entre Bobillier e Poncelet. O historiador René Taton, autor do verbete *Poncelet* para o *Dicionário de Biografias Científicas*, informa que muitos documentos manuscritos de Poncelet foram perdidos em bombardeios na França durante a Primeira Grande Guerra (1914-1918).[270] Infelizmente, talvez seja esse o caso das cartas despachadas de Châlons para Metz a partir de 1828.

Em várias outras vezes, Poncelet testemunha a admiração que tinha pela "matemática elegante" de Bobillier. Vejamos duas dessas manifestações, extraídas do Tomo II do *Tratado das propriedades projetivas das figuras*, de 1866.[271]

[268] Libre Bardin foi professor em Metz, na mesma escola em Poncelet também lecionava. Além disso, Bardin é ex-politécnico da turma X1813. Pode ser daí que ele tenha conhecido Étienne Bobillier, pois a turma X1813 era a mesma que continha seu irmão mais velho, Marie André Bobillier.

[269] Ces mêmes théories [géométrico-analytiques rédigés de 1815 à 1816] ont été reprises et développées avec succés, en 1827, par Bobillier, esprit intelligent et singulièrement actif, déjà cité dans le premier volume de ces *Applications*, et qui, après avoir épousé les idées de M. Gergonne, voulut bien enfin reconnaitre sa propre injustice à mon égard, dans une correspondance et des relations particulières datant de 1828 à 1829 ; époque où il se lia d'une amitié sincère avec moi par l'intermédiaire de M. Bardin, professeur à l'École régimentaire d'artillerie de Metz, et bien au fait de mes anciens travaux de Géométrie. [PONCELET 1864, p. 486].

[270] [TATON 1970, p. 2039].

[271] [PONCELET 1866].

Em certo trecho, Poncelet comenta o resultado que diz que "(a) as curvas planas de grau m tem, em geral, e no máximo, $m(m-1)$ tangentes tomadas de um ponto arbitrariamente dado e (b) os pontos de contato se encontram situados sobre uma linha de grau $m-1$". A primeira parte do resultado encontra-se num texto de Poncelet de 1818,[272] enquanto que a segunda parte encontra-se no quarto dos seis textos de Bobillier rubricados sob geometria de situação.[273] Na opinião de Poncelet, "o Sr. Bobillier demonstrou, depois, este teorema por um modo analítico geral e bastante elegante, no tomo XIX dos *Annales*, de outubro de 1828."[274]

Um pouco mais adiante, após enunciar vários teoremas sobre pólos e polares, Poncelet dá um parecer, dizendo:

> Reconhecemos aqui os teoremas sobre os *pólos*, *polares* e *planos polares* de curvas e de superfícies algébricas, que o Sr Bobillier expôs por uma via analítica bastante elegante e que lhe é própria, em várias excelentes Memórias inseridas nos tomos XVII e XIX dos *Annales de Gergonne* (1827 a 1829).[275]

Poncelet em 1866: "Meus artigos só foram compreendidos e apreciados por causa do meu bom amigo Bobillier".

Mais do que apenas admiração pelos trabalhos de um amigo, Poncelet reconheceu que uma boa parte das suas próprias pesquisas só foram compreendidos e saboreados após 1828, graças a Bobillier.

Então vejamos. Numa das seções do Tomo II do *Tratado das propriedades projetivas das figuras*, enquanto comenta alguns dos seus trabalhos antigos que falam de reciprocidade polar, Poncelet reclama que seus textos não foram compreendidos pelos geômetras, nem pelos "algebristas" nem pelos "não algebristas". Quando reconhece a importância de Bobillier, parece que Poncelet se emociona pois insere num texto matemático uma fala bastante íntima, em que se mistura lembranças, denúncia, lamento, etc. Observe que na sequência do texto, logo após os elogios a Bobillier, Poncelet insere uma crítica a Plücker.

> Estes artigos, como eu digo lamentosamente, só foram compreendidos e apreciados

[272] Confira [PONCELET 1818, p. 214]. Esse texto é estudado na seção 5.1.3 desta tese.
[273] Resultado enunciado em [BOBILLIER 27, p. 109]. Esse texto foi mencionado na seção anterior dessa tese e será retomado na seção 6.4.1 do próximo capítulo.
[274] M. Bobillier a démontré, depuis, ce théorème par une marche analytique générale et fort élégant, dans le tome XIX des *Annales*, d'octobre 1828. [PONCELET 1866, p. 215].
[275] On reconnaît ici les théorèmes sur les *pôles*, *polaires* et *plans polaires* de courbes et des surfaces algébriques, que M. Bobillier a exposés par une voie analytique fort élégant et qui lui est propre, dans plusiers excelents Mémoires insérés aux tomes XVII et XIX des *Annales de Gergonne* (1827 à 1829). [PONCELET 1866, p. 290].

> depois de muito tempo, em 1828, pelos geômetras algebristas ou não algebristas, por causa de meu bom amigo Bobillier, ele também morto prematuramente nas agonias de uma vida conturbada pelas negações cruéis da injustiça ou pelas muitas legítimas esperanças enganadas. Se eu não faço a mesma exceção a favor do erudito professor da Universidade alemã de Bonn, é que, ao seguir os passos de Bobillier, ele alcançou, como já vimos, lenta e penosamente a concepções das idéias filosóficas ou metafísicas em questão em suas obras de 1828, 1831 e mesmo as de 1835 e 1839 (...).[276]

É curioso notar como Plücker é percebido por Poncelet como um "seguidor" de Bobillier.[277] A leitura dos textos de Plücker mostram que ambos (ele e Bobillier) foram geômetras algebristas talentosos. Mais do que isso, ambos colocaram seu talento algébrico em prol de contribuir com a geometria dos teoremas duplos. Bobillier, por sua parte, fazendo extensões da teoria de pólos e polares. Já Plücker, tentando "salvar" o que havia de mais charmoso na dualidade: que a dual da dual volta à configuração inicial. Apesar disso, Poncelet elogia a geometria algébrica de Bobillier, mas não concede o mesmo favor à geometria algébrica de Plücker. Para Poncelet, Plücker só vai alcançar as concepções filosóficas e metafísicas adequadas nos seus tratados dos anos 1830, mas de uma maneira muito "lenta e penosa".

Quando o "impaciente mas inteligente" Bobillier desperta Chasles de um longo silêncio.

Agora temos um momento curioso onde as lembranças do velho Poncelet, ora admirativas, ora ressentidas, se voltam para Michel Chasles. Dessa vez Poncelet reclama de um "lamentável silêncio [matemático]" de Chasles que durou 14 anos.

Na introdução do *Tratado das propriedades projetivas das figuras* de 1822, Poncelet alista o nome de Chasles, entre diversos outros geômetras, como um dos precursores da teoria das projeções (particularmente por causa dos seus estudos da projeção estereográfica). De fato, Chasles chegou a publicar alguns artigos na *Correspondência sobre a Escola Politécnica*, na época em foi aluno de lá.[278] Mas no início dos anos

[276] Ces articles, je le redis à regret, n'ont été compris, goûtés que longtemps après 1828 par les géomètres algébristes ou nom algébristes, si ce n'est par mon excellent ami Bobillier, lui aussi mort avant l'âge dans les angoisses d'une vie troublée par les dénis cruels de l'injustice et de bien légitimes espérances trompées. Si je ne fais pas la même exception en faveur du savant professeur de l'Université allemande de Bonn, c'est qu'en suivant les traces de Bobillier, il n'est arrivé, comme on la vu, que lentement et péniblement à la conception des idées philosophiques ou métaphysiques dont il s'agit, dans ses ouvres de 1828, 1831 et même de 1835 et 1839 (...). [PONCELET 1866, p. 441].

[277] Não é a primeira vez em que se alinha Plücker como um seguidor de Bobillier. Veremos no próximo capítulo, na seção 6.5.1, que Orly Terquem redige um comentário semelhante, num texto publicado nos *Nouvelles Annales* em 1844.

[278] Chasles publicou na *Correspondência* de Hachette em 1813. Ele diz isso em [CHASLES 1828

1820, e desde muito tempo, Chasles não publicava nada. Nos *Annales de Gergonne*, por exemplo, o primeiro texto de Chasles apareceu apenas em março de 1828.[279]

Esse texto foi o "despertar" de Chasles, de volta às pesquisas em geometria. O próprio Chasles comenta e confirma esse despertar, ao dizer que suas novas idéias para pesquisas foram inspiradas "pela leitura da análise da memória apresentada ao Instituto pelo Sr. Poncelet em 1824." Após remeter ao texto de Poncelet nos *Annales*, Chasles completa dizendo: "É esta leitura que me fez retomar as pesquisas geométricas interrompidas desde a muitos anos."[280] Observe que a inspiração confessada de Chasles é nada menos que aquela análise da *Memória* lida na academia, que Gergonne publicou parcialmente em março de 1827, no momento inicial da fase mais aguda da polêmica contra Poncelet.[281]

Para Poncelet, entretanto, Chasles só reapareceu na matemática depois de dois eventos: primeiro, a polêmica pública entre ele e Gergonne (a polêmica como um todo, e não apenas a análise da *Memória*), e segundo, um artigo de Bobillier onde aparecem resultados aos quais Chasles já tinha chegado, mas não publicado. O artigo de Bobillier mencionado por Poncelet nesse episódio é *Demonstrações de diversos teoremas de geometria*,[282] publicado em janeiro de 1828.

Observe como dessa vez Poncelet fala de uma maneira ligeiramente repreensível de Bobillier. Primeiro, chamando-o de "impaciente", e segundo, insinuando a intervenção da "caneta irascível" de Gergonne em alguns trechos do artigo de Bobillier, principalmente, talvez, na "conclusão pouco amistosa".

> Citando várias vezes, na Introdução do *Tratado das Propriedades Projetivas* (tomo 1º), com os nomes de Desargues, Pascal, Monge, Livet, Dupin, Brianchon, Servois entre outros, o nome do Sr. Chasles como um dos precursores dos métodos de projeção e de transformação de figuras; desajeitadamente disfarçando de exaltar ali [na Introdução] as minhas próprias invenções, eu quase já não mais esperava que depois de 14 anos de um silêncio lamentável, este estudioso finalmente despertado pelo barulho das minhas discussões com Gergonne, e especialmente pelas belas aplicações da teoria das polares recíprocas publicadas pela impaciente, mas inteligente Bobilier, em janeiro de 1828; eu não mais esperava, dizia eu, que o Sr. Chasles, por sua vez, iria pôr os pés no meu próprio terreno, encorajado pela notável mas pouco amistosa conclusão de Bobillier, onde a irascível caneta de Gergonne se faz perceber, e onde se lê, entre outras, as seguintes linhas: (...).[283]

b, p. 277]. Lembremos que Chasles é da promoção de X1812 na Escola Politécnica.

[279] [CHASLES 1828 a].

[280] C'est cette lecture qui m'a fait reprendre des recherches géométriques interrompues depuis bien des années. [CHASLES 1828 a, p. 270].

[281] [PONCELET 1827 a].

[282] [BOBILLIER 21].

[283] En citant à plusieurs reprises, dans l'Introduction du *Traité des Propriétés Projectives* (tome

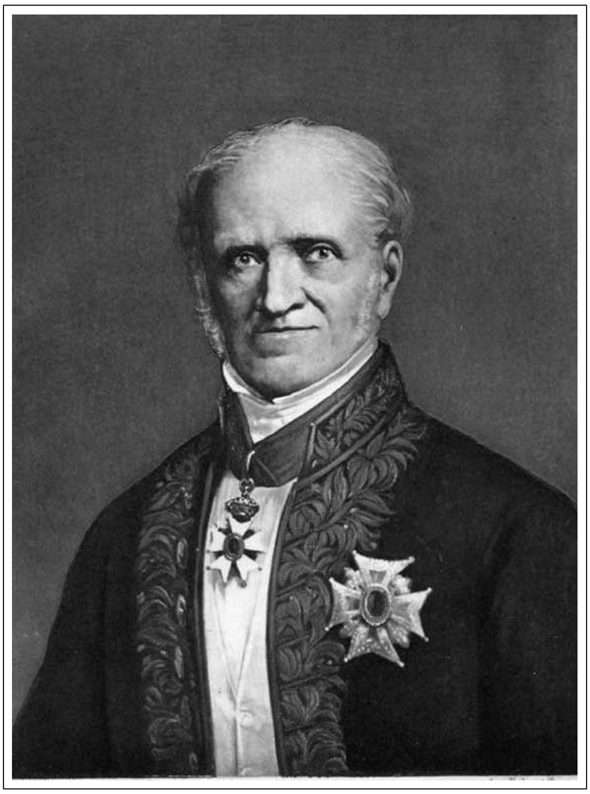


Figura 5.17: Michel CHASLES.

Após essa longa frase de Poncelet, ele cita um trecho da tal "conclusão pouco amistosa" de Bobillier. Eis então o que aparece no artigo de Bobillier, de janeiro de 1828.

> Cremos ter que declarar, na conclusão, que está muito longe de nosso pensamento pretender nos atribuir a propriedade exclusiva dos diversos teoremas que acabamos de demonstrar, e [nem pretender] que nos teria sido fácil estender indefinidamente essa lista. Não temos dúvida de que alguns poucos deles sejam já conhecidos, e é mesmo possível que tudo já tenha sido descoberto por outros além de nós. Tudo o que podemos dizer com certeza é que na redação do artigo que acabamos de ler, nós nos apoiamos somente no conteúdo da carta já citada do Sr. Poncelet. É sem dúvida um dever, quando nos apoiamos no trabalho de outro, citar cuidadosamente as fontes das quais extraímos [as informações], mas seria obviamente desencorajador em quaisquer

1er), avec les noms de Desargues, Pascal, Monge, Livet, Dupin, Brianchon, Servois ou autres, le nom de M. Chasles comme étant celui de l'un des précurseurs des méthodes de projection, de transformation des figures ; en négligeant maladroitement d'y faire valoir mes propres inventions, je ne m'attendais guère que, après quatorze années d'un silence regrettable, ce savant, réveillé enfin par le bruit de mes discussions avec Gergonne, surtout par les belles applications de la théorie des polaires réciproques publiées par l'impatient, mais intelligent Bobilier, dans le numéro de janvier 1828, je ne m'attendais pas, dis-je, que M. Chasles, à son tour, viendrait prendre pied sur mon propre terrain, encouragé par cette remarquable et peu amicale conclusion de Bobillier, où la plume de l'irascible Gergonne se laisse deviner, et où on lit entre autres les lignes suivantes : (...). [PONCELET 1866, p. 418].

> pesquisas, se após ter chegado por suas próprias meditações a algum resultado que se acredita novo, tentar manter-se antes de tudo em dia, ao ler tudo o que pudesse ter sido escrito sobre o mesmo assunto.[284]

Se essa "conclusão pouco amistosa" for mesmo de Bobillier, então é uma resposta honesta e diplomática no que diz respeito à sua posição em relação à polêmica de Poncelet versus Gergonne. Permite-nos inferir uma tentativa dele em manter-se neutro em questões de prioridade. É fundamental observar a data: esse texto do professor de Châlons apareceu em janeiro de 1828, quando o fogo cruzado entre o capitão engenheiro de Metz e o editor de Montpellier estava em alto volume. Apesar de uma pretendida neutralidade de Bobillier, nessa fase aguda da polêmica a sua posição parecia favorecer mais a Gergonne do que a Poncelet.

Quanto ao qualificativo usado pelo velho Poncelet em 1866, a leitura do trecho citado de Bobillier indica que "impaciente", para Poncelet, pode significar "apressado em publicar alguma coisa, mesmo que os resultados não sejam novos" ou "desinteressado em se inteirar de tudo o que já se falou sobre o assunto".

Apenas para constar, como uma curiosidade que fecha um ciclo de referências, a "carta de Poncelet" mencionada por Bobillier é, de novo, a tal análise da *Memória*, publicada em março de 1827, exatamente o mesmo texto mencionado por Chasles na sua confissão de despertamento.

Chasles em 1870: "Bobillier, o geômetra distinto, que deu grandes esperanças às matemáticas".

O *Relatório sobre os progressos da geometria na França* é um livro de Michel Chasles escrito sob encomenda nos anos 1860 e publicado em Paris em 1870.[285] Dito mais claramente, em 1846, o ministro de instrução pública criou uma cadeira de geometria superior na Faculdade de Ciências de Paris (Sorbonne) a partir da solicitação de vários cientistas, incluindo o respeitado veterano Louis Poinsot. A cadeira foi oferecida a

[284] Nous croyons devoir déclarer, en terminant, qu'il est fort loin de notre pensée de prétendre nous attribuer la propriété exclusive des divers théorèmes que nous venons de démontrer, et dont il nous eût été facile d'étendre indéfiniment la liste. Nous ne doutons pas que quelque-uns d'entre eux ne soient déjà connus, et il se pourrait même que tous eussent déjà été découverts par d'autres que par nous. Toute ce que nous pouvons affirmer avec certitude, c'est qu'en rédigeant l'article qu'on vient de lire, nous ne nous sommes uniquement aidés que du contenu de la lettre de M. Poncelet déjà citée. C'est sans doute un devoir, lorsqu'on s'aide du travail d'autre, de citer soigneusement les sources où l'on a puisé, mais on serait évidemment découragé de toutes recherches si, après être parvenu, par ses propres méditations, à quelque résultat que l'on croit nouveau, ou était tenu avant de rien mettre au jour, de lire tout ce qui aurait pu être écrit sur le même sujet. [BOBILLIER 21, p. 202].

[285] [CHASLES 1870].

Chasles, que a essa altura já era bem conhecido tanto por suas pesquisas quanto pelo seu livro *Apreciação Histórica.*[286] Como contrapartida, o professor Chasles deveria escrever um texto que justificasse o novo curso. Ele então escreveu dois livros-textos diretamente vinculados aos conteúdos ensinados no seu curso: a *Geometria Superior* em 1852 e o *Tratado de Seções Cônicas* em 1865 e na sequência publicou o terceiro livro intitulado *Relatório sobre os progressos da geometria na França* em 1870. Este livro tem um caráter de revisão de artigos e livros-textos publicados na primeira metade do século dezenove, além de conter os esboços biográficos de diversos matemáticos do período.

Um dos esboços biográficos, ocupando 4 páginas do *Relatório*, é dedicado a Étienne Bobillier.[287] A frase que abre o texto de Chasles é "devemos pesquisas bastante notáveis a Bobillier, geômetra distinto, que deu grandes esperanças às ciências matemáticas."[288]

Em certo ponto do esboço, Chasles seleciona quatro resultados retirados de uma "sequência de memórias de Bobillier".[289] Daí ele referenda corretamente nos *Annales*, o tomo e a página de cada um dos seis textos que acabamos de estudar. Os resultados selecionados por Chasles são sobre configurações no plano e foram extraídos do primeiro, do terceiro e do último artigo.[290] Após alguns comentários adicionais e a informação de que a teoria se estende para superfícies no espaço, Chasles encerra registrando que "esta teoria de polares de curvas e superfícies, na qual encontramos aqui a origem e um desenvolvimento bastante extenso, foi, depois, objeto de pesquisa de diferentes geômetras e foi introduzida em várias obras."[291]

5.5 Geometria de situação nos *Annales* entre 1810 e 1830.

Nas próximas seções, pretendo dar um panorama um pouco mais amplo da geometria de situação, ao apresentar e estudar globalmente uma rede de textos sobre o assunto

[286] [CHASLES 1837].
[287] [CHASLES 1870, pp. 65-68].
[288] On doit des recherches fort remarquables à Bobillier, géomètre distingué, qui donnait de grandes espérances aux sciences mathématiques. [CHASLES 1870, p. 65].
[289] [CHASLES 1870, pp. 66-67].
[290] Mais precisamente, de [BOBILLIER 11] o teorema XII, de [BOBILLIER 24] o teorema I (1º e 2º resultados, coluna da esquerda) e de [BOBILLIER 38] o teorema I (coluna da esquerda).
[291] Cette theorie des polaires des courbes et surfaces, dont nous trouvons ici l'origine et un dévéloppement très-étendu, a été, depuis, le sujet des recherches de différents géomètres et s'est introduite dans plusieurs ouvrages. [CHASLES 1870, p. 67].

no *Annales de Gergonne*.

Uma *rede de textos* consiste no estudo sistemático de um coletivo de textos em torno de algum tema específico. É necessário salientar que uma rede de textos é um artefato que não pode ser dissociado do tema que lhe serviu de *pontapé inicial*. Entretanto, uma rede de textos deve ser encarada mais como um método heurístico em história da matemática do que como um objeto em si mesmo.[292]

Na seção abaixo, apresento e defendo os critérios usados para construir e organizar essa rede de textos. Na continuação, a seção seguinte mostra um estudo dessa rede, na expectativa de compreender melhor o que é a *geometria de situação*. Pretende-se mostrar que a geometria de situação praticada nos *Annales de Gergonne* nas décadas de 1810 e 1820 pode ser entendida como uma *disciplina*, por conter todos os elementos da definição proposta pela historiadora Catherine Goldstein: "Uma disciplina é um sistema de atividades científicas objeto-orientadas. Inclui: assuntos estudados, conceitos chaves, problemas principais, referências básicas, livros textos, sistema de organização e valores para uma prova ou demonstração".[293]

5.5.1 Seleção e organização de uma rede de textos em torno da geometria de situação.

A primeira etapa de um estudo baseado numa rede de textos consiste na escolha de um critério de seleção dos textos que devem compor a rede.

Para obter esses critérios, parti de oito textos iniciais que deveriam fazer parte da rede que eu pretendia compor: os dois artigos do Gergonne que lançam a rubrica *geometria de situação* nos *Annales* e os seis artigos de Bobillier publicados sob esta rubrica principal.[294] Esses oito foram tomados como pontos de partida, pois são textos que já vimos estudando ao longo deste capítulo e que são, na concepção do próprio editor dos *Annales*, textos de geometria de situação. Uma leitura atenciosa dos oito textos revelou algumas características comuns a todos (ou pelo menos a quase todos), que são as quatro seguintes:

1. A aparição da palavra "geometria de situação": seja na rubrica principal, ou na alternativa, ou no título ou no corpo do texto.

[292] Um breve comentário sobre a rede de textos enquanto método heurístico em história da matemática aparece na Introdução desta tese (Capítulo 1, precisamente na seção 1.3.2).

[293] Essa definição foi proposta pela historiadora em sua intervenção de 26 de novembro de 2012 no *Colóquio Poincaré 100 Anos*, evento realizado no IMPA (Instituto Nacional de Matemática Pura e Aplicada), no Rio de Janeiro.

[294] Trata-se dos textos [GERGONNE 1826 a], [GERGONNE 1827 a], [BOBILLIER 11], [BOBILLIER 14], [BOBILLIER 24], [BOBILLIER 27], [BOBILLIER 28] e [BOBILLIER 38].

2. A evocação explícita, por parte do autor, no corpo do texto, da “teoria das polares recíprocas” ou do “princípio da dualidade” para duplicar resultados obtidos.

3. A redação de trechos do texto em pares de colunas duais.

4. A aparição da palavras “pólo” ou “polar” no título ou no corpo do texto.

Essas *características* dos oito textos iniciais foram adotadas como os *critérios* para selecionar o coletivo de textos da rede. Note que esses critérios são todos muito objetivos para aplicar a um texto, pois consistem basicamente em procurar a incidência de palavras ou de expressões específicas no texto, ou ainda de observar o seu formato editorial. Porém esses critérios não são ingênuos. Apesar de parecer que são meramente aspectos formais ou editoriais, as características (que viraram critérios de seleção) apontam para as práticas e as concepções dos geômetras que estão associadas ao que (quase todos) eles mesmos chamam de “geometria de situação”.

De fato, vejamos o que esses critérios nos dizem sobre a geometria de situação. A característica **(1.)** foi atendida pelos oito textos iniciais. Enquanto critério, isso tenta capturar *as concepções* do editor e/ou dos autores do que seja a “geometria de situação”, pois são eles mesmos que dizem que ali está um texto que trata dessa geometria. Sobre a característica **(2.)**, ela foi atendida pelos seis textos de Bobillier e pelo segundo dos dois de Gergonne. Essa característica indica *a estratégia de demonstração* que parece ser a mais adequada (ou pelo menos a mais popular) para a geometria que está sendo construída coletivamente. Observo que na aplicação desse critério, foram consideradas a evocação de algumas expressões correlatas a “teoria das polares recíprocas”, como “teoria do pólos” ou “teoria das polares”. A característica **(3.)** foi atendida pelos textos de Gergonne e por quatro dos seis de Bobillier. Ela mostra *a forma de organizar* a teoria em questão. Note que essa forma de organização incide sobre axiomas, demonstrações e resultados. Por fim, a característica **(4.)** também foi atendida pelos seis textos de Bobillier e pelo segundo dos dois de Gergonne. Essa característica aponta para *os assuntos estudados* no âmbito do que os autores da rede consideram que seja a “geometria de situação”.

Para construir um coletivo de textos, me apoiei na hipótese inicial de que a rede em torno da geometria de situação deveria ser composta estritamente por *artigos que apresentassem pelo menos uma das quatro características* estabelecidas acima. Meu *conjunto universo*, onde selecionei os textos para compor minha rede, inicialmente foi o periódico *Annales de Gergonne* em todo seu tempo de publicação, a saber, de 1810 a 1832; não só me restringindo aos textos publicados sob a rubrica principal *geometria* em suas diversas qualificações disciplinares (analítica, de situação, transcendente, pura, elementar, etc...), mas abarcando tudo o que o jornal tinha a oferecer.

Inicialmente tive dúvidas se deveria ou não considerar os demais jornais onde Bobillier publicou ou os jornais que circulavam na sua época. Mesmo se eu considerasse outros periódicos, não pretendia ir além de 1832. Por que essa data limite para minha rede de textos? Primeiramente, porque desse ano pra frente, Bobillier já está estabelecido numa carreira exclusivamente docente em Châlons-sur-Marne, produzindo cursos e manuais didáticos, mas afastado da pesquisa. E além disso, 1832 é o ano em que o jornal *Annales de Gergonne* termina; provocando um vácuo de quatro anos em termos de periódicos de matemática na França (lembre-se que o jornal significativo seguinte será o *Journal de Liouville*, publicado a partir de 1836). Além do mais havia uma restrição de acesso a fontes. Para começar, não consegui acessar regularmente, nem pela internet nem presencialmente nas bibliotecas da França, todos os volumes da *Correspondência* de Quetelet. Quanto ao *Journal de Crelle*, esse periódico até é acessível, mas a maioria dos artigos ali publicados são redigidos em alemão, cuja leitura eu ainda não domino.

Por fim, só nessa etapa de seleção, percorrendo atenciosamente os *Annales*, já havia acumulado uma quantidade considerável de textos. A rede inicialmente estava formada com 92 textos, espalhados num intervalo de 20 anos, mas cuja concentração maior (62 dos 92 textos, ou seja, dois terços do total) ficou circunscrita ao intervalo final de quatro anos (1826 a 1829). Assim sendo, decidi manter a rede de textos de geometria de situação restrita aos *Annales de Gergonne*.

Os critérios de seleção foram preparados a partir dos oito textos citados no início desta seção. Mas já na primeira etapa de seleção consegui capturar para a rede os dois textos de *ensaios* de Bobillier (onde ele experimenta, ainda timidamente, os métodos onde ele se mostrou mais habilidoso) e os dois textos publicados sob a rubrica filosofia matemática, que estão entre os mais citados de Bobillier.[295]

Uma tentativa de ampliação da rede consistiu no seguinte: parti dos 92 textos que já havia obtido na primeira lista, procurando em cada um (no corpo do texto e nas notas de rodapé) citações explícitas a outros textos anteriores. Essas citações eram feitas pelos próprios autores dos textos ou pelo editor. Normalmente uma citação desse tipo informava que um determinado resultado (ou um caso particular dele, ou uma generalização, ou uma versão analítica, ou uma versão puramente geométrica, etc) já havia aparecido anteriormente num artigo do Fulano, na página tal, no volume tal dos *Annales*, etc. Ou que o assunto daquele texto já tinho sido abordado antes

[295] Os textos são [BOBILLIER 07], [BOBILLIER 09], [BOBILLIER 25] e [BOBILLIER 26]. Todos são alvos de apresentação e estudo detalhado, respectivamente nas seções 5.4.1, 6.2.3, 6.3.1 e 6.3.2, exclusivamente dedicadas a eles nessa tese.

por Beltrano, na página tal, no volume tal, etc. Com essa segunda seleção de textos, eu esperava dar conta de uma maneira mais efetiva das matemáticas contidas nos textos da rede. Fiz uma terceira rodada de seleção repetindo o processo com os textos obtidos na segunda rodada. Fiz uma quarta rodada a partir da terceira, e assim sucessivamente, até esgotarem-se todos os movimentos retroativos de citações.

Essa nova hipótese de trabalho um pouco mais do que dobrou a quantidade de elementos do meu coletivo de textos, mas não *melhorou* a distribuição deles no tempo. Dessa vez foram reunidos 191 textos, espalhados pelo mesmo intervalo de duas décadas. A concentração ainda permaneceu alta nos quatro anos finais da rede. No intervalo de 1826 a 1829 estão 70 dos 191 textos, ou seja, pouco mais de um terço do total. É bom reforçar a informação para que ela fique bem clara. Os 99 novos textos incorporados à rede na passagem para a segunda hipótese de trabalho não apresentam *nenhuma* das características formais estabelecidas na primeira hipótese de trabalho. Os novos textos ligam-se aos primeiros apenas por uma *rede de citações*.

Daqui pra frente, nesta seção e na próxima, vou chamar a rede obtida na primeira hipótese de trabalho de *rede básica*. A segunda rede, onde se acrescenta à rede básica a rede de citações, vou chamá-la de *rede aumentada*. E agora, como escolher com qual rede de textos trabalhar?

Ora, uma das maneiras de tratar uma rede de textos é encará-la como um estudo prosopográfico de um coletivo de escritos. Assim, uma vez estabelecida a rede de textos sobre a qual trabalhar, a etapa seguinte consiste em preparar uma base de dados, catalogando sistematicamente tantas informações quantas pareçam adequadas, extraídas de cada elemento da rede. E depois tentar reconstruir um panorama a partir da base de dados.

Num artigo recente das pesquisadoras francesas Claire Lemercier e Emmanuelle Picard,[296] as autoras indicam uma diferença fundamental entre a prosopografia voltada para o estudo de um episódio antigo ou aquela voltada para um episódio moderno, e essa diferença é, essencialmente, a quantidade de informações a se levar em conta.

Para estudos de episódios antigos da história, uma das dificuldades é a limitação da quantidade e da diversidade de fontes primárias. Assim, seria necessário alistar o máximo de informações sobre todos os indivíduos de um grupo, na intenção de descrevê-lo o melhor possível. Em contraposição, para episódios da era moderna ou contemporânea, geralmente dispomos de um excesso de fontes. Assim, para não correr o risco de coligir uma base de dados improdutiva – pela grande quantidade de

[296] [LEMERCIER e PICARD 2012].

dados alistados e pela eventual incompatibilidade entre os tipos de dados – deve-se recortar com inteligência os itens a ser alistados.

> Mas em situação de abundância e heterogeneidade de fontes, o agrupamento das informações só pode ser feito de forma fecunda quando se apóia em hipóteses fortes de pesquisa, que orientem tanto a definição do grupo a considerar quanto a natureza das informações a obter: trata-se mais de abstrair do que de descrever. De certa forma, poderia se dizer da prosopografia aplicada à época contemporânea que ele deve inverter a perspectiva ao discriminar rigorosamente as informações a pesquisar.[297]

Assim, "orientado tanto pela definição do grupo considerado" (textos dos *Annales de Gergonne*), "quanto pela natureza da informação a obter" (o que é a geometria de situação?), decidi "abstrair" a rede aumentada e concentrar minha análise na rede básica. Com isso, minha expectativa é de enfatizar mais um estudo qualitativo de um pequeno coletivo de textos, do que, propriamente, um estudo quantitativo de um coletivo maior. Decidi também "abstrair" um excesso de informações que se pode extrair de cada texto. Para isso, coligi uma base de dados onde fossem computados apenas a aparição dos elementos que atendem aos critérios de seleção, as rubricas (principal e alternativas) do texto, os autores e suas apresentações, as menções a textos fora da rede e a menção a nomes de pessoas no corpo do texto.

Algumas observações técnicas sobre a seleção de textos e a contagem de autores e rubricas.

Uma informação preliminar é de que há um apêndice que complementa este capítulo e que contém diversas tabelas onde são organizados e apresentados alguns dados da rede de textos.[298] Isto posto, eis algumas pequenas observações sobre a seleção de textos e a contagem de autores e rubricas.

Uma questão a ser bem esclarecida sobre o processo de seleção de textos, é que algumas *notas de rodapé* foram contabilizadas como textos independentes. Nos *Annales*, ao longo de um artigo, era comum aparecer eventuais notas de rodapé não assinadas e outras notas assinadas com as iniciais *J.D.G.* do nome do editor. Considerando o zelo do editor no que diz respeito às autorias dos artigos publicados em seu periódico, pode-se concluir que as notas não assinadas, ainda que não fossem explicitamente ditas, deviam ser mesmo notas do autor do texto principal. Já as notas assinadas por J.D.G., elas apareciam comumente e sempre em quantidade

[297] [LEMERCIER e PICARD, p. 613].
[298] Trata-se do apêndice G desta tese.

abundante.[299] Quanto ao conteúdo das diversas notas, uma boa parte era meramente referências a outros textos, sejam de outros jornais, tratados ou livros didáticos, sejam de tomos e fascículos anteriores dos *Annales.* Mas havia notas em que o conteúdo não era apenas para fazer referência, mas sim de interferência ou diálogo com o texto principal: debates, questões propostas, enunciados e demonstrações de teoremas correlatos aos apresentados no texto principal, correções, outros exemplos, etc. Algumas dessas notas tornavam-se tão grandes que chegavam a ocupar quase a mesma quantidade de espaço que o artigo principal do qual deveria ser um apodo. Essas notas de rodapé com conteúdo que não são exclusivamente de referências, mas que apresentam intervenções, são computadas como textos independentes.

A escolha de considerar algumas notas de rodapé como texto independente, interferiu na minha contagem de textos, autores e rubricas. No caso em que se trata de uma nota do autor do texto principal, contei apenas o texto principal, seu autor e sua rubrica. No caso em que seja uma nota assinada por J.D.G., isso foi contado como um texto novo sob a rubrica "nota de rodapé" e o único autor computado para esse texto – a nota – é um personagem que denomino por ora como "Gergone (editor)".

Por exemplo, consideremos o texto de Magnus onde há uma nota de rodapé de Gergonne.[300] No texto principal de Magnus não há nada que o faça atender algum dos critérios de seleção de textos para a rede, mas na nota de Gergonne sim. Assim o texto é computado uma única vez, bem como a data "setembro de 1825" também é contada apenas uma vez nas tabelas G.1, G.6 e G.7. O único autor desse texto é identificado como "Gergonne (editor)" nas tabelas G.4 e G.5. Vou considerar "Nota de rodapé" como a rubrica principal desse texto e isso é contabilizado na tabela G.2. Por fim, a rubrica do artigo de Magnus no qual Gergonne intervém, que no caso é "Geometria transcendente", junto com a rubrica inventada "Nota de rodapé", ambas são contadas na tabela G.3.

Outro exemplo. Consideremos agora o furioso texto de Poncelet publicado no *Bulletin de Ferussac.* Em novembro de 1827 o texto foi republicado nos *Annales* repleto de notas de rodapé de Gergonne. [301] Tanto o texto principal de Poncelet, quanto as notas do editor trazem contribuições para a geometria de situação. Assim tanto o texto como a data "novembro de 1827" são contados duas vezes nas tabelas G.1, G.6 e G.7. Cada contagem é imputada a um autor: "Poncelet" e "Gergonne (editor)" na tabela G.4. Semelhantemente, cada contagem é associada a uma rubrica,

[299] Não é à toa que o jornal oficialmente intitulado *Annales de mathématiques pures et appliqueés* tenha ganhado o significativo apelido de *Annales de Gergonne.*
[300] A nota está na página 91 de [MAGNUS 1825 b].
[301] [PONCELET 1827 c].

"Polêmica matemática" e "Nota de rodapé", ambas inseridas como a rubrica principal na tabela G.2. Essas mesmas rubricas engrossam a tabela G.3.

5.5.2 Um panorama da geometria de situação nos *Annales de Gergonne* entre 1810 e 1830: rubricas, aspectos formais, autores, textos e pessoas.

A rede de textos em torno da geometria de situação nos *Annales de Gergonne* reúne 92 textos, cuja lista completa é apresentada na tabela G.1, a primeira do apêndice G. Essa rede se espalha por vinte anos e mobiliza 20 autores identificados (além de alguns anônimos). Apesar de percorrer duas décadas de produção, a distribuição de textos ao longo do tempo é desequilibrada, pois concentra dois terços dos trabalhos na última quinta parte do intervalo de tempo. Para ser mais exato, nos últimos quatro anos da rede estão 62 dos 92 textos publicados. A tabela G.6 mostra as datas dos textos desse coletivo de textos. Observa-se, pela distribuição no tempo, que os anos produtivos na rede de textos são de 1826 a 1829. É curioso que este intervalo também seja exatamente o período ativo de Étienne Bobillier enquanto pesquisador em matemáticas.

A seguir vamos considerar mais detalhadamente os elementos que compõem essa rede. Mostraremos as rubricas envolvidas e os aspectos formais que os textos apresentam e que revelam as práticas geométricas dos autores. Mostraremos ainda as referências internas e externas à rede e as pessoas envolvidas direta ou indiretamente nessa construção coletiva. Com isso pretende-se oferecer um panorama que permita compreender o fenômeno da geometria de situação no jornal *Annales de Gergonne* entre 1810 e 1830.

O jornal e as rubricas da geometria de situação.

A rede de textos nos informa que a geometria de situação se espalha por 18 rubricas editoriais (contando a principal e as alternativas). Três dessas rubricas são de caráter, digamos, *editorial* ("correspondência", "nota de rodapé" e "polêmica matemática") e duas rubricas são do tipo *perguntas e respostas* ("questões propostas" e "questões resolvidas"), restando então 13 rubricas de caráter mais *disciplinar*: 10 "geometrias" e mais "filosofia matemática", "estática" e "dinâmica". As tabelas G.2 e G.3 exibem essas rubricas e a quantidade de textos contabilizados em cada uma.

Dentre os textos de caráter mais editorial, aponto que a única "polêmica" é um texto de Poncelet publicado no contexto da sua disputa pública com Gergonne.[302] A única "correspondência" também é de Poncelet, o primeiro texto dele nessa rede, redigido em 1817, no tempo em sua disputa com Gergonne ainda era moderada e respeitosa.[303] As "notas de rodapé" são numerosas e são todas assinadas por Gergonne. Isso reafirma o modo intervencionista de redigir o seu periódico.

Já o fato das rubricas "questões propostas" e "questões resolvidas" serem também ambas numerosas dentro da rede, apontam para a importância dessa atividade editorial na diagramação dessa disciplina (e das práticas matemáticas que a constitue) que é a geometria da situação. Lembramos que a atividade editorial do tipo *perguntas e respostas* marca um jornal não só como um veículo de idéia prontas de autores, mas como um espaço de debate e de construção coletiva da matemática. Na rede básica da geometria de situação temos 13 questões resolvidas (assim rubricadas) e 17 questões propostas. De modo geral, as questões propostas não têm assinatura de autor (ficando subtendido que são perguntas formuladas pelo editor), mas na rede há duas questões assinadas: uma por Steiner em outubro de 1828 e outra por Bobillier no mês seguinte.[304] De resto, informo que das 17 questões propostas na rede, 7 delas foram resolvidas no âmbito da própria rede (embora não exclusivamente na rubrica "questões resolvidas"): uma resolução por um assinante anônimo, uma por Poncelet, duas por Durrande e três por Bobillier.

Sobre as rubricas de caráter disciplinar, nota-se que 10 delas são "geometrias" nas mais diferentes qualificações. A rubrica "geometria de situação" é, obviamente, a mais numerosa nesta rede, seguida de "geometria analítica" e "geometria elementar".

Chamo a atenção para a evolução da rubrica "geometria de situação". Sua primeira aparição no periódico é no índice do volume 15. Ela aparece como rubrica alternativa de um texto de Tédenat, em outubro de 1824, cuja rubrica principal é "questão resolvida".[305] Uma outra rubrica alternativa desse mesmo texto é "dinâmica". Este texto pode ser considerado como uma *pista falsa* no rumo da geometria de situação. De fato, o artigo de Tédenat responde três perguntas: a primeira é sobre o movimento de um ponto material sujeito a forças de aceleração em diferentes direções, a segunda é sobre o movimento de um pêndulo em função do seu ângulo de abertura em relação à vertical e a terceira é a descrição de sólidos geométricos obtidos pela interseção dos poliedros platônicos com planos cortando pontos médios de suas

[302] Trata-se de [PONCELET 1827 c], já estudado na seção 5.3.2 desta tese.
[303] [PONCELET 1817 b].
[304] São os textos [STEINER 1828 d] e [BOBILLIER 29], respectivamente.
[305] [TÉDENAT 1824].

arestas. Esse conteúdo é singular dentro da rede, sem ressonância em nenhum dos outros textos capturados. E é fácil ver que é incompatível com todos os conteúdos tratados até então e que desembocariam numa geometria de situação mais próxima da intuição dos seus praticantes: uma geometria de pólos e polares, uma geometria da régua e/ou uma geometria de incidência de figuras.

As duas aparições seguintes também são como rubrica alternativa. Uma delas é justamente no primeiro texto de Plücker reclamado por Poncelet (agosto de 1826).[306] A outra é num texto de novembro de 1826 de Ferriot, decano da Faculdade de Ciências de Grenoble, intitulado *Nota sobre a teoria das transversais*.[307] Aqui é significativo que em ambos os textos a rubrica principal é "geometria da régua". Depois disso, as próximas aparições da rubrica "geometria de situação" são nos dois textos de Gergonne já amplamente mencionados neste capítulo.[308] No texto de Gergonne de janeiro de 1826, ela ainda vem como rubrica alternativa (cuja principal é "filosofia matemática") e no de janeiro de 1827, ela finalmente vem como rubrica principal. Prosseguindo, como já foi dito em outros momentos deste trabalho, vem o primeiro texto autoral sob a rubrica principal de geometria de situação, não assinado por Gergonne: é o início da sequência dos seis artigos de Bobillier sob essa rubrica, em outubro de 1827.[309] Na continuação, o que se nota nos *Annales* é um entusiasmo da parte do editor para com a nova rubrica. Do artigo de Bobillier pra frente (excluindo as "questões propostas") a rede tem 33 textos, 19 dos quais rubricados sob a geometria de situação. Esse entusiasmo (talvez exagerado?) do editor justifica porque a rede básica de textos fica grossamente concentrada em seus últimos quatro anos.

Ainda sobre as rubricas, é bom lembrar que a classificação dos textos é de responsabilidade do editor, e que isso reflete muito mais a *sua visão particular* de quais práticas matemáticas pertencem a que campos de saberes, do que propriamente a percepção dos autores e leitores de um jornal. No caso de textos que são "questões resolvidas", as rubricas alternativas do índice prestam algum esclarecimento do que seja o conteúdo de um texto. Mas os textos que já tem uma rubrica principal *disciplinar*, a atribuição de uma rubrica alternativa pode indicar alguma dúvida do editor em como classificar aquele conteúdo que ele tem nas mãos para publicação. Neste sentido, e no caso da geometria de situação, os anos de 1828 e 1829 parecem ter sido anos de *certeza* para o editor Gergonne, do que seja essa geometria. Dos 19 textos contados no parágrafo acima, apenas um tem dupla rubrica, e os outros 18 são rubri-

306 [PLÜCKER 1826 a].
307 [FERRIOT 1826 b].
308 [GERGONNE 1826 a] e [GERGONNE 1827 a].
309 [BOBILLIER 11].

cados uma vez só. Ou seja, desde o artigo de Bobillier, quase tudo que foi rubricado sob "geometria de situação" no principal, não tem rubrica alternativa. A exceção é um artigo de Chasles, publicado em maio de 1828, sob rubrica principal "geometria pura".[310] Complementarmente, a *certeza* de Gergonne se estende às outras classificações, pois, no volume 19 do periódico (de julho de 1828 a junho de 1829), todos os textos selecionados para a rede, sem exceção, são rubricados uma vez só. Essa *certeza* do editor em 1828 e 1829 contrasta com a *pista falsa* de 1824 (o texto de Tédenat) e as *não-definições* que aparecem nos seus principais textos sobre o tema em 1826 e 1827.[311]

Por fim, há um fato estranho relacionado a essa rubrica, que é a sua completa ausência nos volumes 20, 21 e 22 do periódico. Após um volume recheado com muitas produções apresentadas sob essa rubrica, chega-se a um último texto, que é de Gergonne.[312] Este artigo está publicado no fascículo de maio de 1829. Ao fim súbito da "geometria de situação" enquanto rubrica, segue-se o seu fim enquanto *rede de textos*. Não que haja aí uma relação de causa e efeito. O que há é somente uma contingência no fato de que no mês seguinte aparece o último texto desta rede: a *Memória sobre a hipérbole equilátera* de Bobillier.[313]

Nos volumes 20, 21 e 22 dos *Annales* (de julho de 1829 a agosto de 1831), os últimos desse afamado jornal, ainda há alguns artigos de geometria. Há até mesmo alguns tratando de curvas e superfícies de segundo grau. Mas nenhum deles atende aos aspectos formais que serviram de critério para a seleção dos textos da rede que está sendo analisada aqui.

Os quatro critérios de seleção de textos para a rede básica.

Os critérios usados para selecionar os textos que compõem essa rede, dizem respeito aos aspectos formais desses textos. Informo outra vez que esses critérios são: **1.** a aparição da expressão "geometria de situação"; **2.** a aparição da expressão "teoria das polares recíprocas" (ou correlatas, como "teoria do pólos", "teoria das polares", etc) ou da expressão "princípio da dualidade"; **3.** a aparição de trechos redigidos em colunas duplas; **4.** a mera aparição da palavras "pólo" ou "polar" no texto.

[310] [CHASLES 1828 c].
[311] As *não-definições* que Gergonne dá para a geometria de situação, isto é, as definições dessa geometria que dizem o que ela *não é*, aparecem em [GERGONNE 1826 a, p. 209], [GERGONNE 1827 c, p. 383] e [GERGONNE 1827 e, p. 150]. Isso é apontado e comentado nas seções 5.2.2 e 5.3.2 desta tese.
[312] [GERGONNE 1829 d].
[313] [BOBILLIER 40].

Embora os aspectos formais usados como critério para selecionar os textos que a compõem tenham sido tomados a partir de escritos de Gergonne e de Bobillier, eles atendem também às concepções de Poncelet do que se espera que seja uma "geometria de situação". De fato, os critérios da aparição de palavras como "pólo", "polar", "teoria das polares recíprocas", etc (critérios **(2.)** e **(4.)**), estão adequados às práticas geométricas de Poncelet. Já a aparição da palavra "dualidade" (ou "princípio da dualidade"), além da diagramação em colunas duplas (critérios **(2.)** e **(3.)**), correspondem às concepções de Gergonne.

Quanto ao critério **(1.)**, de aparição da expressão "geometria de situação", esse é o mais óbvio a ser usado na seleção dos referidos textos. Inicialmente, pensei que essa expressão apareceria majoritariamente nas folhas de rostos dos artigos (indicando a rubrica inventada em janeiro de 1826), e que quando aparecesse no corpo de algum texto, seria apenas de 1826 pra frente. Para minha surpresa, a primeira ocorrência dessa palavra (não só na rede, mas em todo o periódico *Annales de Gergonne*) é bem anterior, e inesperadamente num texto de Poncelet em novembro de 1817.[314] Este texto de Poncelet, rubricado sob "filosofia matemática", tem o significativo título de *Reflexões sobre o uso da análise algébrica na geometria; seguido da solução de alguns problemas dependente da geometria da régua.* No trecho em que aparece a expressão, a "geometria de situação" é colocada em oposição ao que Poncelet chamou então de "geometria ordinária". Pela geometria de situação, Poncelet contava quantas soluções (configurações de incidência) são possíveis, para os dados iniciais do problema em posição geral. Pela "geometria ordinária", Poncelet oferecia construções geométricas para certas posições particulares entre os elementos inicialmente dados no problema.

Contando o texto de Poncelet, há um total de 24 textos contendo a expressão "geometria de situação". Isso inclui a *pista falsa* já mencionada acima, o artigo de temas misturados assinado por Tédenat em 1824.

O segundo critério observa a aparição das expressões "teoria das polares recíprocas", "teoria do pólos" ou "teoria das polares", e isso aponta para uma *prática geométrica compartilhada* pelos autores desta rede: o de evocar uma "teoria" para estabelecer e enunciar proposições, sem acréscimos de novos cálculos ou argumentos, a partir de outras proposições já demonstradas. Nesse mesmo sentido, também faz parte do critério **(2.)** a aparição da expressão "princípio da dualidade", cuja evocação se presta ao mesmo fim. Quarenta e cinco textos foram selecionados nesse critério, mas apenas 7 faz referência ao "princípio da dualidade", enquanto que os demais 38

[314] [PONCELET 1817 c].

chamam a "teoria da polares recíprocas".

A prática de enunciar teoremas baseado na teoria das polares recíprocas está bem espalhada na rede. Sua primeira aparição é em fevereiro de 1816, num texto de Frégier,[315] e a última ocorre em junho de 1829, no texto que fecha a rede, assinado por Bobillier.[316] Mesmo após o lançamento do *programa de pesquisa* de Gergonne, e da sua insistência inicial em fazer valer um *princípio de dualidade*, o hábito de evocar a reciprocidade polar ainda é forte na rede, o que se percebe ao notar que isso acontece em 31 dos 62 textos desde janeiro de 1826 até o final. Além de Poncelet, evidentemente, os autores que chamam a teoria das polares recíprocas são Frégier, Durrande, Brianchon, Dandelin, Sturm, Chasles, Steiner, o próprio Gergonne e Bobillier. Em particular, em 11 dos 16 textos de Bobillier selecionados para a rede, essa prática se manifesta.

A evocação do princípio da dualidade foi uma semente lançada por Gergonne, que germinou timidamente mas não floresceu. Das sete aparições da expressão "princípio da dualidade", quatro são em textos de Poncelet ou Gergonne no contexto da polêmica. Nesse caso não se trata exatamente da evocação de um "princípio" para enunciar proposições novas a partir de outras proposições já demonstradas, mas de um debate em torno da expressão "princípio da dualidade" em si mesma. Das outras três aparições, agora sim como argumento para duplicar enunciados de teoremas, uma é num texto de Gergonne, uma em Plücker e uma em Bobillier.[317] Na única vez em que de fato chama o princípio da dualidade, o próprio Gergonne confessa, em nota de rodapé de outubro de 1828, a sua hesitação em usar essa expressão: "Por muito tempo evitamos empregar esta expressão [o princípio da dualidade], tanto por causa da má acolhida que recebem do público em geral as locuções novas, quanto porque esta palavra *dualidade* é um dos termos da filosofia do qual fazemos muito pouco caso."[318]

Ao contrário da expressão "princípio da dualidade", que parece não ter sido bem recebida pelos geômetras dos anos 1820 (e isso fez Gergonne hesitar), a apresentação de textos e enunciados em colunas duplas foi um sucesso editorial imediato (e isso fez Gergonne se entusiasmar). Esse tipo de diagramação foi uma invenção edito-

[315] [FRÉGIER 1816 a].
[316] [BOBILLIER 40].
[317] [GERGONNE 1828 b, p. 114], [PLÜCKER 1828 c, p. 133] e [BOBILLIER 38, p. 305].
[318] Nous avons long-temps hesite à employer cette expression [le principe de dualité], tant à cause du mavais accueil que reçoivent d'ordinaire du public les locutions nouvelles, que parce que le mot *dualité* est un des termes d'une philosophie dont nous faisons assez peu de cas. [GERGONNE 1828 b, p. 114].

rial marcante na geometria do século dezenove. Para além dos *Annales*, essa marca aparece também em alguns importantes livros de pesquisa ou de ensino de geometria da segunda metade do século dezenove, assinado por autores, como Salmon ou Cremona.[319]

A aparição de texto em colunas duplas é o critério **(3.)**, que selecionou 30 textos da rede. Deve-se lembrar que essa diagramação foi *inaugurada oficialmente* em janeiro de 1826 por Gergonne,[320] para acentuar a característica de dualidade da geometria de situação. Por isso, dos 30 textos selecionados por esse critério, todos exceto um, aparecem entre 1826 e 1829.

A exceção é um texto do próprio Gergonne, publicado em novembro de 1824.[321] Trata-se de um artigo sobre os poliedros regulares, rubricado sob "geometria elementar". Nesse contexto, dado um poliedro regular, seu dual é um segundo poliedro obtido ao tomar como vértices os centros de cada face do primeiro. Assim, considerando apenas a forma e não necessariamente as medidas das figuras, vale que o hexaedro (cubo) e o octaedro são duais entre si, o dodecaedro e o icosaedro formam outro par dual, e o tetraedro é dual de si mesmo. É essa dualidade ressaltada no texto de Gergonne. Suas considerações versam sobre contagem dos elementos dessas figuras (vértices, arestas e faces) e sobre a fórmula conhecida como *Relação de Euler*. Alguns anos mais tarde, Gergonne vai voltar a esse assunto,[322] dessa vez cuidando de rubricar sob "geometria de situação" seu segundo artigo sobre poliedros regulares. Curiosamente, como se fechasse um ciclo, esse será o último texto dos *Annales* rubricado sob "geometria de situação".

Ainda comentando os aspectos formais da rede de textos, o critério **(4.)** é o mais *aberto*. De fato, as palavras "pólo" e "polar" ocorrem em textos que tratam de um tema da moda na geometria praticada nos *Annales*. Quase dois terços dos textos (60 em 92) foram selecionados por este critério.

Lembro ao leitor desse trabalho que para ser selecionado para a rede, bastava atender pelo menos um dos quatro critérios estabelecidos. Entretanto há sete textos em que todos os aspectos formais são observados. Num certo sentido, esses textos poderiam ser considerados como as *vitrines* das práticas geométricas compartilhadas pelos autores engajados na invenção coletiva da geometria de situação. Desses sete textos, um é de Gergonne, dois são de Chasles e quatro de Bobillier. De Gergonne,

[319] Confira, por exemplo, os clássicos [SALMON 1852], [SALMON 1855] e [CREMONA 1873].
[320] [GERGONNE 1826 a].
[321] [GERGONNE 1824].
[322] [GERGONNE 1829 d].

temos a longa e controversa *Pesquisas sobre algumas leis gerais que regem as linhas e superfícies algébricas de todas as ordens* publicada em janeiro de 1827.[323] De Chasles temos a *Memória sobre as propriedades de sistemas de seções cônicas, situadas num mesmo plano*, publicada em abril de 1828 e a *Demonstração de algumas propriedades do triângulo, do ângulo triedro, e do tetraedro, considerados em relação às linhas e superfícies de segunda ordem*, em setembro do mesmo ano.[324] Quanto a Bobillier, os textos referidos aqui são os quatro últimos dos seis rubricados sob geometria de situação.[325] A ausência notável de Poncelet nessa seleta lista de *textos na vitrine* é facilmente justificável quando se lembra que o capitão engenheiro de Metz sempre rejeitou a redação de textos em colunas duplas.

Os 20 autores da geometria de situação.

A rede básica de textos da geometria de situação reúne 20 autores identificados e dois autores anônimos. A lista destes autores, a apresentação deles nos *Annales* e a quantidade de textos de cada um pode ser conferida na tabela G.4. Observe que o autor que mais insere textos na rede é Bobillier. Das 33 publicações de Bobillier nos *Annales*, 16 foram selecionadas para compor a rede básica de textos. Uma curiosidade, e isso não aconteceu de propósito, mas nenhum desses 16 textos são em co-autoria. Depois de Bobillier, o(s) autor(es) com mais texto na rede é Gergonne. Com sua dupla faceta de autor (interessado na pesquisa) e de editor (entusiasmado com a rubrica), ele ocupa a segunda e a terceira posição no ranking de autores.

São poucos os autores sem apresentação. Um deles é Joseph Diaz Gergonne (1771-1859), que dispensava para si a apresentação nas folhas de rosto dos artigos. Ao editor, bastava apresentar-se uma vez por ano, na folha de rosto de cada volume do seu jornal. No volume três, por exemplo, reunido em junho de 1813, e onde aparece o primeiro texto dele nesta rede, encontramos essa informação: "*Annales de mathématiques* redigido por J. D. Gergonne, antigo oficial do 4º regimento de artilharia à pé, professor de matemáticas transcendentes no Liceu de Nismes, secretário e professor suplente de filosofia na faculdade de letras, membro da Academia de Gard e associado da [Academia] de Nancy".[326] Treze anos depois, em junho de 1827,

[323] Trata-se de [GERGONNE 1827 a], o segundo *texto fundador* da rubrica "geometria de situação", apresentado na seção 5.2.2 desta tese e várias vezes mencionado nas seções 5.3.1 e 5.3.2. A matemática que aparece ali, e que também está relacionada com o método da notação abreviada, é tratada na seção 6.2.2 desta tese.

[324] [CHASLES 1828 b] e [CHASLES 1828 f] respectivamente.

[325] Trata-se de [BOBILLIER 24], [BOBILLIER 27], [BOBILLIER 28] e [BOBILLIER 38], estudados na seção 5.4.3 deste trabalho.

[326] Confira em *Annales*, tomo terceiro, página de rosto.

ao reunir o volume dezesseis dos seus *Annales* (onde aparece seu importante texto *Considerações filosóficas sobre os elementos da ciência da extensão*), sua apresentação é resumida assim: "*Annales de mathématiques* redigido por J. D. Gergonne, professor na faculdade de ciências de Montpellier, membro de várias sociedades eruditas".[327] Gergonne contribuiu com 15 textos autorais e 11 textos de intervenções editorias (como notas de rodapé ou redação de extratos de artigos de outros autores).

Outros autores sem apresentação são os franceses Augustin Louis Cauchy (1789-1857) e Gaspard Gustave Coriolis (1792-1843). Cauchy foi um matemático ilustre, assim reconhecido desde que ainda era vivo. Foi aluno na Escola Politécnica na turma de 1805. Em 1815 voltou para Escola Politécnica como repetidor de análise e de mecânica, e já no ano seguinte, até 1830, professor das mesmas disciplinas. Além de lecionar na Escola Politécnica, Cauchy exercia funções na Academia de Ciências de Paris, e a sua única contribuição nesta rede é justamente o primeiro dos seus três relatórios de trabalhos de Poncelet lidos na Academia na década de 1820.[328] Coriolis também foi aluno da Escola Politécnica (na turma de 1808). Em 1816 iniciou sua carreira docente na mesma escola como repetidor de análise e mecânica a convite de Cauchy. A participação de Coriolis na rede é pequena, apenas um texto que nem é diretamente assinado por ele, mas por Gergonne.[329] A Coriolis, apresentado misteriosamente então como alguém "modesto" que é "ligado por amizade a Poncelet", coube entregar a Gergonne alguns teoremas, que o editor redigiu em artigo e publicou. Apenas mais tarde ficamos sabendo que trata-se de Coriolis, em troca de correspondência pública entre Gergonne e Poncelet.[330]

Ainda sem apresentação, aparecem dois autores estrangeiros: o alemão Jakob Steiner (1796-1863) e o suíço Charles François Jacques Sturm (1803-1855). Steiner foi um geômetra que trabalhou majoritariamente com métodos sintéticos em geometria, rejeitando tanto quanto pode os métodos analíticos, num período em que, tanto a cooperação, quanto a competição entre os métodos provocava debates apaixonados. Doutorou-se em Berlin e trabalhou na mesma cidade, inicialmente como professor numa escola técnica e depois, por um longo tempo, como professor numa universidade. A maior parte da vasta obra geométrica de Steiner foi publicada no *Journal de Crelle*, mas alguns de seus textos aparecem também nos *Annales de Gergonne*, sobretudo resolvendo ou propondo problemas. Na rede de textos da geometria de situação, Steiner contribuiu com quatro trabalhos. Quanto a Sturm, após passar a juventude

[327] Confira em *Annales*, tomo décimo sexto, página de rosto.
[328] [CAUCHY 1820].
[329] [GERGONNE 1821 a].
[330] Confira, por exemplo, [GERGONNE 1826 a, p. 210] ou [GERGONNE 1828 b, p. 115].

em Genebra, naturalizou-se francês em 1833. Na sua juventude, antes mesmo de se estabelecer na França, escreveu alguns artigos de geometria que foram publicados nos *Annales*. No desenvolvimento da sua carreira, chegou a ser professor de análise e mecânica na Escola Politécnica entre 1840 e 1855. Um fato interessante é que no final da década de 1820 Sturm foi editor da seção de matemáticas do *Bulletin de Ferussac*. São duas as contribuições de Sturm para a rede de textos.

Há mais dois estrangeiros ligados à rede de textos, que são o neerlandês Germinal Pierre Dandelin (1794-1847) e o alemão Julius Plücker (1801-1868). Lembramos que Dandelin é um geômetra estrangeiro, com passagem pela França, por ter sido aluno da Escola Politécnica. Sua carreira docente estava vinculada à Faculdade de Liège. Sua contribuição nessa rede aparece em apenas um texto.[331] Plücker foi docente na Universidade de Bonn, mas ao longo de sua formação e carreira passou por vários lugares como Marburg, Paris, Berlin e Halle. Publicou vários dos seus artigos nos *Annales de Gergonne* e no *Journal de Crelle*, uma enorme quantidade deles tratando de geometria, principalmente utilizando métodos analíticos. Publicou também seis volumosos tratados de pesquisa em geometria, sendo os dois primeiros em 1828 e 1831, e contendo temas ligados direta ou indiretamente à geometria de situação. Nesta rede, Plücker contribuiu com quatro textos.

Um grande contribuinte nessa rede, porque estão inseridos nela sete textos seus, foi Jean Victor Poncelet (1788-1867). Em todos os textos assinados por ele em que há apresentação, ele aparece como "capitão de engenheria e ex-aluno da escola politécnica". Uma vez, num texto em co-autoria com Brianchon, de janeiro de 1821, está acrescentada a informação adicional de que ele era também "empregado em Metz".

Dos 20 autores da rede de textos, 13 são (ou já tinham sido) professores no período de 1810 a 1830. Dois desses professores também são contados entre os grandes contribuintes na rede. São eles Jean Baptiste Durrande (nascido em 1796) e Étienne Bobillier (1798-1840), respectivamente com 4 e 16 textos na rede. Durrande foi professor de matemáticas especiais e de física. Passou pelo Colégio Real de Cahors em 1820 e pelo Colégio Real de Montpellier em 1824. Entusiamado pelas inovações dos trabalho de Poncelet, foi um dos primeiros a reconhecer a importância do *Tratado das propriedades projetivas das figuras*, defendendo-os publicamente (Poncelet, seu *Tratado* e seus métodos) após as primeiras críticas de Cauchy.[332] Já Bobillier, em

[331] O geômetra Dandelin é apresentado na seção 4.3.2 deste trabalho.

[332] Sobre as críticas de Cauchy aos trabalhos inovadores de Poncelet, confira o [NABONNAND 2006, p. 51-53] ou [GRAY 2007, p. 47-50]. Para a defesa de Durrande, confira o texto [DURRANDE 1824 b, pp. 134-135] (que está inserido nesta rede).

todas as suas contribuições para a rede (como de resto, em todos os seus artigos de pesquisas), é devidamente apresentado como professor na Escola Real de Artes e Ofícios de Châlons-sur-Marne.

Outros professores participantes da rede, cada um contribuindo com apenas um texto, são: Charles Julien Brianchon (1783-1865), François Joseph Servois (1768-1847), Pierre Frédéric Sarrus (1798-1861), Ferriot, Rochat e Tédenat. O geômetra Brianchon foi aluno da Escola Politécnica na turma de 1803. Após isso seguiu carreira militar e docente, sendo professor na Escola de Artilharia da Guarda Real em Vincennes. Embora ele seja um personagem importante nesta rede, por ser muito mencionado (como veremos mais adiante), sua única contribuição enquanto autor nesta rede é um artigo sobre a hipérbole, publicado em co-autoria com Poncelet. Sobre Servois, ele foi professor de matemática na Escola de Artilharia de Lafère. Ao longo de sua carreira docente, passou pelas cidades de Besançon, Châlons-sur-Marne e Metz (onde conheceu e tornou-se amigo de Poncelet). Seu único texto na rede traz a importante marca da introdução da palavra "pólo" na geometria de situação. Quanto a Sarrus, ele era doutor agregado nas ciências, e durante a década de 1820 morou em Montpellier, onde conheceu Gergonne. Talvez a carência de maiores informações sobre Sarrus nos *Annales* venha do fato de que o editor achasse que ele já era suficientemente conhecido, e portanto, as poucas informações resumidas seriam o bastante. Sobre os demais autores professores eu não disponho de mais informações além daquelas que aparecem registradas em suas apresentações. Ferriot foi decano na Faculdade de Ciências em Grenoble. Rochat, por sua vez, foi professor de navegação e de matemáticas numa escola em Saint Brieux. E Tédenat era reitor honorário e correspondente da Academia Real de Ciências.

Como já se pôde observar desde os parágrafos anteriores, muitos dos autores dessa rede são diretamente ligados à Escola Politécnica de Paris, seja na condição de aluno, professor, ou repetidor. Temos metade dos 20 autores nesse subgrupo. Dois autores da rede, Michel Chasles (1793-1880) e Paul Félix Bienvenu Frégier (nascido em 1793), são apresentados exclusivamente como "ex-aluno da escola politécnica". Chasles foi aluno da célebre escola na turma de 1812, e mais tarde seguiu uma longa e bem sucedida carreira acadêmica. Além de ter sido professor de máquinas e de geodésia na mesma Escola Politécnica no período de 1841 a 1851, também foi o inaugurador da cadeira de Geometria Superior na Faculdade de Ciências de Paris em 1846. Entretanto, na década de 1820 ele era ainda, e apenas, o "ex-aluno da escola politécnica" que após ter publicado textos interessantes no jornal da sua antiga escola, passou 14 anos em silêncio até "ser despertado" e voltar a publicar novamente (dessa vez nos *Annales*).[333] Quanto a Frégier, passou pela Escola Politécnica na turma de 1813 e mais tarde seguir carreira docente lecionando matemática no Colégio Real de Troye.

O autor mais jovem da rede é François de Paule François Xavier Hégesippe Vallès. Ele é o mais jovem não só porque nasceu depois de todos os outros autores (Vallès nasceu em 1805), mas também porque era realmente um rapaz de 21 anos quando contribuiu com um texto na rede da geometria de situação. Vallès foi aluno da Escola Politécnica na turma de 1823, e nos *Annales*, ele é apresentado simplesmente assim: "aluno da Escola Real Politécnica".[334]

Em resumo, os autores dos *Annales de Gergonne* engajados na rede de texto da geometria de situação são, na maioria, pessoas que exercem a atividade profissional de professor e/ou pessoas com alguma passagem pela Escola Politécnica de Paris.

Referências a textos dentro dos *Annales*.

Os 92 textos da *rede básica* da geometria de situação mencionam outros textos. Como já foi dito antes, quando os textos mencionados são ainda dos *Annales*, eles foram computados num coletivo que denominei de *rede aumentada*. A rede aumentada reúne um total de 191 textos e durou o mesmo tempo da rede básica: as décadas completas de 1810 e 1820.

Essa rede de textos aumentada engajou 38 autores identificados e seis anônimos. Como na rede básica, a concentração nos quatro anos finais ainda é alta. Se na rede básica aparecem, entre 1826 e 1829, 62 dos 92 textos publicados; agora na rede aumentada a taxa é de 70 em 191 textos. As tabelas G.6 e G.7 mostram as datas dos textos de rede básica e da rede aumentada respectivamente.

Ainda que na rede aumentada exista pouco mais do que o dobro de textos da rede básica, ao observar comparativamente as duas tabelas, percebe-se que no intervalo de 1826 a 1829, o aumento da quantidade de textos na passagem da rede básica para a aumentada é muito pequeno. Em particular, restringindo-se a 1828 e 1829, as duas redes são totalmente coincidentes.

A tabela G.5 apresenta os autores na rede de textos aumentada. Na passagem da rede básica para a aumentada, a quantidade de autores passa de 20 identificados e dois anônimos para 38 autores identificados e seis autores anônimos. Não vou entrar em detalhes com informações sobre os autores da rede aumentada, mas as duas tabelas de

[333] Esse episódio é relatado na seção 5.4.4 desta tese.
[334] Há mais informações sobre Vallès na seção 4.3.1 desta tese.

autores, quando olhadas paralelamente, revelam um fato que chama a atenção. Trata-se de que, no *ranking* dos autores mais produtivos, os seis primeiros colocados da rede básica coincidem exatamente com os seis primeiros da rede aumentada (embora não apareçam necessariamente na mesma ordem), a saber, Chasles, Durrande, Poncelet, Gergonne com suas duas facetas (autor e editor) e Bobillier.

A contagem de menções de um texto em outro (mantendo-se ainda dentro do universo dos *Annales*) permite identificar quais são os *textos mais populares*, digamos assim, na rede aumentada. Na falta de um critério mais objetivo, a popularidade de um texto, ou seja, a quantidade de vezes em que ele é mencionado, serve para indicar a importância que esse texto tem dentro da rede e consequentemente sua importância no *desenho* dessa disciplina matemática, que é a geometria de situação.

Os dois textos mais citados na rede são exatamente os dois redigidos por Gergonne, aos quais me refiro várias vezes nesse capítulo. As *Considerações filosóficas...*, de janeiro de 1826, é mencionado em dez textos dessa rede. Cinco das dez são menções ocorrentes em outros textos de Gergonne, duas em textos de Poncelet e um vez em textos de Vallès, Plücker e Sturm. Já as *Pesquisas sobre algumas leis...*, de janeiro de 1827, é mencionado em quatro textos de Gergonne, uma vez por Poncelet (quando ele aponta os erros contidos ali), uma vez por Bobillier e uma vez por Chasles e Gergonne.

Além desses dois, um texto que também é popular dentro da rede é a *Demonstração da propriedade dos hexágonos inscritos e circunscritos em uma seção cônica*, assinado por Gergonne em junho de 1814. Esse trabalho é mencionado por Gergonne, Plücker, Poncelet, Brianchon, Sturm e Dandelin. O conteúdo do texto, como o próprio título dá a pista, são os teoremas de Pascal e Brianchon, o clássico par de teoremas duais.

Referências a textos diversos que estejam fora dos *Annales*.

Além de textos nos *Annales de Gergonne*, os textos da rede básica da geometria de situação mencionam textos não publicados nos *Annales*. São artigos ou memórias, relatórios, tratados ou livros didáticos, republicação ou extrato de outro jornal, carta ou comunicação privada, etc.

Essas referências aos textos externos e seus autores faz com que o *jogo de cena* fique mais rico (ou menos endógeno) e isso traz novas compreensões do que seja a geometria de situação. Até porque os atores capturados fora do *palco principal* (que é os *Annales de Gergonne*), também têm suas práticas geométricas, e essas práticas alimentam e legitimam as práticas formatadas dentro da rede da geometria de situação.

O texto mais chamado na rede da geometria de situação é o *Tratado das propriedades projetivas das figuras*, publicado por Poncelet em 1822.[335] São quatorze ocorrências. Gergonne menciona o *Tratado* quatro vezes, todas no contexto da disputa pública contra Poncelet. Essas menções de Gergonne não são necessariamente por causa do conteúdo matemático do *Tratado*. Mas mesmo se fossem suprimidas essas menções, ainda assim o *Tratado* permaneceria no topo da lista. A importância desse livro é comentada por geômetras e historiadores ao longo dos tempos,[336] mas pode-se tomar de um dos autores da própria rede, um depoimento em defesa da originalidade dos métodos introduzidos por esse livro. Durrande, num artigo de agosto de 1823, relata o impacto do célebre livro de Poncelet nas discussões sobre os métodos em geometria (e acrescentando como bônus um elogio à Escola Politécnica).

> Me será permitido, sem dúvida, de voltar outra vez à [discussão sobre métodos para a geometria], pois as críticas [à geometria pura tal como ela foi cultivada pelos antigos], elas acabaram de ser renovadas, com uma espécie de autoridade, em uma obra bastante notável, que apareceu há pouco tempo, e que coloca seu autor, Sr Poncelet, enumerado entre os geômetras distinguidos que honram simultaneamente a sua pátria e a escola célebre que os formou.[337]

E o mesmo Jean Baptiste Durrande, em novembro de 1824, registra bem resumidamente em que consistem os métodos novos do *Tratado* de Poncelet:

> As considerações empregadas pelo Sr Poncelet, e que não parecem de natureza plenamente satisfatória aos zelosos amantes da geometria Euclidiana, são, por um lado, aquelas que se deduz da lei da continuidade, e por outro lado, aquelas que se referem às retas variáveis de situação, consideradas como se afastando infinitamente de certos pontos ou de certas outras retas.[338]

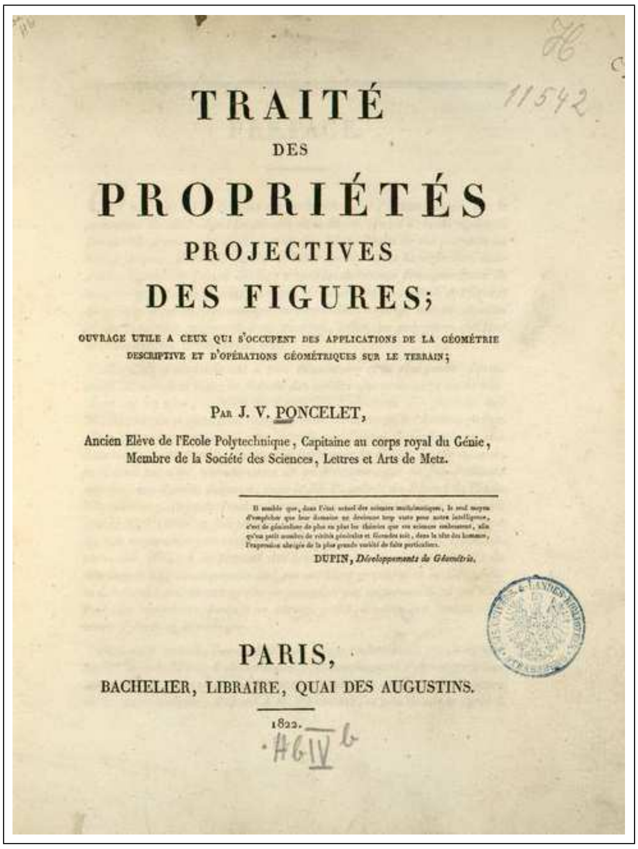
[335] [PONCELET 1822].

[336] Confira, por exemplo, um registro do século dezenove, feito pelo geômetra Luigi Cremona em [CREMONA 1873, p. vi] e um registro do século vinte, feito pelo historiador René Taton em [TATON 1970, p. 2037].

[337] On me permettra sans doute de revenir de nouveau sur [la discussion sur des méthodes pour la géométrie], puisque les reproches [à la géométrie pure telle qu'elle a été cultivée par les anciens] viennent eux-mêmes d'être renouvelés, avec une sorte d'autorité, dans une ouvrage très remarquable, qui a paru il y a peu de temps, et qui place son auteur, M. Poncelet, au nombre des géomètres distingués qui honorent à la fois leur patrie et l'école célèbre qui les a formés. [DURRANDE 1823 b, p. 30].

[338] Les considérations employées par M. Poncelet, et qui ne parraissent pas de nature à satisfaire pleinement les amateurs zélés de la géométrie Euclidienne, sont, d'une part, celles qu'il déduit de la loi da continuité, et d'une autre, celles qui se rapportent aux droites variables de situation considérés comme s'eloignant à l'infini de certains points ou de certaines autres droites. [DURRANDE 1824 b, p. 124].

Na sequência, temos autores que, talvez não por acaso, estejam entre os geômetras favoritos de Poncelet. Brianchon tem a sua *Memória sobre as linhas de segunda ordem*, de 1817, aparecendo cinco vezes, e o artigo *Memória sobre as superfícies curvas de segundo grau*, de 1806, mencionado quatro vezes.[339] Também são quatro as ocorrências da *Teoria das Transversais* de Lazare Carnot (1753-1823), publicada em 1806.[340]



TRAITÉ
DES
PROPRIÉTÉS
PROJECTIVES
DES FIGURES;

OUVRAGE UTILE A CEUX QUI S'OCCUPENT DES APPLICATIONS DE LA GÉOMÉTRIE DESCRIPTIVE ET D'OPÉRATIONS GÉOMÉTRIQUES SUR LE TERRAIN;

PAR J. V. PONCELET,

Ancien Elève de l'Ecole Polytechnique, Capitaine au corps royal du Génie, Membre de la Société des Sciences, Lettres et Arts de Metz.

DUPIN, *Développements de Géométrie.*

PARIS,
BACHELIER, LIBRAIRE, QUAI DES AUGUSTINS.

1822.

Figura 5.18: Folha de rosto do *Tratado das propriedades projetivas das figuras.*

Para além dos autores do século XIX, o texto mais citado na rede da geometria de situação, com quatro ocorrências, são os *Elementos* de Euclides. Entretanto as menções a esse texto têm um caráter mais anedótico do que técnico. Durrande, por exemplo, argumenta que "é impossível, de fato, que em meio a tantas aquisições das quais a geometria se enriqueceu em nossos dias, os elementos de Euclides, este antigo monumento do método dos antigos, e suas seções cônicas, possam bastar às necessidades atuais da ciência."[341]

[339] Tratam-se dos textos [BRIANCHON 1817] e [BRIANCHON 1806], já comentados na seção 5.1.2 desta tese.
[340] [CARNOT 1806].
[341] Il est impossible, en effet, qu'au milieu de tant d'acquisitions dont la géométrie s'est enrichie de nos jours, les élémens d'Euclide, cet antique monument de la méthode des anciens, et leurs sections coniques puissent suffire aux besoins actuels de la science. [DURRANDE 1823 b, p. 34].

As outras menções aos *Elementos* acontecem no contexto da polêmica entre Poncelet e Gergonne. Em 1822, Poncelet tinha recomendado a leitura dos *Elementos* de Euclides, como um pré-requisito para o estudo do seu *Tratado*.[342] Em 1827, no momento em que a disputa entre ele e Gergonne começa a ficar aguda, o editor ironiza essa recomendação de Poncelet.[343] A ironia fica mais evidente se levarmos em conta que no ano anterior, em seu primeiro *texto fundador*, Gergonne havia dito que a sua geometria de situação poderia ser acessível até mesmo "para quem não conhece os *Elementos* de Euclides".[344] A última menção aos *Elementos* na rede está na réplica de Poncelet à essa provocação, quando tenta explicar que sua recomendação de leitura dos *Elementos* é uma metáfora para indicar a leitura de qualquer tratado de geometria elementar "onde se usa a síntese para estabelecer o encadeamento das proposições".[345]

A tabela G.8 apresenta a lista completa de todos os textos fora dos *Annales* que são mencionados dentro da rede básica, e informa ainda quantas vezes e por quem esses textos foram mencionados.

Pessoas mencionadas na rede básica de textos da geometria de situação.

Como temos visto até aqui, nos 92 textos da rede básica são mencionados outros textos que podem estar dentro ou fora dos *Annales*. Esses textos têm seus autores, cujos nomes podem aparecer registrados ou não. A princípio não importa tanto alistar esses nomes uma vez que já estão alistados os textos ligados a esses nomes.

Porém há outros nomes próprios que aparecem nos textos da rede básica. Os autores que os mencionam, fazem isso para associá-los a teorias, proposições ou métodos em matemática. Eventualmente esses nomes aparecem como referências históricas ou em listas de matemáticos que trabalharam com este ou aquele problema. Por fim, há os nomes das pessoas que tem ligações profissionais, editorias, pessoais, etc, com o autor que o menciona. A lista completa desses nomes, num total de 58, está apresentada na tabela G.9, que informa também quantas vezes e por quem esses nomes foram citados. A seguir, vamos ver quem são esses personagens mencionados, agrupando-os tematicamente, e mostrando o modo como eles são citados (e, portanto, percebidos) pelos autores da rede de textos.

Vinte e cinco geômetras em atividade no século XIX são mencionados por sua

[342] [PONCELET 1822, p. xxv].
[343] [GERGONNE 1827 b, p. 275].
[344] [GERGONNE 1826 a, p. 211].
[345] [PONCELET 1827 c, p. 139].

geometria. Essas menções dizem respeito aos seus trabalhos, a algum teorema já reconhecidamente deles, ou por terem estabelecido nomenclaturas e conceitos novos. Os onze mais citados são Poncelet, Monge, Brianchon, Hachette, Plücker, Cauchy, Steiner, Chasles, Bobillier, Carnot e Dupin. Há ainda mais quatorze que são mencionados apenas uma vez cada um: Binet, Dandelin, Durrande, Garnier, Gaultier de Tours, Gergonne, Kramp, Lancret, Lhuillier, Maisonneuve, Meusnier, Puissant, Quetelet e Sturm. Entre os geômetras modernos (matemáticos dos séculos XVI a XVIII) há treze contados na rede de textos. Três deles aparecem uma vez só e são Halley, Mersenne e Viviani. Outros dez aparecem mais de uma vez e são Pascal, Newton, Desargues, Descartes, Viète, Fermat, Euler, Lagrange, Malfatti e Mercator. Alguns geômetras da antiguidade também são mencionados na rede da geometria de situação. Os três primeiros, em quantidade de aparições, são Apolônio, Euclides e Ptolomeu. Outros três aparecem apenas uma vez cada um e são Pitágoras, Arquimedes e Pappus.

De modo geral, a maioria dos geômetras citados acima (tanto os contemporâneos à rede de textos, quanto os modernos ou antigos) aparecem em revisões históricas que alistam geômetras que trabalham em torno de um ou outro problema. Alguns exemplos desse tipo de listas e/ou de revisões históricas podem ser encontrados em textos de Poncelet e Durrande.[346] As aparições de listas desse tipo, que misturam nomes do passado com matemáticas do presente, são importantes para os autores de uma criação coletiva. A estratégia de ligar as pesquisas matemáticas de um certo período a outros períodos e nomes anteriores que já gozam de prestígio na comunidade matemática, contribue para legitimar novas técnicas sem deixar de estar inserido dentro de uma tradição.

Dentre os casos específicos (isto é, citações individuais, fora de listas), o nome de maior ocorrência é o de Jean Victor Poncelet, que aparece 14 vezes em textos de Bobillier, Cauchy, Chasles, Durrande e Gergonne. Quase sempre é citado por Gergonne, no contexto da polêmica pública entre os dois geômetras. Em duas vezes, porém, Poncelet é citado por ter introduzido discussões sobre conceitos novos em seu *Tratado* (ambas são citações de Chasles).[347]

O segundo geômetra mais mencionado é Gaspard Monge (1846-1818), e dessa vez por motivos predominantemente geométricos. Suas 10 aparições ocorrem em textos de Durrande, Gergonne, Plücker, Poncelet e Sarrus. Duas vezes o nome de Monge

[346] Para algumas listas, confira [PONCELET 1817 c, p. 142] e [DURRANDE 1823 b, pp. 31, 33, 34, 38]. Para uma revisão histórica dos métodos em geometria desde os antigos até o século XIX, passando pelos modernos, confira [DURRANDE 1820, pp. 1-5].

[347] [CHASLES 1828 b, pp. 277-278] e [CHASLES 1828 e, pp. 26-27].

é registrado na expressão "a escola de Monge" e isso não é, necessariamente, uma referência à Escola Politécnica. Pelo contexto nota-se que "a escola de Monge" quer dizer dos geômetras que praticam os métodos que Monge difundiu a partir das suas aulas ou dos seus textos. Isso fica bem marcado na aparição das expressões como "Monge e seus numerosos discípulos", "os geômetras da escola de Monge", "o método da escola de Monge", "à maneira de Monge", etc.[348]

Os terceiros colocados no ranking são Brianchon e Blaise Pascal (1623-1662), com 7 menções cada um. Todas as menções a Pascal, sem exceção, referem-se ao seu teorema do hexágono inscrito numa cônica. Essas menções são feitas por Dandelin, Durrande, Gergonne, Poncelet e Sturm. Quanto à Brianchon, vimos que seus textos *fora dos Annales* estão entre as bases da geometria de situação praticada *dentro dos Annales*. Mas para além disso, o seu nome (e não necessariamente os seus textos) aparece cinco vezes na rede, pareado com o nome de Pascal, por causa dos seus teoremas serem duais entre si.

Além de Pascal, outro geômetra moderno com grande ocorrência na rede é Isaac Newton (1643-1727), aparecendo 4 vezes em textos de Poncelet, Durrande, Bobillier e Chasles. E, semelhantemente a Pascal, são muitas ocorrências, mas um motivo só: um teorema que Poncelet atribuiu a ele. Depois do texto de Poncelet, as demais aparições do referido teorema, e principalmente, a sua atribuição a Newton, são informações meramente repetidas pelos outros autores, e referenciando-se à primeira menção de Poncelet. O enunciado do teorema de Newton que atravessa a rede de textos segue abaixo, na sua versão registrada por Bobillier em março de 1828:[349]

Teorema de Newton. *Os centros de todas as linhas de segunda ordem inscritas em um mesmo quadrilátero pertencem a uma mesma reta.*

O caso de Pascal e de Newton, em que certos resultados são insistentemente atribuídos a um matemático, mostra dois aspectos sociológicos interessantes da construção coletiva de uma disciplina. Primeiro, é que as repetições de informações são importantes na promoção do aprendizado, da assimilação e finalmente da incorporação de um ou outro elemento à disciplina que está sendo construída coletivamente. E segundo, particularmente a repetição de nomes contribue para a invenção de *mitos fundadores* ou de *heróis*, algo tão caro aos interesses de quem pretende transformar em disciplina, um conjunto de práticas compartilhadas em torno de alguns problemas e assuntos.

[348] Confira, por exemplo, [GERGONNE 1814 c, p. 383], [DURRANDE 1820, p. 1], [DURRANDE 1823 b, p. 33] e [SARRUS 1826, p. 378].
[349] [BOBILLIER 24, p. 257].

No total, há 14 geômetras de quem se evoca explicitamente algum teorema, com argumentos do tipo "pelo teorema de *Fulano*, que diz *etc etc*, concluimos que *etc etc*." Esses matemáticos são Poncelet, Monge, Brianchon, Pascal, Newton, Hachette, Cauchy, Desargues, Steiner, Euler, Dandelin, Durrande, Puissant e Quetelet. Além dos já mencionados, eis mais alguns objetos matemáticos (problemas ou teorias), que no âmbito da rede aparecem portando o nome de algum matemático: o problema de Apolônio, o problema de Malfatti, a projeção estereográfica de Mercator, a projeção estereográfica de Ptolomeu e o Teorema de Pitágoras.

Por fim, há ainda outras pessoas, quase todos contemporâneos à rede, que são mencionadas nos textos, mas não por suas produções matemáticas, mesmo quando são matemáticos. Quatro matemáticos são mencionados exclusivamente por suas "ligações de amizade" com um ou outro autor. São eles Servois, Français, Adrien Romain e Coriolis. Outro matemático, Josef Hoené Wronski, é mencionado uma única vez, por Gergonne, e de maneira irônica numa provocação a Poncelet, na fase aguda polêmica. Quatro pessoas são mencionadas por suas funções editoriais, a saber, Crelle, Hachette, Ferussac e Quetelet. Seis cientistas aparecem algumas vezes na rede, sempre em função de suas atividades na Academia de Ciências (como avaliador, relator, secretário perpétuo, etc), e são Cauchy, Arago, Delambre, Legendre, Poinsot e Poisson. Por fim, há dois não-matemáticos na rede, Tratam-se de Berruyer e Desfontaines, homens de letras, mencionados por Gergonne em mais um de seus comentários irônicos dirigidos a Poncelet.

Os autores mais "eruditos" da rede de textos.

Um golpe de vista na terceira coluna das tabelas G.8 e G.9 revela imediatamente que os dois grandes *mencionadores*, seja de textos, seja de pessoas, são Gergonne e Poncelet. Isso é esperado, afinal eles estão entre os autores que tem mais textos inseridos na rede. Mas isso também é significativo quando se pensa que são dois geômetras permanentemente em disputa. Se na década de 1810 a disputa (ainda cortês) é pela preferência de métodos, na década de 1820 a disputa (agora feroz) é pela teoria que permite duplicar enunciados de teoremas. Assim, trazer para seus argumentos os nomes e os textos de outros matemáticos do presente ou do passado, também é uma estratégia de convencimento ao leitor da legitimidade de suas posições.

O maior citador é Gergonne, que chama 45 pessoas em seus $26 = (15 + 11)$ textos. Os nomes mais ocorrentes são Poncelet nove vezes (evidentemente por causa da polêmica), e Steiner, Plücker e Monge, quatro vezes cada um. Bobillier é mencionado três vezes por Gergonne na rede de textos. A seguir, aparece Poncelet que menciona 31 pessoas em 7 textos. Seu mencionado favorito é Brianchon, com quatro ocorrências, seguido de Gergonne, Frégier e Dupin, com três ocorrências cada um. No âmbito da rede de textos, Poncelet não menciona Bobillier nenhuma vez.

Étienne Bobillier, protagonista desta tese, menciona 14 pessoas em 16 textos. Os favoritos de Bobillier são Poncelet, que aparece cinco vezes e Vallès que aparece três. Gergonne e Hachette são mencionados duas vezes cada um nos textos de Bobillier.

O quadro G.10 informa as listas completas do nomes citados por Gergonne, Poncelet e Bobillier e a quantidade de vezes em que o mencionado aparece.

Duas ausências marcantes nesta rede de textos.

É claro que a escolha de trabalhar apenas com a rede básica e não analisar a rede aumentada traz algumas perdas. Há alguns textos que considero importantes na história da geometria de situação dos anos 1820, que só foram alcançados na segunda seleção e que ficaram de fora na rede básica.

Entre as perdas computadas estão pelo menos dois textos já mencionados ou comentados ao longo deste capítulo da tese. Um deles é o artigo de Vallès, *Demonstração de uma propriedade geral das linhas de contato de superfícies curvas com as superfícies cônicas circunscritas*,[350] que inspirou o primeiro texto autoral na rubrica geometria de situação.[351] Outro texto perdido é o segundo dos dois artigos de Plücker, objeto de edição de Gergonne e de reclamações de Poncelet.[352]

A geometria de situação: considerações finais.

Por todos os elementos que foram alistados e observados (não só nesta seção, mas ao longo de todo o capítulo), podemos concluir que a geometria de situação praticada nos *Annales de Gergonne* entre os anos de 1810 e 1829 é uma *disciplina matemática* cujo assunto principal é a uma teoria de pólos e polares para curvas e superfícies de quaisquer graus ou classes. Seus conceitos chaves são a dualidade de enunciados, e os pólos e as polares recíprocas como *realizadores* dessa dualidade. Esta disciplina é guiada por problemas que remetem à sistematização, generalização e aplicações do que outrora era chamado simplemente de "teoria de pólos e polares" e se restringia a curvas e superfícies de ordem dois. Enquanto disciplina, a geometria de situação

[350] Trata-se de [VALLÈS 1826 a], mencionado na seção 5.4.2 desta tese.
[351] Este é o artigo [BOBILLIER 11], estudado detalhadamente na seção 5.4.2 deste trabalho.
[352] Este é o [PLÜCKER 1826 b]. Os detalhes desse episódio foram narrados e avaliados nas seções 5.3.1 e 5.3.3 desta tese.

das décadas de 1810 e 1820 tem seus *heróis* do passado e do presente de então (como por exemplo, Newton, Pascal, Monge e Brianchon), seus *promotores* (Gergonne e Poncelet) e seus *realizadores* (como por exemplo, Bobillier e Chasles).

Porém, mais do que dizer que a geometria de situação é uma disciplina, pode-se notar que ela é uma disciplina eminentemente *ponceletiana*. De fato, por mais que Gergonne tente promover uma geometria de teoremas duplos à partir de um *princípio da dualidade*, os elementos que mais se destacam em todas as listas de dados que foram avaliadas acima são as referências, as preferências e as práticas do geômetra de Metz, o que inclui o seu famoso *Tratado das propriedades projetivas das figuras* de 1822, bem como o seu próprio nome.

Capítulo 6

Método da notação abreviada na década de 1820.

As próximas seções tem por objetivo apresentar algumas estratégias de demonstração compartilhadas por alguns autores dos *Annales de Gergonne* entre 1814 e 1828; e que mais tarde, após o período considerado, serão reunidas sob a nomenclatura de *método da notação abreviada*.

Dito de uma vez, e muito resumidamente, o método da notação abreviada se presta a fazer cálculos algébricos com figuras inteiras (isto é, com os polinômios que as representam) ao invés de fazê-los com os pontos que compõem a figura (isto é, as coordenadas cartesianas). O adjetivo *abreviada* decorre do fato de que, em geral, os polinômios em questão são apresentados abreviados por uma única letra. Apesar do nome do método enfatizar a questão da abreviação, esse não é o único aspecto envolvido. Faz parte do tipo de cálculo usado nesse método, uma certa habilidade em combinar polinômios e extrair daí resultados. Inicialmente, pretendo explicar com mais precisão a *matemática* do método antes de prosseguir nas seções seguintes com a *história* do mesmo. Nesta mesma seção eu ofereço ao leitor dois exemplos simples que servem como ilustração do método.[1]

Antes prosseguir com qualquer outra consideração sobre o assunto, é bom registrar que nos 22 volumes dos *Annales*, e nos jornais científicos até os anos 1830 (o *Bulletin de Ferussac* e a *Correspondência* de Quetelet), não aparece nenhuma vez a expressão "método da notação abreviada", ou outra correlata. Veremos mais adiante que o conjunto das práticas analisadas aqui serão compreendidas como um *método*, e receberão o nome de *método da notação abreviada*, não na geração dos geômetras

[1] Esta é a próxima seção, a 6.1.

em atividade até os anos 1830 (e que inclui, como se sabe, Étienne Bobillier). Isso ficará a cargo das gerações seguinte.[2]

No que se segue, acompanhamos a ocorrência de manipulação de polinômios abreviados e a combinação de polinômios como estratégia de argumentação nas pesquisas de quatro geômetras: Lamé (1817 e 1818),[3] Gergonne (1827),[4] Bobillier (1827 e 1828)[5] e Plücker (de 1826 ao início dos anos 1830).[6] No trabalho de Bobillier, vamos estudar os três artigos (datados de julho de 1827, maio de 1828 e junho de 1828) em que essas estratégias aparecem mais bem marcadas.[7] Em particular, o texto de maio de 1828, intitulado *Ensaio sobre um novo modo de pesquisa de propriedades do espaço* – certamente o texto mais célebre de Bobillier – será apresentado e comentado minuciosamente.[8] Para compor um painel um pouco mais amplo, são alistados e avaliados em conjunto todos os textos dos *Annales* onde aparecem algumas das práticas associadas ao método aqui esmiuçado.[9] Após todo esse percurso, à guisa de conclusão parcial, comento brevemente alguns desdobramentos posteriores sobre o dito *método da notação abreviada*.[10]

Há um apêndice reservado às tabelas com informações que complementam o texto principal.[11] Encontram-se ali, entre outras coisas, três quadros resumos dos usos de combinação de polinômios e manipulação de polinômios abreviados nos quatro autores selecionados (tabelas H.6, H.7 e H.8); e mais as informações que dizem respeito ao panorama geral da notação abreviada nos *Annales de Gergonne* para além dos quatro autores mencionados acima (tabelas H.1, H.3, H.2, H.4 e H.5).

6.1 O que é o método da notação abreviada?

Numa primeira abordagem, abreviar a notação (em geometria analítica) consiste em substituir por uma única letra uma expressão polinomial explicitamente escrita nas variáveis x e y (ou x, y e z). Com isso, os cálculos algébricos deixam de ser executados sobre as coordenadas cartesianas de um ponto (isto é, sobre os pontos mesmos) e

[2] Veremos isso na seção 6.5.
[3] Na seção 6.2.1.
[4] Seção 6.2.2.
[5] Nas seções 6.2.3, 6.3.1, 6.3.2 e 6.4.1.
[6] Seções 6.2.4 e 6.4.2.
[7] São os textos [BOBILLIER 09], [BOBILLIER 25] e [BOBILLIER 26], estudados detalhadamente nas seções 6.2.3, 6.3.1 e 6.3.2 respectivamente.
[8] Trata-se do texto [BOBILLIER 25] estudado na seção 6.3.1.
[9] Na seção 6.4.3.
[10] Na seção 6.5.
[11] As tabelas referentes ao método da notação abreviada estão todas reunidas no apêndice H.

passam a ser feitos sobre as equações abreviadas (isto é, com figuras inteiras de uma só vez, sejam elas retas, circunferências, cônicas, planos, esferas, etc). A esse expediente acrescenta-se o uso de alguma argumentação do seguinte tipo: se $A = 0$ e $B = 0$ são as equações abreviadas de duas figuras geométricas iniciais então uma *combinação* do tipo $u\,A + v\,B = 0$ fornece a equação de uma nova figura que passa por todos os pontos comuns entre as duas figuras dadas.

Logo de saída, pode-se perguntar como se faz exatamente essa combinação de equações. As figuras $A = 0$ e $B = 0$ precisam ser de mesma espécie, como, por exemplo, reta e reta, ou circunferência e circunferência, etc? Ou podem ser figuras de espécies distintas como, por exemplo, uma reta e uma circunferência? E o que dizer de u e v? Seriam constantes ou seriam outras equações?

Ora, a maneira de combinar equações está diretamente associada ao modo como um autor pretende usar isso como estratégia de demonstração, seja num artigo de pesquisa, seja num livro didático. Eventualmente esse autor pode enunciar o modo como pretende combinar essas equações, embora isso nem sempre aconteça. Esses enunciados, em suas diferentes versões, foram posteriormente chamados por autores de livros de ensino ou de história da geometria de *princípio da notação abreviada.*

Isto posto, podemos descrever mais cuidadosamente o *método da notação abreviada* como sendo a execução conjunta dos seguintes procedimentos:

1. Abreviar a escrita dos polinômios envolvidos no problema, substituindo cada um deles por uma simples letra, para manipular esses símbolos nos cálculos;

2. Usar um *princípio* que indica como combinar duas ou mais equações algébricas (agora simples letras) das figuras envolvidas num problema geométrico para obtenção de novas equações.

Dentre os princípios de combinação de equações encontrados nos textos dos *Annales de Gergonne*, por exemplo, um dos mais correntemente utilizados (embora, repito, nem sempre seja um princípio enunciado) é a seguinte versão que chamo de *linear*:

Versão linear do princípio da notação abreviada. *Se $A = 0$ e $B = 0$ são as equações de dois lugares geométricos dados, então a equação*

$$A + \lambda B = 0\,,$$

onde λ é uma constante qualquer, representa um terceiro lugar geométrico que passa por todos os pontos de interseção dos dois lugares iniciais.

O reverendo George Salmon, autor de um dos mais populares manuais didáticos de geometria analítica da segunda metade do século dezenove comenta que esse princípio "é evidente", pois quaisquer coordenadas que satisfaçam a equação $A = 0$ e também a equação $B = 0$, necessariamente satisfazem a equação $A + \lambda B = 0$.[12]

Note que a equação $A + \lambda B = 0$ na verdade não é a equação de uma única figura, mas de um *feixe parametrizado* de lugares geométricos com uma característica em comum. Dito mais claramente, dispõe-se de uma infinidade de figuras, tantas quantas são infinitas as escolhas da constante λ, todas passando pelos pontos de interseção das figuras inicialmente dadas.

Uma vez que os dois passos acima são executados, a argumentação segue conforme o objetivo do autor rumo à solução do problema que estiver sendo abordado. Pode-se, por exemplo, inferir uma propriedade que valha simultaneamente para uma infinidade de figuras (todos os lugares geométricos do feixe). Pode-se também escolher ou calcular convenientemente o(s) valor(es) do(s) parâmetro(s) para obter uma figura específica no feixe. Essa figura, além de atender à propriedade geral do feixe (que é passar pelos pontos de interseção) ainda assume uma posição particularmente adequada ao problema em questão.

A seguir apresento dois exercícios simples de geometria analítica que podem ser resolvidos usando a versão linear do princípio da notação abreviada.

Exercício 1. Considere as elipses $\begin{cases} 9x^2 + 25y^2 + 18x - 150y + 65 = 0 \\ x^2 + 16y^2 + 2x - 96y + 113 = 0 \end{cases}$.

Responda às seguintes perguntas: **(1 a)** Existe alguma circunferência passando pelos pontos de interseção dessas elipses? Qual? **(1 b)** Determine a seção cônica passando pelos quatro pontos de interseção das elipses dadas e que passe também pela origem do sistema cartesiano.

Solução. Qualquer curva passando pelos quatro pontos de interseção das elipses consideradas pode ser escrita como

$$(9x^2 + 25y^2 + 18x - 150y + 65) + \lambda(x^2 + 16y^2 + 2x - 96y + 113) = 0 \ ,$$

ou seja

$$(9 + \lambda)x^2 + (25 + 16\lambda)y^2 + (18 + 2\lambda)x - (150 + 96\lambda)y + (65 + 113\lambda) = 0 \ ,$$

[12] Confira [SALMON 1855, § 36, p. 28].

para algum número real λ. Assim, para responder todas as perguntas do exercício basta encontrar o coeficiente adequado ao caso.

Para responder a pergunta **(1 a)**, é necessário encontrar o parâmetro λ que faz com que os coeficientes de x^2 e y^2 na equação geral sejam iguais. De $9+\lambda = 25+16\lambda$ temos $\lambda = -\frac{16}{15}$. Substituindo esse valor na equação geral e fazendo as devidas reduções, encontramos a circunferência $x^2+y^2+2x-6y-7=0$.

Na pergunta **(1 b)**, a condição sobre o parâmetro é que o coeficiente independente seja nulo, isto é $65+113\lambda = 0$. Daí $\lambda = -\frac{65}{113}$, e a cônica requerida é a elipse $8x^2+15y^2+16x-90y=0$.

A figura 6.1 oferece imagens do exercício proposto e das respostas calculadas.

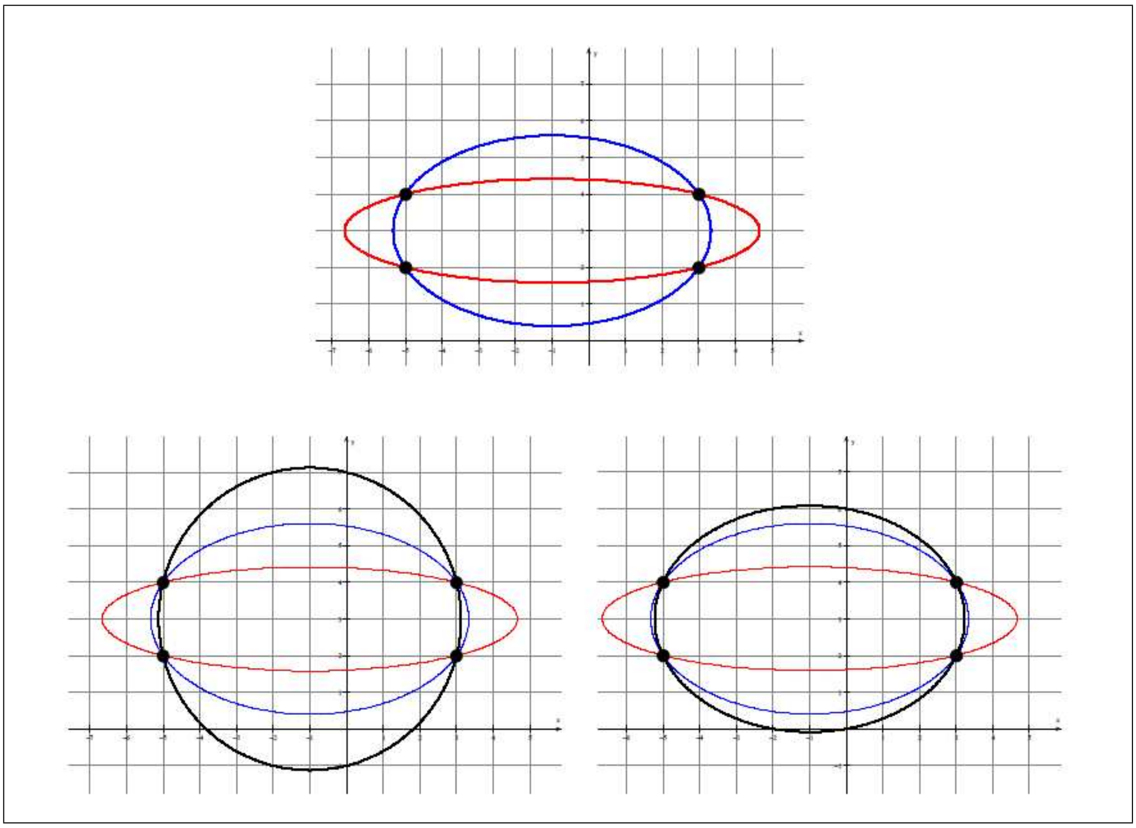


Figura 6.1: Um exercício de geometria analítica.

Exercício 2.[13] Encontrar a equação da cônica passando pelos cinco pontos $A = (1,2)$, $B=(3,5)$, $C=(-1,4)$, $D=(-3,-1)$ e $E=(-4,3)$.

Solução. Calculando as equações das retas dos lados do quadrilátero $ABCD$ temos a reta AB: $3x-2y+1=0$, a reta CD: $5x-2y+13=0$, a

[13] Este exercício foi extraído do supracitado livro de George Salmon ([SALMON 1855, p. 211]).

reta BC: $x - 4y + 17 = 0$ e a reta AD: $3x - 4y + 5 = 0$. Assim, a cônica pedida pode ser posta na forma

$$(3x - 2y + 1)(5x - 2y + 13) = \lambda(x - 4y + 17)(3x - 4y + 5) \ .$$

Calculando-se λ de modo que esta equação satisfaça também as coordenadas do ponto E encontra-se $\lambda = -\frac{221}{19}$; o que fornece, após feitas as devidas reduções $79x^2 - 320xy + 301y^2 + 1101x - 1665y + 1586 = 0$.

A figura 6.2 mostra o gráfico deste exercício.

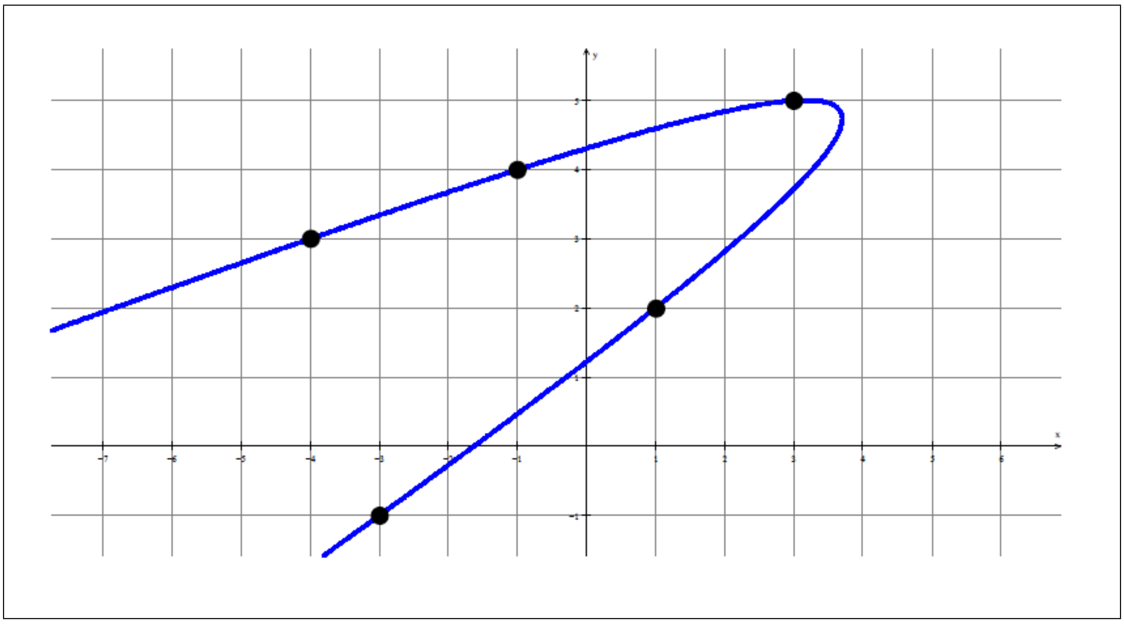


Figura 6.2: Outro exercício de geometria analítica.

6.2 Os primeiros textos em quatro autores.

6.2.1 Lamé: *Exame dos diferentes métodos empregados para resolver os problemas de geometria* (1817 e 1818).

Em dezembro de 1816, quando ainda era um estudante na Escola de Minas, o jovem politécnico Gabriel Lamé, então com 21 anos, submeteu um trabalho à Academia Real de Ciências de Paris. Um extrato desse trabalho, o primeiro de sua longa carreira acadêmica, apareceu pouco depois, em fevereiro de 1817, nos *Annales de Gergonne*, publicado com o título *Sobre as interseções de linhas e superfícies.*[14] No

[14] [LAMÉ 1817].

ano seguinte, Lamé publica um pequeno livro com o interessante título *Exame dos diferentes métodos empregados para resolver problemas de geometria.*[15] Trata-se de um livro dividido em 36 parágrafos com pouco mais de 120 páginas, onde Lamé discorre sobre um assunto na moda, a questão dos métodos analíticos *versus* os métodos sintéticos. Entre um ou outro comentário dissertativo, ele propõe e soluciona diversos problemas de geometria, resolvidos ora por meio de equações, ora seguindo a tradição das construções gráficas (geometria de régua e compasso). O artigo de 1817 está reproduzido integralmente no livreto de 1818 no parágrafo § 21 e em parte do parágrafo § 24. A figura 6.3 mostra uma página dos *Annales* de fevereiro de 1817 com desenhos feitos pelo editor Gergonne. Os desenhos 1 e 2 à esquerda ilustram o texto de Lamé ali publicado.

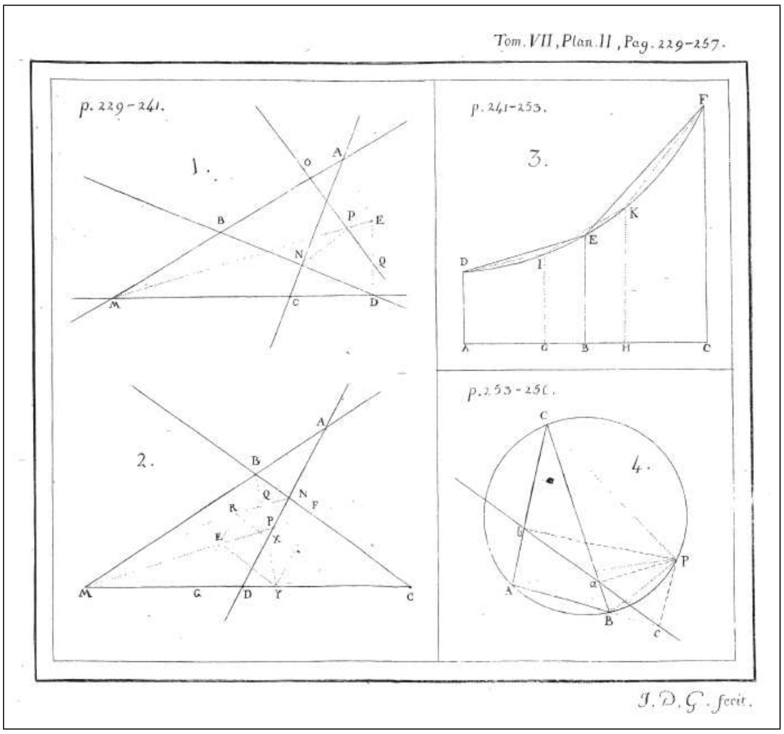


Figura 6.3: Desenhos de Gergonne que ilustram o texto de Lamé nos *Annales.*

Na página de *Advertência* que abre o livro, Lamé destaca três tópicos que, segundo ele, seriam ali os "merecedores de maior atenção". Um desses três é "a expressão analítica da comunidade de interseção de lugares geométricos."[16] É a partir desse ponto que começo minha análise dos textos do jovem engenheiro, visto que um princípio de combinação de equações de lugares geométricos aparece pela primeira vez em seu livro no parágrafo § 20 intitulado exatamente *Expressão analítica da comu-*

[15] [LAMÉ 1818].

[16] l'expression analytique de la communauté d'intersection des lieux géométriques. [LAMÉ 1818, p. v].

nidade de interseção de lugares geométricos.[17] Discutindo sobre as possíveis dificuldades de se colocar um problema geométrico em termos de equações, ele observa que uma das primeiras é exatamente a de exprimir quando um terceiro lugar geométrico passa pela interseção de dois lugares previamente dados. Mais especificamente

• exprimir quando um ponto dado ordinariamente pela interseção de duas linhas esteja sobre uma terceira linha;

• ou exprimir que uma linha determinada pelo encontro de duas superfícies, seja comum a uma terceira.

Ao que, Lamé apresenta sua proposta em termos da combinação das equações dos lugares geométricos envolvidos.

> Eu tentarei retirar essa dificuldade, me apoiando sobre este princípio evidente, que ao se combinar as equações de dois lugares geométricos de um modo qualquer, a equação resultante exprime um terceiro lugar geométrico sobre o qual se encontram as interseções dos dois primeiros.[18]

Este registro deixa muito imprecisa a instrução *combinar de um modo qualquer*. Mas é o próprio autor que explica de que modo pretende usar esse princípio. Para começar, os lugares geométricos envolvidos na discussão (sejam três linhas ou três superfícies) devem ser do mesmo grau, que o autor chama de D. A seguir ele designa as equações desses lugares geométricos por $E = 0$, $E' = 0$ e $E'' = 0$. Essa é a primeira vez no texto que equações de lugares geométricos aparecem anotadas abreviadamente.[19] Multiplicando a primeira e a segunda equação respectivamente por duas “indeterminadas m e m' e ajuntando-as em seguida”, obtém-se a equação

$$mE + m'E' = 0 \; .$$

Portanto a combinação proposta por Lamé, anteriormente dita “qualquer”, na verdade é uma *combinação linear* das equações por dois coeficientes constantes indeterminados.

Lamé observa que a equação $mE + m'E' = 0$ poderá representar todo lugar geométrico passando pelas interseções das figuras representadas pelas equações $E = 0$

[17] [LAMÉ 1818, p. 27].

[18] J'essayerai de lever cette difficulté, en m'appuyant sur ce principe évident ; que si l'on combine les équations de deux lieux géométriques d'une manière quelconque, l'équation résultante exprime un troisième lieu géométrique, sur lequel se trouve l'intersection des deux premiers. [LAMÉ 1818, p. 28].

[19] Na verdade, salvo uma equação de elipse e outra de elipsóide que aparecem na *Advertência* (uma página pré-textual, anterior ao sumário) estas são as primeiras equações, independentes de estarem abreviadas ou não, que aparecem no livro.

e $E' = 0$, tendo em vista a indeterminação da razão m/m'. Essa indeterminação é o que dá sentido à palavra *comunidade* utilizada por Lamé no título da seção. De um infinidade de escolhas de constantes m e m', temos uma infinidade de figuras passando pela interseção das duas primeiras.

Quanto ao grau do polinômio $mE + m'E' = 0$, duas situações podem acontecer. Primeiro, se esse grau for D, então, em particular, um dos elementos da comunidade $mE + m'E' = 0$ será o terceiro lugar geométrico $E'' = 0$. Por identificação dos polinômios $mE + m'E'$ e E'', pode-se extrair relações envolvendo m e m' e os coeficientes de E, E' e E'' e a partir dessas relações obter resultados que versam sobre concorrência de mais de dois lugares geométricos nos mesmos pontos. Por outro lado, dependendo da forma das linhas $E = 0$ e $E' = 0$ e da posição relativa entre elas, alguns elementos da comunidade $mE+m'E' = 0$ podem ser figuras de grau menor do que D. Algebricamente isso significa que dependendo dos coeficientes dos polinômios E e E' e das constantes m e m' escolhidas, o grau do polinômio $mE + m'E'$ pode ser menor do que D. Ambos os casos serão explorados por Lamé nas diversas aplicações desse princípio nas duas seções seguintes do seu *Exame dos diferentes métodos.*

Vejamos alguns resultados do parágrafo § 21 do livreto, onde Lamé resolve os sete problemas seguintes:[20]

Problema I. *Encontrar as condições necessárias para que três retas passem por um mesmo ponto.*

Problema II. *Encontrar as condições necessárias para que três linhas de segunda ordem se cortem segundo os mesmos pontos.*

Problema III. *Encontrar as condições necessárias para que três planos se cortem segundo uma mesma reta.*

Problema IV. *Encontrar as condições necessárias para que três superfícies de segunda ordem se cortem segundo uma mesma curva.*

Problema V. *Encontrar a condição necessária para que quatro planos concorram num mesmo ponto.*

Problema VI. *Encontrar as condições necessárias para que quatro superfícies de segunda ordem tenham os mesmos pontos de interseção.*

Problema VII. *Exprimir que duas seções cônicas tenham seus pontos de interseção situados sobre uma mesma linha reta.*

[20] [LAMÉ 1818, pp.31 a 41].

A solução de todos os problemas começa exatamente da mesma maneira, variando apenas a quantidade de equações manipuladas (conforme o problema trate de três ou quatro figuras) e a quantidade de coeficientes (conforme a equação geral da figura em questão seja de primeiro ou segundo grau, ou ainda, conforme sejam equações a duas ou três variáveis): Lamé alista explicitamente todas as equações das figuras dadas nos problemas em questão, a seguir usa o seu princípio da combinação linear exposto na seção anterior e na sequência, ele *conta* a quantidade de condições envolvendo os coeficientes que se pode estabelecer a partir da combinação feita. Nos problemas de primeiro grau (I, III e V), não há mais nada além disso, e eles servem quase exclusivamente como uma *preparação* aos problemas de segundo grau (II, IV, VI e VII). Já nos problemas de segundo grau, algumas considerações extras são acrescentadas e isso conduz a resultados. No parágrafo § 21, quatro teoremas são enunciados por meio desse procedimento.

A seguir, vamos acompanhar mais detalhadamente a solução dos problemas I e II e a dedução do primeiro teorema do parágrafo § 21. No problema I, Lamé quer encontrar as condições para que três retas concorram num mesmo ponto. Assim, sejam

$$\left\{ \begin{array}{ccccccc} a\,x & + & b\,y & + & c & = & 0 \\ a'\,x & + & b'\,y & + & c' & = & 0 \\ a''\,x & + & b''\,y & + & c'' & = & 0 \end{array} \right. \qquad (1)$$

as equações das três retas em questão. A eliminação de x e y entre elas, fornece imediatamente a condição

$$ab'c'' - ac'b'' + ca'b'' - ba'c'' + bc'a'' - cb'a'' \quad (2)\ .$$

Lamé informa que se pode chegar ao mesmo resultado por outro meio, que em si mesmo, neste caso, não é melhor do que a maneira anterior. Mas o fato de ele resolver o problema outra vez, agora usando seu princípio de combinação linear de equações, lhe serve como uma primeira etapa na sistematização deste tipo de solução para os próximos problemas. Assim, multiplicando as duas primeiras equações de (1) por m e m', tem-se

$$(am + a'm')x + (bm + b'm')y + (cm + c'm') = 0 \quad (3)\ .$$

Note que essa equação, por causa da indeterminação dos multiplicadores m e m', representa todas as retas que passam pela interseção das duas primeiras retas de (1).

Na intenção de que as três retas concorram num mesmo ponto, deve-se escolher m e m' de modo que a terceira equação de (1) coincida com a equação (3), o que fornece:

$$am + a'm' = a'' \ , \quad bm + b'm' = b'' \ , \quad cm + c'm' = c'' \quad (4) \ .$$

Por fim, eliminando-se m e m' entre essas três equações, recaímos outra vez na equação (2).

No problema II, o que se procura são as condições necessária para que três linhas de segunda ordem se encontrem nos mesmos pontos. Dessa vez, as equações são

$$\left\{\begin{array}{ccccccccccccc} a\,x^2 & + & 2\,b\,xy & + & c\,y^2 & + & 2\,d\,x & + & 2\,e\,y & + & f & = & 0 \\ a'\,x^2 & + & 2\,b'\,xy & + & c'\,y^2 & + & 2\,d'\,x & + & 2\,e'\,y & + & f' & = & 0 \\ a''\,x^2 & + & 2\,b''\,xy & + & c''\,y^2 & + & 2\,d''\,x & + & 2\,e''\,y & + & f'' & = & 0 \end{array}\right. \quad (1) \ .$$

Ao tomar a soma dos produtos das duas primeiras equações pelos multiplicadores m e m' tem-se a equação

$$\begin{array}{c} (am + a'm')x^2 + 2(bm + b'm')xy + (cm + c'm')y^2 + \\ +2(dm + d'm')x + 2(em + e'm')y + (fm + f'm') = 0 \end{array} \quad (2) \ .$$

que representa todas as linhas de segunda ordem que passam pelas interseções das duas primeiras linhas de (1). Em particular, para que ela represente também a terceira curva de (1), ou seja, que as três curvas em (1) passem pelos mesmo pontos, é necessário que se tenha de uma só vez

$$\begin{array}{lll} am + a'm' = a'' \ , & bm + b'm' = b'' \ , & cm + c'm' = c'' \ , \\ dm + d'm' = d'' \ , & em + e'm' = e'' \ , & fm + f'm' = f'' \ , \end{array} \quad (3) \ .$$

A eliminação das variáveis m e m' nessas seis equações fornece quatro condições entre os dezoito coeficientes das três linhas em questão.

Dentre as considerações extras, Lamé analisa a equação (2) para inferir condições sobre os coeficientes das duas primeiras equações (1) de modo a obter linhas de forma específica passando pela interseção das duas primeiras curvas. Por exemplo, se

$$am + a'm' = cm + c'm' \ \text{ e } \ bm + b'm' = 0 \quad ,$$

então a linha (2) é uma circunferência. Eliminando a razão m e m' nas duas equações acima obtemos a condição $b(a' - c') = b'(a - c)$ como necessária e suficiente para que uma circunferência passe pelos pontos de interseção das duas primeiras linhas de (1). Por outro lado, se

$$(bm + b'm')^2 = (am + a'm') \cdot (cm + c'm')$$

então a curva (2) será uma parábola. Como a equação acima fornece, *em geral*, dois valores para a razão m/m', então teremos, em geral, duas parábolas passando pela interseção das duas primeiras curvas de (1).

Agora, um pequeno parêntesis na leitura do texto de Lamé para introduzir duas definições. Fixada uma direção, considere o conjunto de todas as cordas de uma cônica que são paralelas entre si naquela direção. A reta que atravessa todas essas cordas exatamente em seus pontos médios é chamada de *diâmetro* da curva. Naturalmente, cada cônica tem infinitos diâmetros. Para as cônicas que têm centro, ou seja, a elipse e a hipérbole, pode-se provar que seus diâmetros sempre passam pelos centros e isso serve como caracterização alternativa para os diâmetros. Nesta situação, dois diâmetros são ditos *conjugados* entre si quando um deles passa pelos pontos médios das cordas paralelas na direção do outro; e reciprocamente. No caso das parábolas que não têm centro, mostra-se que seus diâmetros são todos paralelos entre si e paralelos ao seu eixo de simetria; e neste caso não se define diâmetro conjugado.

Voltando à leitura do parágrafo § 21 do livreto *Exame dos diferentes métodos*, pelo problema I sabe-se que as condições

$$am + a'm' = a'' \,, \quad bm + b'm' = b'' \,, \quad dm + d'm' = d'' \quad ,$$

exprimem a condição de concorrência das retas

$$\left\{ \begin{array}{ccccccc} a\,x & + & b\,y & + & d & = & 0 \\ a'\,x & + & b'\,y & + & d' & = & 0 \\ a''\,x & + & b''\,y & + & d'' & = & 0 \end{array} \right. .$$

Cada uma das retas acima é o diâmetro da curva correspondente, que passa pelos pontos médios das cordas paralelas ao eixo das abscissas.[21] Como a direção desse eixo é qualquer, pode-se concluir o teorema já citado acima:[22]

[21] Para este resultado analítico que é não trivial, Lamé não dá referência no *Exame dos diferentes métodos*. No artigo [LAMÉ 1817] que precede a publicação (e contém parte) do livro, o editor Gergonne remete ao texto [BÉRARD 1815], onde há uma demonstração desse fato.

[22] [LAMÉ 1818, p. 34].

Teorema. *Quando várias seções cônicas têm quatro pontos comuns, e dada alguma direção na qual se tomem diâmetros paralelos, os conjugados desses diâmetros concorrem todos num mesmo ponto.*

Dito mais claramente, considere uma direção fixada e uma *comunidade* de cônicas passando por quatro pontos fixados. Para cada cônica da comunidade, tome o diâmetro que seja paralelo àquela direção. A seguir, considere em cada par de *cônica com diâmetro*, o seu diâmetro conjugado correspondente. Todos esses diâmetros conjugados, tantos quantos são as cônicas dadas inicialmente na comunidade, concorrem num só e mesmo ponto.

O parágrafo § 22 do *Exame dos diferentes métodos* também é dedicada a aplicações do seu princípio de combinação linear de equações. Nas palavras do próprio Lamé, "esta maneira de combinar as equações pode servir ainda para exprimir a natureza particular de certos lugares geométricos."[23]. Dito de modo mais claro, ele resolve quatro problemas que descrevem condições entre os coeficientes de uma equação geral do segundo grau de modo a ter superfícies de tipos diferentes no espaço.[24]

Problema I. *Exprimir que uma superfície de segunda ordem seja cilíndrica.*

Problema II. *Exprimir que uma superfície de segunda ordem seja cônica.*

Problema III. *Exprimir que uma superfície de segunda ordem seja o ajuntamento de dois planos.*

Problema IV. *Exprimir que uma superfície de segunda ordem seja de revolução.*

Apenas no primeiro e no último problema Lamé usa ainda seu princípio de combinação de equações. O segundo e o terceiro problema são meras variações do primeiro. Na resolução dos quatro problemas, o jovem engenheiro parte sempre da mesma equação geral de segundo grau a três variáveis

$$L = Ax^2 + A'y^2 + A''z^2 + 2Byz + 2B'xz + 2B''xy + 2Cx + 2C'y + 2C''z + D = 0\ .$$

É interessante notar que ele designa o polinômio que define a equação acima pela letra L, mas em momento nenhum ele opera com o símbolo L ou com a equação $L = 0$. Ele denomina o polinômio acima de L na intenção de melhor apresentar mais

[23] Cette manière de combiner les équations peut encore servir à exprimer la nature particulière de certains lieux géométriques. [LAMÉ 1818, p. 41].

[24] [LAMÉ 1818, pp.41 a 44].

três equações obtidas por cálculo de derivadas parciais

$$\frac{1}{2}\cdot\frac{dL}{dx} = Ax + B''y + B'z + C = 0 ,$$

$$\frac{1}{2}\cdot\frac{dL}{dy} = B''x + A'y + Bz + C' = 0 ,$$

$$\frac{1}{2}\cdot\frac{dL}{dz} = B'x + By + A''z + C'' = 0 .$$

Agora ele está munido de quatro equações, a partir das quais, seja por combinação linear (explícita), seja por resolução direta de sistemas, ele vai "exprimindo a natureza" de lugares geométricos de formas específicas.

Figura 6.4: Gabriel LAMÉ.

Após acompanhar algumas aplicações do princípio de combinação de equações de Lamé, cabe ressaltar este fato curioso. Todas as equações que aparecem nos parágrafos § 21 e § 22 do seu livro estão escritas explicitamente, isto é, *não são abreviadas*. Este fato torna-se ainda mais curioso considerando que ele tenha em seu livro um parágrafo intitulado *Notações*, cuja frase de abertura diz "no cálculo é sempre necessário escolher as notações mais vantajosas; seja para ajudar a memorização, seja para abreviar as eliminações."[25] O princípio de combinação linear de equações,

[25] Dans le calcul, il faut toujours choisir les notations les plus avantageuses ; soit pour aider la mémoire, soit pour abréger les éliminations. [LAMÉ 1818, § 18, p. 26].

este sim é usado em todos os argumentos; mas as abreviações, nunca. E mesmo no livro inteiro, o único momento em que aparecem equações abreviadas no texto é no parágrafo § 20, exatamente quando do detalhamento do seu modo de combinar equações que, nas palavras do próprio Lamé, trata-se "de um princípio que não é nada em si mesmo."[26]

Contrariando o desdém (ou a modéstia) do jovem engenheiro-matemático, o seu princípio de combinação de equações revelou-se um método frutífero tanto no seu trabalho quanto nos de outros matemáticos de gerações posteriores.[27] No entanto é questionável reputá-lo como o *inventor* de um método que será mais tarde apelidado justamente de *método da notação abreviada.*

6.2.2 Gergonne: *Pesquisas sobre algumas leis gerais que regem as linhas e superfícies algébricas de todas as ordens* (janeiro de 1827).

O texto de Gergonne que selecionei para ilustrar o seu uso do método de notação abreviada é um trecho do artigo *Pesquisas sobre algumas leis gerais que regem as linhas e superfícies algébricas de todas as ordens.* Este longo artigo de 39 páginas publicado em duas partes (nos meses de janeiro e fevereiro de 1827) já foi apresentado.[28] Já vimos que por sua importância dentro do programa de pesquisa proposto pelo editor dos *Annales*, esse artigo pode ser considerado como um dos dois textos fundadores da geometria de situação enquanto disciplina e rubrica. Aqui, vamos nos concentrar nos parágrafos § I e § II da Seção Primeira intitulada *Propriedades de curvas algébricas situadas num mesmo plano*: os dois teoremas principais que aparecem ali e alguns de seus corolários, entre os quais o célebre Teorema de Pascal.[29]

A Seção Primeira do texto de Gergonne começa *preparando* o espaço geométrico onde os teoremas vão valer, bem como as ferramentas que serão necessárias para sua interpretação. O primeiro parágrafo define quando duas figuras são polares recíprocas uma da outra no plano em relação a uma linha de ordem dois previamente fixada, o que lhe permitirá, em cada cálculo a ser feito, deduzir um resultado só, mas estabelecer dois teoremas enunciados em par dual. A seguir ele define de maneira ampla o que

[26] d'un principe qui n'est rien en lui-même. [LAMÉ 1818, p. 31].

[27] Registre-se, por exemplo, que o princípio de combinações de equações descrito no parágrafo § 20, ainda será utilizado pontualmente nos parágrafos § 23, § 27 e § 28 do mesmo livro. Confira [LAMÉ 1818, pp. 44-50 e 70-73].

[28] Confira a seção 5.2.2 desta tese.

[29] [GERGONNE 1827 a, pp. 218-228].

ele considera nesse texto como uma linha de $m^{ésima}$ ordem. Que englobe as linhas de $m^{ésima}$ ordem mesmo, isto é, o lugar dos pontos do plano que satisfazem uma equação de grau m a duas variáveis, mas que englobe também os sistemas de linhas de ordem menor e cuja soma das ordens totalize m.[30] Assim, as linhas que correspondem a duas equações de graus p e q, apresentadas simultaneamente, pode ser considerada como uma linha de $(p+q)^{ésima}$ ordem. Semelhantemente, o sistema de m retas pode ser considerada uma linha de $m^{ésima}$ ordem. Por fim, fica estabelecido que quando se falar das interseções de duas curvas, serão contadas tanto suas interseções *ideais* quanto *reais*, bem como as *infinitamente distantes* e as *acessíveis.* Assim, o número de pontos de interseção entre duas curvas será necessariamente igual ao produto dos graus de suas equações.[31] Nas palavras do próprio autor, "estas convenções são necessárias para que nossos teoremas possam ter lugar sem nenhuma restrição."[32]

O autor abre a seção § I considerando duas curvas planas de ordem m, referenciadas aos mesmos eixos e que tenham as equações em x e y dadas por

$$M = 0 \quad (1) \quad \text{e} \quad M' = 0 \quad (2)\,.$$

Do que ficou estabelecido, essas duas curvas têm m^2 pontos em comum. Gergonne agora toma uma "constante indeterminada" λ e põe a equação

$$\lambda M + M' = 0 \quad (3)\,.$$

Para essas três equações, dá-se o seguinte. Primeiro que cada duas delas "comporta" a terceira.[33] Segundo, que por causa da indeterminação de λ, a equação (3) representa uma infinidade de curvas no plano. Por fim, que cada curva representada por (3) passa

[30] Hoje em dia chamaríamos isso de uma *união* de linhas, valendo-se da linguagem conjuntista; e reservaríamos a palavra *sistema* para os pontos contidos simultaneamente em todas as linhas consideradas, isto é, à interseção.

[31] Gergonne está evocando o teorema conhecido como *Teorema de Bézout* e descrevendo o melhor espaço que faça valer o melhor resultado, isto é, o espaço chamado hoje em dia de *plano projetivo.* Este plano contém os pontos reais e imaginários (que Gergonne, seguindo a denominação da época, chama de *pontos ideais*), bem como os pontos finitos ou no infinito (aqui chamados de *acessíveis* ou *infinitamente distantes*). Uma sutileza que escapou ao autor do artigo neste momento inicial é que os pontos de interseção podem ainda ser *simples* ou *múltiplos*, e que isso deve ser considerado na contagem. Esse último detalhe será pontuado numa observação feita três páginas depois, imediatamente após demonstrar e enunciar o primeiro teorema.

[32] Ces conventions sont nécessaires pour que nos théorèmes puissent avoir lieu sans aucune restriction. [GERGONNE 1827 a, p.218].

[33] Pelo contexto do seu uso por Gergonne, a palavra *comportar* significa que se pode *obter* qualquer uma das três funções M, M' e $\lambda M + M'$ *a partir* das outras duas, combinando-as adequadamente. Aqui neste caso, as combinações são lineares.

pelos m^2 pontos de interseção das curvas representadas por (1) e (2). Reciprocamente, qualquer curva que cortar (1) ou (2) exatamente nos mesmos m^2 pontos em questão, necessariamente tem que ser de $m^{ésima}$ ordem, e mais, sua equação tem que ser "comportada" pelas equações (1) e (2). Assim, qualquer curva que passe pelos pontos de interseção de (1) e (2) é uma das curvas que representadas pela equação (3).

Suponha agora que $m = p + q$, onde p e q são números inteiros positivos; e que para algum valor de λ se possa escrever a equação (3) como

$$PQ = 0 \quad (4)\,,$$

onde P e Q são fatores de grau p e q respectivamente. Então a equação (3) será de fato a equação de um sistema de duas curvas onde estarão distribuídos os m^2 pontos de interseção entre (1) e (2). Desses $(p+q)^2$ pontos, $p(p+q)$ estarão sobre a curva $P = 0$ e os outros $q(p+q)$ estarão sobre $Q = 0$.

Reciprocamente, suponha que as curvas (1) e (2) estejam situadas de tal maneira que dentre seus $(p+q)^2$ pontos de interseção, tenhamos $p(p+q)$ sobre alguma linha de $p^{ésima}$ ordem, digamos, $P = 0$. A interseção de $P = 0$ com (1) ou com (2) se dá nos mesmos $p(p+q)$ pontos. Como qualquer das curvas representadas por (3) contém a totalidade de m^2 pontos em questão; contém também, em particular, os $p(p+q)$ pontos de $P = 0$. Pode-se escolher convenientemente a constante λ de modo que a curva $P = 0$ seja componente da curva $\lambda M + M' = 0$. Mais exatamente, pode-se escolher arbitrariamente um ponto a mais em $P = 0$ e fazer com que suas coordenadas satisfaçam a equação $\lambda M + M' = 0$. Neste caso, o polinômio P é um fator de $\lambda M + M'$, e consequentemente outro fator será um polinômio do $q^{ésima}$ grau, digamos Q. Assim, os demais $q(p+q)$ pontos estarão na curva $Q = 0$.

O resultado obtido neste raciocínio pode ser apresentado, junto com seu dual, no par de teoremas a seguir.[34]

[34] Nos cursos modernos de geometria de curvas algébricas planas este teorema eventualmente é apresentado sob o nome de *Teorema dos Restos*, e sua demonstração usa a linguagem dos divisores (soma formal finita de pontos contados com multiplicidades). Confira [STÖHR 2000].

Teorema I. *Se, entre os* $(p+q)^2$ *pontos de interseção de duas linhas de* $(p+q)^{ésima}$ *ordem, situadas num mesmo plano, encontram-se* $p(p+q)$ *pertencendo todos a uma só e mesma linha de* $p^{ésima}$ *ordem; os* $q(p+q)$ *pontos de interseção restantes pertencerão todos a uma só e mesma linha de* $q^{ésima}$ *ordem.*

Teorema I. *Se, entre as* $(p+q)^2$ *tangentes comuns a duas linhas de* $(p+q)^{ésima}$ *ordem, situadas num mesmo plano, encontram-se* $p(p+q)$ *tocando todas uma só e mesma linha de* $p^{ésima}$ *ordem; as* $q(p+q)$ *tangentes comuns restantes tocarão todas uma só e mesma linha de* $q^{ésima}$ *ordem.*

Gergonne extrai oito pares duais de corolários deste primeiro teorema, um dos quais sendo o par de resultados abaixo, devidamente creditados a Pascal e Brianchon pelo cuidadoso editor.

Corolário IV. *Em todo hexágono inscritível numa linha de segunda ordem, os pontos de concorrência das direções dos lados opostos pertencem todos três a uma mesma linha reta e reciprocamente.*

Corolário IV. *Em todo hexágono circunscritível a uma linha de segunda ordem, as retas que ligam os vértices opostos concorrem todas três num mesmo ponto e reciprocamente.*

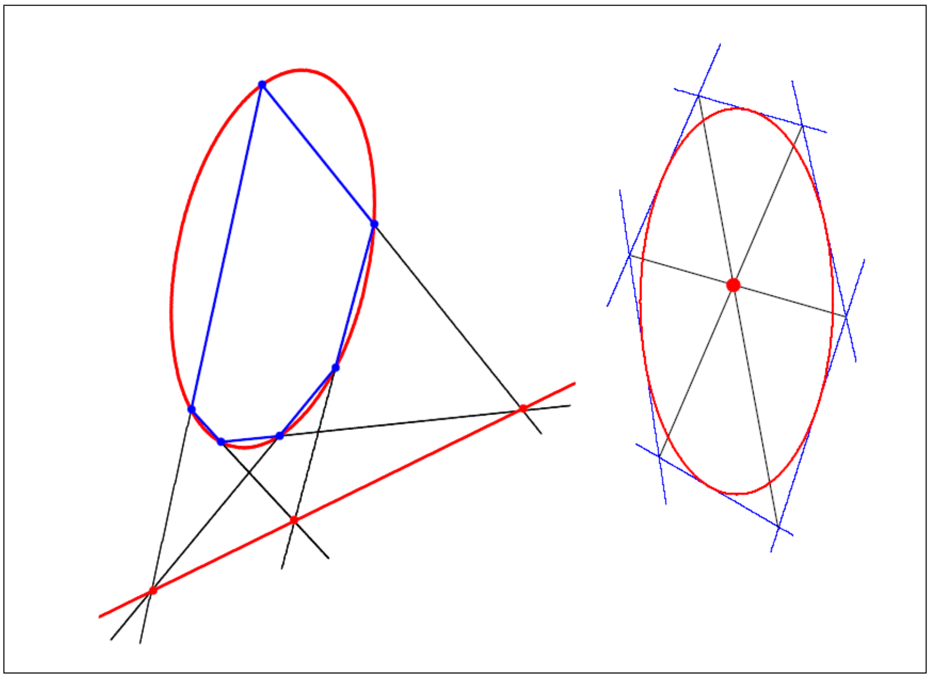


Figura 6.5: Teorema de Pascal e Teorema de Brianchon.

A justificativa é a seguinte. Considere um hexágono inscrito numa cônica, com lados numerados consecutivamente de 1 a 6. Tome as retas que suportam os lados 1, 3 e 5 como um sistema de ordem 3 e as retas que suportam os lados 2, 4 e 6 como um segundo sistema de ordem 3. Esses dois sistemas se intersectam em nove pontos, seis dos quais (os vértices do hexágono), estão numa curva de ordem dois. Os pontos restantes (os três pontos de concorrência dos lados opostos) estão, portanto, numa curva de ordem $3 - 2 = 1$, isto é, numa linha reta. Curiosamente, neste período entre os anos 1820 e 1830, o Teorema de Pascal será objeto de várias demonstrações distintas por meio da notação abreviada.[35]

Para o teorema seguinte, na seção § II, Gergonne considera agora três curvas de $m^{ésima}$ ordem, com equações em x e y dadas por

$$M = 0 \ \ (1)\,, \quad M' = 0 \ \ (2)\,, \quad M'' = 0 \ \ (3)\,.$$

Elas têm, duas a duas, m^2 pontos de interseção. Suponha como antes que $m = p+q$, e que as três curvas passam pelos mesmos $p(p+q)$ pontos pertencendo todos a uma curva de $p^{ésima}$ ordem, digamos

$$P = 0\,.$$

Do teorema anterior, os pontos restantes dessas curvas tomadas duas a duas, $q(q+p)$ para cada par $\{\,(2)\,,\,(3)\,\}$, $\{\,(3)\,,\,(1)\,\}$ e $\{\,(1)\,,\,(2)\,\}$, pertencerão a três linhas de $q^{ésima}$ ordem, dadas respectivamente por,

$$Q = 0 \ \ (4)\,, \quad Q' = 0 \ \ (5)\,, \quad Q'' = 0 \ \ (6)\,.$$

O autor manipula esses polinômios abreviados, usando argumentos análogos aos utilizados na dedução do teorema I, passando por equações como

$$\lambda M + M'' = PQ'\,, \quad \lambda' M' + M'' = PQ\,, \quad \mu M + M' = PQ''\,,$$

até obter o resultado a seguir:

[35] Adiante, nas seções 6.3.2 e 6.4.2, veremos a demonstração de Bobillier e as de Plücker respectivamente.

Teorema II. *Se três linhas de* $(p+q)^{ésima}$ *ordem, traçadas num mesmo plano, passam por* $p(p+q)$ *pontos pertencendo todos a uma só e mesma linha de* $p^{ésima}$ *ordem; os* $q(p+q)$ *pontos de interseção restantes destas curvas, tomados dois a dois, estarão sobre três linhas de* $q^{ésima}$ *ordem que se cortam todas nos mesmos* q^2 *pontos.*

Teorema II. *Se três linhas de* $(p+q)^{ésima}$ *ordem, traçadas num mesmo plano, têm* $p(p+q)$ *tangentes comuns todas tocando uma só e mesma linha de* $p^{ésima}$ *ordem; as* $q(p+q)$ *tangentes comuns restantes destas curvas, tomadas duas a duas, tocarão três linhas de* $q^{ésima}$ *ordem tendo todas três as mesmas* q^2 *tangentes comuns.*

"Entre os corolários, em número infinito, que resulta desse teorema"[36], Gergonne limita-se a assinalar quatro pares de resultados duais. Encerro esta seção enunciando apenas o primeiro resultado do primeiro par, que se obtém do teorema II fazendo $p = q = 1$.

Corolário I. *Se três linhas de segunda ordem, contidas num mesmo plano e circunscrita a uma mesma reta, são duas a duas circunscritas a três outras retas; estas três últimas concorrem em um mesmo ponto.*

Um caso particular deste resultado, em que as três linhas são circunferências, será tratado diretamente e de modo muito simplificado por Plücker, poucos meses depois, em agosto de 1827, usando a estratégia da notação abreviada.[37]

6.2.3 Bobillier: *Demonstração de quatro teoremas de geometria propostos na página 255 do precedente volume* (julho de 1827).

Este pequeno artigo,[38] que é um exercício resolvido, começa enunciando diretamente os quatro teoremas exatamente como foram propostos na seção de problemas de fevereiro de 1827.[39] Eles são enunciados em pares duais, sendo o segundo par uma versão espacial do primeiro par. Os teoremas são:

[36] Parmi les corollaires, en nombre infini, qui résultent de ce théorème [GERGONNE 1827 a, p.227].
[37] Confira adiante na seção 6.2.4 desta tese.
[38] [BOBILLIER 09].
[39] [ANNALES de GERGONNE 1827a].

Teorema I. *Três linhas de $m^{ésima}$ ordem, estando traçadas num mesmo plano; sempre se pode, de uma infinidade de maneiras diferentes, construir [neste plano] três outras [linhas] que tenham entre si os mesmos m^2 pontos de interseção; e além disso, que sejam tais que cada uma delas passe por m^2 pontos de interseção de duas das três primeiras [linhas dadas].*

II. *Quatro superfícies de $m^{ésima}$ ordem, estando dadas no espaço; sempre se pode, de uma infinidade de maneiras diferentes, construir quatro outras [superfícies] que tenham entre si os mesmos m^3 pontos comuns; e além disso, que sejam tais que cada uma delas tenha também m^3 pontos comuns com três das quatro primeiras [superfícies dadas].*

Teorema I. *Três linhas de $m^{ésima}$ ordem, estando traçadas num mesmo plano; sempre se pode, de uma infinidade de maneiras diferentes, construir [neste plano] três outras [linhas] que tenham entre si as mesmas m^2 [retas] tangentes comuns; e além disso, que sejam tais que cada uma delas tenha m^2 [retas] tangentes comuns com duas das três primeiras [linhas dadas].*

II. *Quatro superfícies de $m^{ésima}$ ordem, estando dadas no espaço; sempre se pode, de uma infinidade de maneiras diferentes, construir quatro outras [superfícies] que tenham entre si os mesmos m^3 planos tangentes comuns; e além disso, que sejam tais que cada uma delas tenha também m^3 planos tangentes comuns com três das quatro primeiras [superfícies dadas].*

No texto, Bobillier demonstra apenas os primeiros teoremas I e II e, após cada demonstração, argumenta simplesmente que "se [pode] deduzir o [resultado] correlato pela teoria das polares recíprocas". No enunciado desses teoremas não se informa explicitamente se as linhas (ou superfícies) dadas devem ser distintas, nem que as linhas (ou superfícies) obtidas são do mesmo grau que as primeiras.[40] Essas condições aparecem apenas indiretamente no enunciado ou na argumentação da demonstração.

No caso particular em que $m = 1$ (ilustrado na figura 6.6), o que o primeiro resultado I diz é que fixadas três retas coplanares $\{A, B, C\}$, pode-se construir uma infinidade de trincas de retas $\{A', B', C'\}$ tais que estas três últimas sejam concorrentes num mesmo ponto e além disso sejam concorrentes também as trincas $\{A', B, C\}$, $\{A, B', C\}$ e $\{A, B, C'\}$. O argumento que fornece as retas A', B' e C' é bem simples. Pode-se escolher à vontade uma reta C' passando pelo ponto de concorrência de A e B. Semelhantemente, pode-se escolher qualquer reta B' que passe na interseção de A e C. Por fim, a reta A' fica determinada ligando-se o ponto de interseção de B'

[40] Eis o enunciado original do primeiro teorema I: "Trois lignes du m^{ieme} ordre étant tracées sur un même plan ; on peut toujours, d'une infinité de manières différentes, en construire trois autres qui, ayant entre elles les mêmes m^2 points d'intersection, soient telles en outre que chacune d'elles passe par les m^2 points d'intersection de deux des trois premières." [BOBILLIER 09, pp.25-26].

com C' e o ponto de interseção de B com C. A "infinidade de maneiras diferentes" de obter as retas previstas no teorema está exatamente na liberdade de escolha das duas primeiras retas.

A demonstração que Bobillier apresenta para o primeiro resultado I não é, essencialmente, em nada diferente da argumentação exposta acima.[41] Para começar, considere as três curvas planas de mesmo grau m traçadas num plano e representadas pelas equações

$$A = 0 \quad (1)\ ; \qquad B = 0 \quad (2)\ ; \qquad C = 0 \quad (3)\ .$$

Agora considere as equações

$$A + \lambda B = 0 \quad (4) \qquad \text{e} \qquad A + \mu C = 0 \quad (5)\ .$$

As equações (4) e (5) são de novas curvas de grau m. Qualquer que seja a constante λ, a curva (4) passa pelos m^2 pontos de interseção de (1) e (2). Semelhantemente qualquer que seja a constante μ, a curva (5) passa pelos m^2 pontos de interseção entre (1) e (3). Note que as equações (4) e (5) já representam as duas primeiras curvas previstas pelo teorema; ou, mais exatamente, os dois feixes de curvas onde se pode escolher, uma em cada, as duas primeiras previstas.

Para calcular a última curva, Bobillier combina as equações (4) e (5), escrevendo

$$(A + \lambda B) + \nu(A + \mu C) = 0\ ,$$

isto é,

$$(1 + \nu)A + \lambda B + \nu\mu C = 0 \quad (6)\ .$$

Esta equação representa o feixe (parametrizado por ν) de curvas que passam nos pontos comuns de (4) e (5). Além disso, a curva desse feixe que também passa pelos pontos comuns de (2) e (3) é aquela que satisfaz ao par de equações $B = 0$ e $C = 0$. Esta condição pode ser satisfeita sem impor nenhuma restrição sobre a escolha de λ e μ, mas apenas impondo que $1 + \nu = 0$, isto é, $\nu = -1$. Com isso a equação (6) reduz-se à

$$\lambda B - \mu C = 0\ .$$

A demonstração de Bobillier se encerra por aqui. Podemos resumi-la da seguinte maneira, dadas as curvas planas de mesmo grau $A = 0$, $B = 0$ e $C = 0$, obtém-se as

[41] Apenas por uma questão de manter a continuidade na minha exposição, tomo a liberdade de substituir as abreviações empregadas por Bobillier, M, M', M'', etc, por A, B, C, etc.

curvas $A' = 0$, $B' = 0$ e $C' = 0$ definidas por

$$A' = \lambda B - \mu C\,, \quad B' = A + \mu C\,, \quad C' = A + \lambda B\,,$$

e cada uma das quatro trincas de curvas $\{A', B', C'\}$, $\{A', B, C\}$, $\{A, B', C\}$ e $\{A, B, C'\}$ concorrem num conjunto de m^2 pontos. Note que nessa demonstração curta e simples, Bobillier manipula exclusivamente polinômios abreviados, e combina-os sempre linearmente. Observe ainda que ele se aproveita da indeterminação dos coeficientes da combinação envolvidos (λ, μ e ν), seja para inferir "a infinidade de maneiras diferentes" de situar os elementos da solução quando deixa λ e μ livres em (4) e (5); seja para selecionar uma curva em posição específica num feixe, quando calcula $\nu = -1$ na combinação linear em (6).

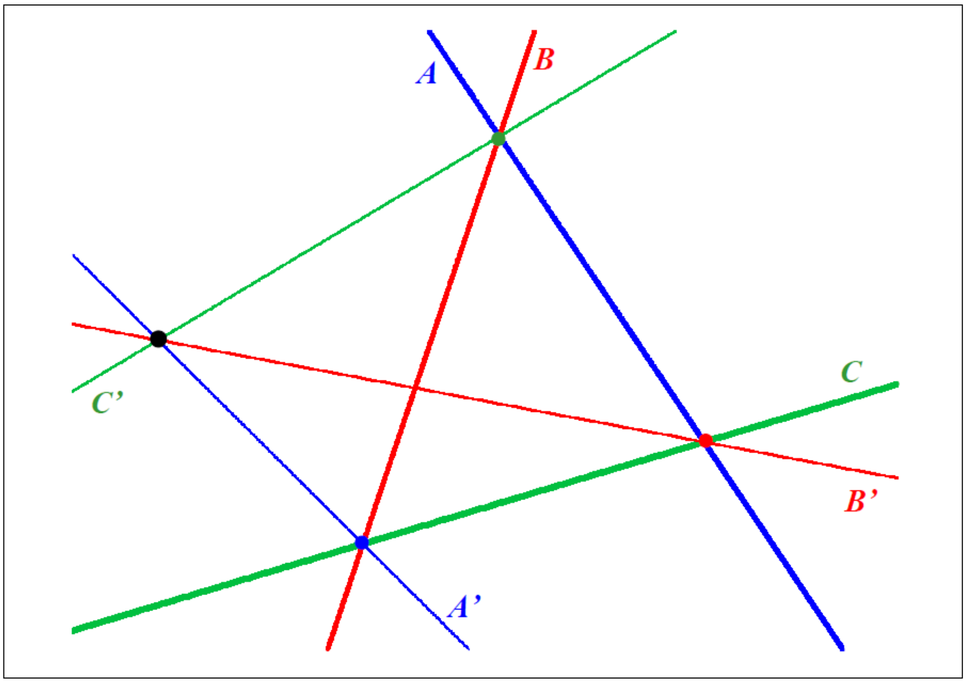


Figura 6.6: [BOBILLIER 09], primeiro Teorema I, caso $m = 1$.

A demonstração de Bobillier para o primeiro teorema II é completamente análoga. Ele começa com quatro superfícies dadas por $A = 0$, $B = 0$, $C = 0$ e $D = 0$. Três das quatro superfícies do resultado são dadas pelas equações $D + \lambda_1 C + \mu_1 B = 0$, $D + \lambda_2 A + \mu_2 C = 0$ e $D + \lambda_3 B + \mu_3 A = 0$, onde os coeficientes λ_1, λ_2, λ_3, μ_1, μ_2 e μ_3 permanecerão livres. Por fim, a última superfície é selecionada, em termos dos parâmetros ν_1 e ν_2, no feixe dado por $(D+\lambda_3 B+\mu_3 A)+\nu_1(D+\lambda_1 C+\mu_1 B)+\nu_2(D+\lambda_2 A + \mu_2 C)$.

6.2.4 Plücker: Quatro textos nos *Annales* (entre 1826 e 1828).

Em 1828 e 1831, o jovem professor Julius Plücker publicou os dois volumes do seu primeiro tratado intitulado *Desenvolvimentos de Geometria Analítica* (*Analytisch-Geometrisch Entwicklungen*).[42] Estes livros são significativos na historiografia da geometria do século XIX, entre outras coisas, por conter o que mais tarde ficaria conhecido como o *método da notação abreviada* e a solução da querela em torno da questão da dualidade que opôs Gergonne e Poncelet. Paralelamente à produção desses volumes, Plücker ensaiava seus métodos em artigos publicados nos *Annales de Gergonne* ou no *Journal de Crelle*. Nesta subseção, apresento trechos de quatro artigos seus publicados nos *Annales* entre 1826 e 1828. Nos artigos, todos publicados sob a rubrica geometria analítica, quero mostrar o modo com que Plücker usou combinações de equações algébricas, abreviadas ou não, para obter teoremas em geometria. Mais adiante, antes do fim desta seção, pretendo apresentar algumas passagens selecionadas do trabalho de Plücker na década de 1830, dessa vez expondo duas demonstrações suas para o Teorema de Pascal e apontando alguns trechos dos seus tratados e de um memorial publicados no *Crelle*, ainda tendo em vista ressaltar nesses escritos o método da notação abreviada.

"Pesquisa gráfica do círculo osculador, para linhas de segunda ordem".

Dizemos que duas curvas distintas têm *interseção simples* num ponto quando as retas tangentes a essas curvas no ponto de interseção são distintas. Caso as duas retas tangentes coincidam, dizemos que as curvas têm *contato*. Sabemos que duas curvas de segundo grau sempre se intersectam em quatro pontos.[43] Se dois desses pontos coincidem, temos um *contato de primeira ordem*, e as curvas são ditas *tangentes* entre si neste ponto. Caso três desses pontos coincidam, temos um *contato de segunda ordem* e as curvas são ditas *osculatrizes* uma da outra. Se os quatro pontos coincidem, o contato é chamado de *de terceira ordem*. Duas cônicas têm *contato duplo* quando elas são tangentes em dois pontos distintos (isto é, há dois contatos distintos de primeira ordem). Os conceitos de interseção simples, contato, tangência, osculação, etc, entre duas curvas de graus quaisquer, podem ser estendidos de maneira análoga. A figura 6.7 ilustra as diversas interseções possíveis entre duas seções cônicas: em (a) temos uma tangência e duas interseções transversais; em (b) uma osculação e uma

[42] [PLÜCKER 1828 a] e [PLÜCKER 1831].

[43] Lembramos que este é o conhecido *Teorema de Bézout*. Na contagem dos pontos de interseção, deve-se atentar que alguns desse pontos podem ser reais ou imaginários; podem estar ou não no infinito; ou ainda podem ser distintos ou múltiplos.

interseção transversal; em (c) um contato de terceira ordem e em (d) um contato duplo.

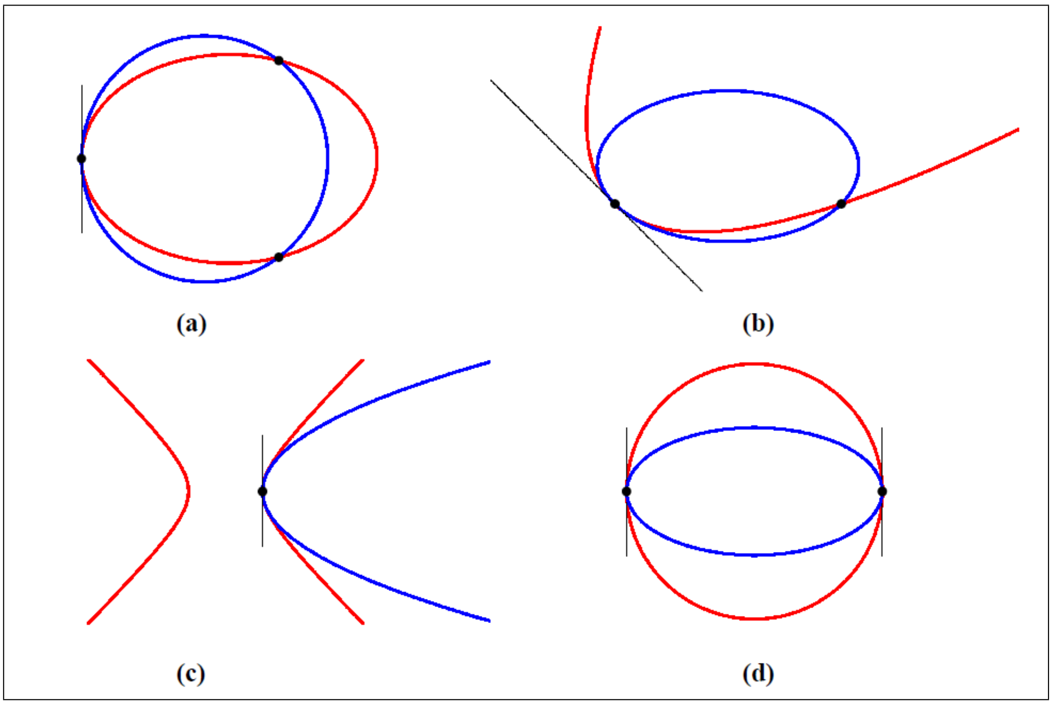


Figura 6.7: Interseções possíveis entre duas linhas de segunda ordem.

O primeiro texto de Plücker que vamos acompanhar é uma pesquisa, publicada em setembro de 1826,[44] que trata de interseções (e mais especificamente de contatos) entre linhas de segunda ordem e circunferências. O pequeno texto traz três resultados, todos enunciados numa mesma página, destacados no corpo do texto, mas sem título.

No início do artigo, Plücker oferece as equações de duas linhas de segunda ordem,

$$y^2 + 2axy + bx^2 + 2cx = 0 \quad (1) \ ,$$

$$y^2 + 2Axy + Bx^2 + 2Cx = 0 \quad (2) \ ,$$

ambas passando pela origem do sistema cartesianos e tendo como tangente comum o eixo y. A primeira linha está fixada, e portanto os coeficientes a, b e c são determinados. A linha (2) é "geral" no sentido de que os coeficientes A, B e C devem funcionar como três *parâmetros livres*. As infinitas curvas representadas pela equação (2), todas relacionam-se com a primeira fixada ao terem com esta um contato num ponto também fixado. Ao longo do texto, serão feitos cálculos e/ou acrescentadas

[44] [PLÜCKER 1826 b].

hipóteses sobre esses últimos coeficientes, de modo a concluir resultados relativos a contatos entre linhas de segunda ordem.

O primeiro cálculo que o autor faz é a subtração entre as duas equações, obtendo

$$x \cdot [\,2(A-a)y + (B-b)x + 2(C-c)\,] = 0 \quad .$$

Seu objetivo é calcular a equação da corda comum às duas cônicas, isto é, a reta que liga os outros dois pontos de interseção das duas curvas (que já têm um ponto de contato comum na origem do sistema). Sua justificativa é feita por meio de um princípio de combinação explicitamente registrado, embora esse enunciado ainda esteja vago como no texto de Lamé: "É conhecido que, ao combinar-se junto, de uma maneira qualquer, as equações de dois lugares geométricos, a equação resultante será a de um terceiro lugar geométrico, contendo os pontos comuns aos dois primeiros."[45] Observe que a equação acima (não númerada no texto), fornece dois fatores lineares, ou seja, duas equações de retas. A primeira, que é $x = 0$, é a tangente passando pelo contato comum. A segunda,

$$2(A-a)y + (B-b)x + 2(C-c) = 0 \quad (3)\ ,$$

é a corda comum às duas curvas pelos outros dois pontos de interseção. O autor informa que a corda (3) ainda existe, mesmo quando os dois outros pontos de interseção são imaginários. Neste caso, a corda chama-se *corda ideal*, seguindo a nomenclatura corrente na época.[46] Cabe registrar que esse é o único momento em todo o texto em que um princípio de combinação de equações tal como o enunciado é efetivamente utilizado.

Na sequência, Plücker aproveita-se da indeterminação dos coeficientes A, B e C para inferir resultados. Por exemplo, impondo que $C = c$, a equação (3) deixa de ter um termo independente e é uma reta passando pela origem. A equação (2) torna-se

$$y^2 + 2Axy + Bx^2 + 2cx = 0 \quad (4)\ ,$$

que ainda é uma equação "geral" (agora com dois parâmetros livres A e B) das curvas que tem contato de segunda ordem com (1) na origem. Este é exatamente

[45] Il est connu que, si l'on combine ensemble, d'une manière quelconque, les équations de deux lieux géométriques, l'équation résultante sera celle d'un troisième lieu géométrique, contenant les points communs aux deux premiers. [PLÜCKER 1827, p. 70].

[46] Informa-se no texto que essa corda foi chamada de *ideal* por Poncelet. Podemos encontrar essa terminologia, por exemplo, no *Tratado das Propriedades Projetivas das Figuras* (Confira [PONCELET 1822 § 70 e §71, p. 40]).

o caso em que as duas curvas são osculatrizes entre si na origem. Outra situação é impor que $A = a$ e $C = c$, donde a equação (3) coincide com o eixo y e os quatro pontos de interseção das curvas coincidem todos na origem. A equação geral (com um parâmetro livre B) da curva que tem contato de terceira ordem com (1) na origem é

$$y^2 + 2axy + Bx^2 + 2cx = 0 \quad (5)\ .$$

O caso ao qual efetivamente o autor dá destaque é quando a segunda curva é um círculo. A equação (4) representa um círculo quando se escolhe $A = 0$ e $B = 1$. Note que dada uma cônica inicial e fixado um ponto nela, o círculo osculador à cônica neste ponto é bem determinado. Já a equação (5) só pode se tornar um círculo se $a = 0$ e escolhendo $B = 1$. A linha (1) teria então, neste caso, a equação $y^2 + bx^2 + 2cx = 0$. Donde, a única possibilidade de uma cônica e uma circunferência terem contato de terceira ordem (quando os quatro pontos de interseção são coincidentes) é que este ponto seja um vértice da cônica em questão. Temos os seguintes teoremas.[47]

Teorema. *Existe, para cada ponto de uma linha de segunda ordem, um círculo que tenha com a curva, neste ponto, um contato de segunda ordem.*

Teorema. *Um círculo não poderá ter com uma linha de segunda ordem, em um de seus pontos, um contato de terceira ordem, a menos que esse ponto seja um dos vértices da curva.*

Por fim, observando que ao variar a curva (2), pelos valores possíveis para os parâmetros A, B e C, a corda comum (3) também varia. Pode-se perguntar sob que condições todas essas cordas sejam paralelas, e essa condição é que a razão que dá a inclinação das retas (3), $\dfrac{B-b}{A-a}$, permaneça constante. Em particular, a escolha $A = 0$ e $B = 1$ além de tornar a curva (2) uma circunferência, ainda permite que a razão referida acima seja constante. O resultado deste raciocínio é o seguinte teorema.[48]

Teorema. *Tantos círculos quantos se queiram, todos tangentes a uma linha de segunda ordem num mesmo ponto, cortarão [esta linha de segunda ordem em dois outros pontos] de modo que as cordas que ligam os outros dois pontos de interseção sejam todas paralelas.*

[47] Primeiro e segundo resultados enunciados em destaque no corpo do texto em [PLÜCKER 1826 b, p. 71]. Lembramos que Plücker no referido texto não chama esses resultados de teorema.

[48] Terceiro resultado enunciado em destaque no corpo do texto em [PLÜCKER 1826 b, p. 71].

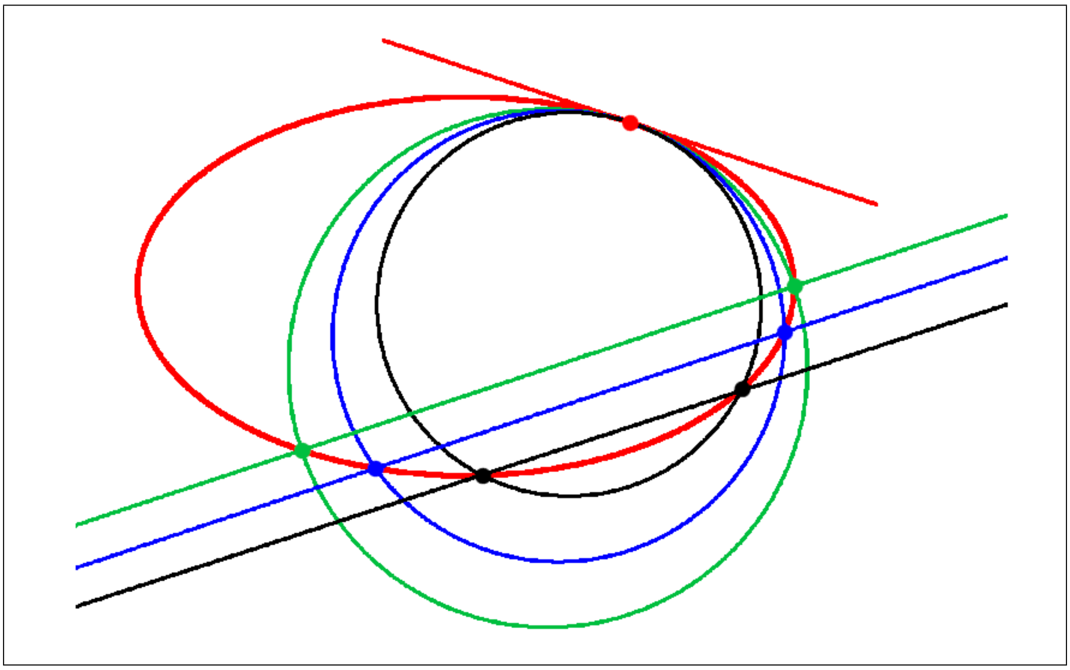


Figura 6.8: Terceiro teorema enunciado em [PLÜCKER 1826 b, p. 71].

Este último resultado será redemonstrado por Bobillier quase dois anos depois, usando "um novo método", num de seus artigos sob a rubrica *filosofia matemática*, a ser examinado ainda nesta seção sobre notação abreviada.[49]

"Memória sobre os contatos e sobre as interseções de círculos".

Este longo texto, de agosto de 1827,[50] apresenta uma pequena novidade em relação ao anterior no que diz respeito ao método de combinação de equações. No primeiro teorema, Plücker novamente usa a estratégia de subtrair duas equações de curvas de segunda ordem (no caso, circunferências) para obter uma linha de primeira ordem, a saber, a corda comum entre as duas figuras. Mas aqui, na dedução do resultado, as equações das circunferências envolvidas são escritas abreviadamente. O objetivo geral do artigo é resolver o *Problema de Apolônio*, isto é, encontrar um círculo que seja tangente a outros três círculos dados. A memória está dividida em partes numeradas de 1 a 19 e contém um total de sete teoremas demonstrados, dois problemas resolvidos e três soluções para o problema de Apolônio. Deste artigo vou apresentar apenas o primeiro resultado, pois é o único no texto inteiro em que aparece combinação – mais exatamente subtração – de equações abreviadas. Eis o resultado:[51]

[49] Confira [BOBILLIER 26, p. 361] ou a seção 6.3.2 desta tese.
[50] [PLÜCKER 1827].
[51] Resultado enunciado em destaque no corpo do texto em [PLÜCKER 1827, p. 30].

Teorema. *Os eixos radicais de três circunferências quaisquer traçadas no mesmo plano tomadas alternativamente duas a duas, concorrem todos três num mesmo ponto.*

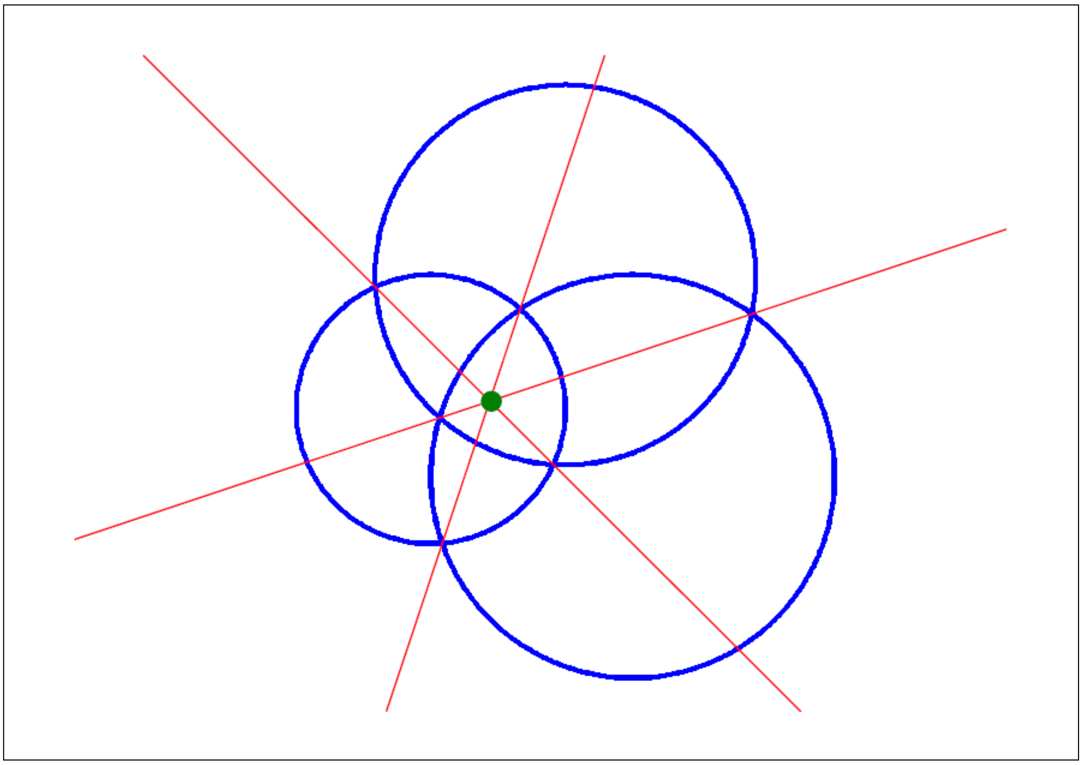


Figura 6.9: A concorrência dos eixos radicais de três circunferências.

Antes de acompanhar o breve trecho da memória que apresenta a demonstração, vejamos algumas definições. Quando duas circunferências têm uma secante ou uma tangente em comum, esta reta é também o lugar geométrico dos pontos do plano tais que para cada ponto do lugar, as tangentes tomadas às duas circunferências têm o mesmo comprimento. Em geral, dadas duas circunferências quaisquer, esse lugar geométrico está bem definido e trata-se de uma reta perpendicular ao segmento que liga os centros cuja posição pode ser obtida à partir da propriedade que define o lugar geométrico. À época deste artigo de Plücker, essa reta era conhecida como *secante ideal*, no caso em que as duas circunferências não se intersectam, seguindo uma terminologia empregada por Poncelet no seu *Tratado das Propriedades Projetivas da Figuras*. Outra nomenclatura mais corrente, já bastante difundida à época e empregada até hoje, chama esta reta de *eixo radical*.[52] Por fim, o ponto de concorrência dos três eixos (e que aparece na conclusão do resultado acima) é chamado de *centro radical* das três circunferências.

[52] Segundo o livro texto de George Salmon ([SALMON 1855], p. 104), essa denominação é devida ao matemático Gaultier de Tours e já aparece registrada em 1813 no Caderno XVI do *Jornal da Escola Politécnica*.

Quanto à demonstração do teorema, Plücker abre seu texto apresentando as equações

$$c = 0 \ , \quad c' = 0 \ , \quad c'' = 0 \ ,$$

representando três círculos traçados sobre um mesmo plano e referenciados num mesmo sistema de coordenadas. As equações

$$c' - c'' = 0 \ , \quad c'' - c = 0 \ , \quad c - c' = 0 \ ,$$

sendo lineares em x e y, e suportadas, cada uma delas, num par de círculos; serão exatamente as equações dos eixos radicais das circunferências tomadas duas a duas. A soma dessas três equações se anula, o que equivale a dizer que cada uma delas pode ser escrita como combinação linear das duas outras. Geometricamente isso significa que cada reta passa pelo ponto de interseção das outras duas, ou seja, as três retas concorrem num mesmo ponto.

"Pesquisas sobre as curvas algébricas de todos os graus" e "Pesquisas sobre as superfícies algébricas de todos os graus".

O *Paradoxo de Cramer* é um problema envolvendo quantidade de pontos necessários para determinar uma curva e quantidade de pontos de interseção entre duas (ou mais) curvas. Este problema é a motivação para um trabalho de Plücker escrito em junho de 1828 e publicado em dois artigos nos fascículos de outubro e novembro do mesmo ano.[53]

O primeiro artigo está dividido em três seções e, como o nome indica, contém resultados sobre curvas planas dadas por equações algébricas. Na primeira seção, o autor apresenta o problema a ser tratado; na segunda seção, ele demonstra o teorema principal e fornece um enunciado alternativo para este teorema; e na terceira seção, ele apresenta nada menos que onze resultados que são aplicações e/ou corolários do teorema principal. Já o segundo artigo está dividido em duas seções e contém a apresentação do problema, um teorema principal, além de outros resultados e estratégias de demonstração, tudo completamente análogo ao primeiro artigo, mas em versões espaciais.

Em ambos os textos, Plücker enuncia com muita precisão um princípio de combinação de equações que ele usa para demonstrar o teorema principal. Neste enunciado, as equações iniciais aparecem abreviadas. Após estabelecer este princípio, não há

[53] [PLÜCKER 1828 b] e [PLÜCKER 1828 c].

mais manipulação de equações, e o teorema principal segue a partir de considerações feitas sobre a combinação das duas primeiras equações.

A seguir, apresento o texto *Pesquisas sobre as curvas algébricas de todos os graus*: o problema (seção I), o princípio de combinação de equações, o teorema principal e seu enunciado alternativo (seção II) e algumas aplicações deste teorema (trechos da seção III). Após, apresento apenas o trecho do segundo artigo em que aparece o enunciado do princípio de combinação de equações e o teorema principal.

O texto começa pela exposição do problema que será tratado. Observando o caso das linhas de grau dois, sabe-se que cinco pontos distintos são suficientes para determinar uma cônica. Assim, escolhidos quatro pontos distintos, passam por eles uma infinidade de cônicas. Portanto não é de se espantar que duas cônicas distintas devam ter quatro pontos de interseção. No entanto, o caso das linhas de ordem três traz um problema. Sabe-se que são necessários nove pontos distintos para determinar uma cúbica. Ora, dadas duas cúbicas distintas, e sabendo que elas se intersectam em nove pontos, esses nove pontos determinam a primeira delas ou a segunda? O autor mostra ainda o caso de linhas de ordem quatro, e mais geralmente, de linhas de grau m. A equação geral de uma curva de $m^{ésimo}$ grau tem $\frac{m+1}{1} \cdot \frac{m+2}{2}$ coeficientes, e portanto para determinar uma dessas curvas, é suficiente que se tenha como quantidade de pontos distintos, a quantidade de coeficientes menos um. Ora, para qualquer inteiro $m > 2$ vale que m^2, a quantidade de pontos de interseção entre duas curvas distintas de grau m, é maior ou igual do que $\frac{m+1}{1} \cdot \frac{m+2}{2} - 1$.

O autor mesmo informa que "essa espécie de paradoxo" foi assinalado por Cramer em seu livro *Introdução à análise de curvas algébricas*.[54] E mais: que esse paradoxo "se explica facilmente, observando que (...) subentende-se sempre que estes pontos [que determinam uma curva] são tomados ao acaso, e não sejam ligados entre si por nenhuma relação particular."[55]

No decorrer do texto, o autor pretende mostrar que há ligações de dependência entre os m^2 pontos de interseção de duas curvas distintas de grau m. Particularmente, no caso $m = 3$, os nove pontos de interseção entre duas cúbicas não são pontos simplesmente *tomados ao acaso*, já que há uma ligação de dependência entre eles. Na demonstração do teorema principal, Plücker começa com duas curvas de grau m e usa um princípio de combinação de equações bem enunciado. No trecho que segue

[54] Trata-se do matemático francês do século XVIII, Gabriel Cramer (1704 - 1752), cujo livro *Introduction à l'analyse des courbes algèbriques* foi publicado em 1750.

[55] Cette espèce de paradoxe qui s'explique aisément en remarquant que (...) on sous-entend toujours que ces points sont pris au hasard, et ne sont liés entre eux par aucune relation particulière. [PLÜCKER 1828 b, p. 98].

citado abaixo destaca-se, para além do princípio, um argumento que ensina a escolher convenientemente o "coeficiente indeterminado" usado na combinação das equações. Esse argumento de escolha do coeficiente não é usado nesta demonstração, mas é uma das bases da célebre demonstração de Plücker para o igualmente célebre Teorema de Pascal.[56]

> Se, de fato, representa-se por $M = 0$, $M' = 0$ as equações destas duas curvas, a equação do mesmo grau $\mu M + M' = 0$, na qual μ é assumido como um coeficiente indeterminado, exprimirá uma infinidade de outras curvas do $m^{ésimo}$ grau, passando pelos m^2 pontos de interseção das duas primeiras; mas quando se dá arbitrariamente um novo ponto de uma delas, além daqueles, resultará uma equação linear para determinação de μ; de sorte então que a curva estará completamente determinada.[57]

Assim, considere as infinitas curvas de grau m que passam por $\frac{m+1}{1} \cdot \frac{m+2}{2} - 2$ pontos distintos dados num plano. Destacando-se duas delas (que teriam equações, digamos, $M = 0$ e $M' = 0$), suas interseções acontecem em m^2 pontos, divididos entre os $\frac{m+1}{1} \cdot \frac{m+2}{2} - 2$ pontos dados e os outros novos $m^2 - \left(\frac{m+1}{1} \cdot \frac{m+2}{2} - 2\right)$ pontos. Pelo princípio de combinação linear, pode-se passar por esses m^2 pontos uma infinidade de curvas de grau m contendo-os (estas são as curvas de equação $\mu M + M' = 0$). Todas essas curvas são exatamente as primeiras curvas referidas, já que todas elas passam pelos $\frac{m+1}{1} \cdot \frac{m+2}{2} - 2$ pontos iniciais. O enunciado do resultado aqui obtido é apresentado, como de costume, em par dual.

Teorema I. *Todas as curvas do $m^{ésimo}$ grau que passam pelos $\frac{m+1}{1} \cdot \frac{m+2}{2} - 2$ mesmos pontos fixos; se cortam, além disso, em $m^2 - \frac{m+1}{1} \cdot \frac{m+2}{2} + 2$ outros mesmos pontos fixos.*

Teorema I. *Todas as curvas de $m^{ésima}$ classe que tocam as $\frac{m+1}{1} \cdot \frac{m+2}{2} - 2$ mesmas retas fixas; tocam, além disso, $m^2 - \frac{m+1}{1} \cdot \frac{m+2}{2} + 2$ outras mesmas retas fixas.*

Após registrar o teorema I, o autor enuncia na linha imediatamente seguinte os resultados para os casos particulares $m = 3$ e $m = 4$. Essas frases aparecem sem nenhum destaque no corpo deste texto. Embora o autor não o tenha feito, tomo a liberdade de enfatizar o caso $m = 3$, chamar o resultado de lema e dar-lhe um nome.

Lema dos Nove Pontos. (Teorema I no caso $m = 3$) *Todas as curvas do terceiro grau que passam pelos oito mesmos pontos fixos, se cortam, além disso, num mesmo*

---

[56] Confira adiante a seção 6.4.2 desta tese.

[57] Si, en effet, on représent par $M = 0$, $M' = 0$ les équations de ces deux courbes, l'équation du même degré $\mu M + M' = 0$ dans laquelle μ est supposé un coefficient constant indeterminé, exprimera une infinité d'autres courbes du $m^{iéme}$ degré, passant par les m^2 points d'intersection de deux premières ; mais si l'on se donne arbitrairement un nouveau point de l'une d'elles, outre ceux-là il en résultera une équation linéaire pour le détermination de μ ; de sorte qu'alors la courbe sera complètement déterminée. [PLÜCKER 1828 b, p. 99].

nono ponto fixo.

Este resultado está na base de uma segunda demonstração do geômetra alemão para o Teorema de Pascal.[58] O próprio Plücker reconhece, em 1847, vinte anos após obtê-lo, que se trata de um resultado fundamental.[59]

> Este teorema, ou antes, o que corresponde à interseção de duas curvas de uma ordem qualquer, me parece o teorema mais importante da geometria de curvas. Eu o forneci pela primeira vez em 1827 numa nota de minha obra intitulada *Desenvolvimentos de Geometria Analítica*, Tomo I, p. 228.[60]

O teorema I acima pode ser ligeiramente modificado para o caso em que ao invés de se argumentar sobre os $\frac{m+1}{1} \cdot \frac{m+2}{2}$ coeficientes de uma equação geral do $m^{ésimo}$ grau a duas variáveis, argumenta-se sob a hipótese de que alguns desses coeficientes já são dados ou que existam relações algébricas entre alguns deles. Assim, sendo n o número de coeficientes dados na equação geral (que se torna, portanto, *modificada*, isto é, *semigeral*) ou ainda, o número de condições (relações necessariamente lineares) entre esses coeficientes, o teorema I torna-se:

Teorema II. *Sendo dados n coeficientes na equação geral do $m^{ésimo}$ grau a duas indeterminadas, ou ainda, sendo dadas n equações lineares entre todos ou parte destes coeficientes; todas as curvas representadas pela equação geral assim modificada e passando pelos $\frac{m+1}{1} \cdot \frac{m+2}{2} - (n+2)$ mesmos pontos fixos dados, se cortarão, além disso, em $m^2 - \frac{m+1}{1} \cdot \frac{m+2}{2} + (n+2)$ outros mesmos pontos fixos.*

A terceira seção deste artigo contém onze resultados que são aplicações e/ou consequências do resultado principal. Temos desde resultados com enunciados simples, como por exemplo, que as três alturas de um triângulo qualquer concorrem num mesmo ponto, até teoremas mais sofisticados. Para ser mais exato, as aplicações que ali aparecem são todas decorrentes de uma versão do teorema II, enunciada em destaque no corpo do texto, tratando do caso das linhas de segundo grau, que é

[58] Confira a seção 6.4.2 desta tese.

[59] Este Lema dos Nove Pontos aparece também na demonstração de outro teorema célebre no estudo de curvas algébricas, a saber, o que imputa uma estrutura de grupo abeliano em curvas cúbicas não singulares. Confira [STÖHR 2000] ou [HARTSHORNE 1977, pp. 400 e 407]. Uma informação curiosa encontra-se no livro texto do Hartshorne, o registro de quanto *ao acaso* devem estar os oito pontos que determinam um nono: quatro a quatro não colineares e sete a sete não contidos numa mesma cônica.

[60] Ce théorème, ou plutôt celui qui correspond à l'intersection de deux courbes d'un ordre quelconque, me parait le théorème le plus important de la géométrie des courbes. Je l'ai donné pour la première fois en 1827 dans une note de mon ouvrage intitulé : *Analytisch-geometrische Entwicklungen*, Tome I. p. 228. [PLÜCKER 1847, p. 339].

sempre o que mais interessa aos geômetras da época.[61]

Teorema. (Teorema II no caso $m = 2$) *Sendo dados n coeficientes da equação geral do segundo grau a duas indeterminadas, ou ainda, sendo dadas n equações lineares entre todos ou parte de seus coeficientes; todas as curvas representadas pela equação geral assim modificada e passando pelos mesmos $4-n$ pontos fixos dados, se cortarão, além disso, em n outros mesmos pontos fixos.*

Note que o teorema II, bem como sua versão $m = 2$, diz respeito à existência de relações (ou mesmo suas quantidades) entre os coeficientes de três ou mais curvas sujeitas a concorrerem nos mesmos pontos. Neste sentido, o teorema de Plücker se enquadra em resultados semelhantes a alguns obtidos por Lamé em 1817/1818. Não é à toa que um dos resultados consequentes apresentados nesta seção do texto do geômetra alemão é um teorema que já encontramos em nosso estudo.[62]

Teorema. *Se tantas cônicas quantas se queiram, passam todas pelos mesmos quatro pontos fixos, os conjugados de seus diâmetros paralelos a uma mesma reta fixa, concorrem todos em um mesmo ponto fixo.*

Quanto ao artigo seguinte, *Pesquisas sobre as superfícies algébricas de todos os graus*, conforme já disse antes, este apresenta as versões espaciais para o princípio, o método, os teoremas e as aplicações, em analogia com o texto que acabamos de percorrer. Assim sendo, é suficiente apontar os teoremas principais do texto e os modos como Plücker combina as equações a três variáveis para obtê-los.

Teorema I. *Todas as superfícies do $m^{\acute{e}simo}$ grau que passam pelos $\frac{m+1}{1} \cdot \frac{m+2}{2} \cdot \frac{m+3}{3} - 2$ mesmos pontos; se cortam, em geral, segundo uma mesma curva à dupla curvatura.*

Teorema II. *Todas as superfícies do $m^{\acute{e}simo}$ grau sujeitas a passar por $\frac{m+1}{1} \cdot \frac{m+2}{2} \cdot \frac{m+3}{3} - 3$ pontos dados; passam, além disso, pelos $m^3 - \frac{m+1}{1} \cdot \frac{m+2}{2} \cdot \frac{m+3}{3} + 3$ mesmos pontos fixos.*

Teorema I. *Todas as superfícies de $m^{\acute{e}sima}$ classe que tocam os $\frac{m+1}{1} \cdot \frac{m+2}{2} \cdot \frac{m+3}{3} - 2$ mesmos planos fixos; estão, em geral, circunscritas numa mesma superfície planificável.*

Teorema II. *Todas as superfícies de $m^{\acute{e}sima}$ classe que sujeitas a tocar $\frac{m+1}{1} \cdot \frac{m+2}{2} \cdot \frac{m+3}{3} - 3$ planos dados; tocam, além disso, os $m^3 - \frac{m+1}{1} \cdot \frac{m+2}{2} \cdot \frac{m+3}{3} + 3$ mesmos planos fixos.*

Teorema III. *Sendo dados n coeficientes na equação geral do $m^{\acute{e}simo}$ grau a três indeterminadas, ou ainda, sendo dadas n equações lineares entre todos ou parte destes*

[61] Primeiro resultado enunciado destacado no corpo do texto em [PLÜCKER 1828 b, p. 102].

[62] Segundo resultado enunciado destacado no corpo do texto em [PLÜCKER 1828 b, p. 104]. Este teorema está corretamente referenciado e atribuído a Lamé por Plücker. Confira a demonstração de Lamé na seção 6.2.1 desta tese.

coeficientes; todas as superfícies representadas pela equação geral assim modificada, e passando pelos $\frac{m+1}{1} \cdot \frac{m+2}{2} \cdot \frac{m+3}{3} - (n+2)$ *mesmos pontos fixos, se cortarão segundo uma só e mesma curva à dupla curvatura.*

Teorema IV. *Sendo dados* n *coeficientes na equação geral do* $m^{ésimo}$ *grau a três indeterminadas, ou ainda, sendo dadas* n *equações lineares entre todos ou parte destes coeficientes; todas as superfícies representadas pela equação geral assim modificada, e passando pelos* $\frac{m+1}{1} \cdot \frac{m+2}{2} \cdot \frac{m+3}{3} - (n+3)$ *mesmos pontos fixos dados, se cortarão, além disso, nos* $m^3 - \frac{m+1}{1} \cdot \frac{m+2}{2} \cdot \frac{m+3}{3} + (n+3)$ *outros mesmos pontos fixos.*

Observa-se que os teoremas I e II aqui são análogos ao teorema I do texto anterior, enquanto os teoremas III e IV correspondem ao II do texto prévio. Para as demonstrações, Plücker combina as equações de três superfícies de grau m

$$M = 0 \,, \quad M' = 0 \,, \quad M'' = 0 \,;$$

ora trabalhando com a equação

$$\mu M + \mu' M' + M'' = 0 \,,$$

que representa todas as superfícies de $m^{ésimo}$ grau passando pelos m^3 pontos de interseção das três primeiras; ora trabalhando com as equações

$$\mu M + M'' = 0 \,, \quad \mu' M' + M'' = 0 \,, \quad \mu M + \mu' M' = 0 \,,$$

que representam respectivamente todas as superfícies de $m^{ésimo}$ grau passando pelas curvas à dupla curvatura, interseções duas a duas das superfícies propostas.

6.3 Os dois textos de Bobillier publicados sob a rubrica *Filosofia matemática* (1828).

Nos meses de maio e junho de 1828 apareceram nos *Annales de Gergonne* os dois únicos textos de Bobillier sob a rubrica filosofia matemática. Desde imediatamente após sua publicação, ainda em 1828, e até os dias de hoje, esses dois artigos são os mais citados ou comentados pelos interessados em geometria ou seu ensino ou ainda sua história, quando se fala em Bobillier. Uma lista não exaustiva inclui personagens da sua geração (Ferry, Gergonne e Chasles), professores do século dezenove (Salmon e Darboux), historiadores da matemática do século vinte (Loria, Coolidge, Boyer e

Itard), além de historiadores da matemática contemporâneos (Barbin e Voelke). O impacto imediato desses textos entre os leitores dos *Annales* é justificável: linhas e superfícies de segunda ordem, uso e manipulação de equações aplicadas à geometria, teoria das polares recíprocas, geometria de situação, etc, são temas que aparecem nesses textos e estão na ordem do dia. Além disso, a insistência de Bobillier em enfatizar mais o *método de argumentação* do que propriamente os *resultados obtidos* não passa despercebido ao público que leu esses textos. A celebridade posterior desses dois memoriais também é justificável. De fato, nas poucas aparições de Bobillier na historiografia da matemática, ele é lembrado, ora vagamente por ter contribuído no *desenvolvimento da geometria analítica*, ora mais especificamente por ter aplicado de maneira original o *método da notação abreviada*, ou ainda por ter contribuído na invenção de um tipo de *coordenadas homogêneas*. Todos esses aspectos são bem ilustrados nos dois textos em questão.

No que se segue, pretendo tratar esses textos da seguinte maneira. Nesta seção, apresento minuciosamente o primeiro deles e na seção seguinte apresento o segundo. Posteriormente pretendo comentar esses textos em conexão com os demais de Bobillier que dizem respeito à notação abreviada.[63]

6.3.1 *Ensaio sobre um novo modo de pesquisa de propriedades do espaço* (maio de 1828).

Para começar, a mera leitura do título já indica que autor e editor estão conscientes da novidade que o texto apresenta. O título, provavelmente escolhido pelo autor, é claro: "Ensaio sobre um novo modo de pesquisa das propriedades do espaço". A participação do editor está na escolha da rubrica na qual o texto é publicado: filosofia matemática. A figura 6.10 mostra o final da página 320 dos *Annales* de maio de 1828, exatamente onde estão a rubrica, o título e as primeiras frases do texto em questão.

"Ensaio sobre um novo modo de pesquisa...": Apresentação geral e introdução.

A estrutura geral do texto é composta de um curto parágrafo de introdução seguido de três seções. No parágrafo introdutório é o autor mesmo que anuncia que o foco do artigo está no método e não nos resultados. Na seção I ele trabalha no plano e o teorema da seção fala de dois triângulos, um inscrito e o outro circunscrito a uma

[63] Confira a seção 6.4.1 desta tese.

mesma cônica, numa configuração tal que os vértices do inscrito sejam os pontos de tangência do circunscrito. Na seção II ele trabalha no espaço e argumenta exatamente como na seção anterior. O teorema desta seção é uma versão espacial do primeiro teorema, falando de dois triedros, um inscrito e o outro circunscrito a um mesmo cone, de tal maneira que as arestas do inscrito sejam as linhas de contato do circunscrito. Por fim, na seção III ele ainda trabalha no espaço e dessa vez a argumentação, embora se pareça com a das seções anteriores, é diferente, um pouco mais longa e mais detalhadaa. O teorema dessa seção é também uma generalização menos óbvia do teorema da seção I, mas dessa vez fala de dois tetraedros, um inscrito e o outro circunscrito a uma mesma quádrica, numa configuração tal que os vértices do inscrito sejam os pontos de tangência das faces do circunscrito.

O curto parágrafo de introdução diz o seguinte:

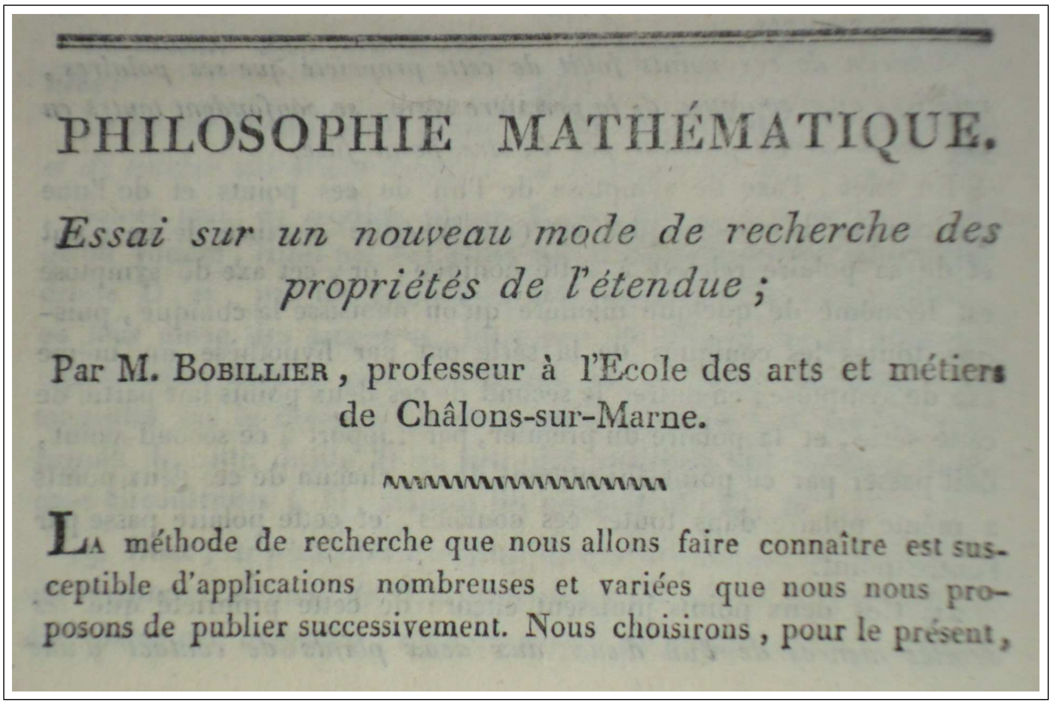
> O método de pesquisa que nós vamos fazer conhecido é suscetível de aplicações numerosas e variadas que nós nos propomos a publicar sucessivamente. Nós escolhemos, para apresentá-lo, algumas destas aplicações que, pela sua simplicidade, nos parecem ser as mais interessantes para fazer compreender o objetivo do texto.[64]

Nestas duas frases há várias indicações interessantes. Primeiro, que aparentemente o autor não reivindica diretamente o método para si, mas que pretende apenas fazê-lo conhecido. Ao falar das aplicações, Bobillier parece ser suficientemente consciente da abrangência dos temas e modos que o método pode ser usado. Ao comentar a pretensão de publicar as aplicações sucessivamente, o autor parece ter um projeto sistemático de pesquisa em mente. E por fim, mostrando mais uma vez seu lado didático, os resultados escolhidos para expor o método serão os mais adequados para conquistar leitores e, quiçá, adeptos.

“Ensaio sobre um novo modo de pesquisa...”: Seção I.

Bobillier começa fornecendo as equações algébricas (abreviadas) que pretende manipular e descrevendo o significado geométrico de cada uma delas. Esses elementos são três equações de retas no plano. Depois ele introduz os coeficientes indeterminados que permitem combinar as equações dadas. A seguir ele vai manipulando as equações, e a cada nova equação obtida ele descreve a interpretação geométrica correspondente (que pode ser uma figura, uma configuração ou uma construção).

[64] La méthode de recherche que nous allons faire connaîter est susceptible d'applications nombreuses et variées que nous nous proposons de publier successivement. Nous choisirons, pour le présent, celles de ces applications qui, par leur simplicité, nous semblent les plus propres à en bien faire saisir l'esprit. [BOBILLIER 25, pp. 320-321].



PHILOSOPHIE MATHÉMATIQUE.

Essai sur un nouveau mode de recherche des propriétés de l'étendue ;

Par M. Bobillier, professeur à l'Ecole des arts et métiers de Châlons-sur-Marne.

La méthode de recherche que nous allons faire connaître est susceptible d'applications nombreuses et variées que nous nous proposons de publier successivement. Nous choisirons, pour le présent,

Figura 6.10: Detalhe da página dos *Annales* onde inicia o texto [BOBILLIER 25].

Elemento por elemento, ele constrói uma configuração geométrica que envolve dois triângulos, um inscrito e o outro circunscrito a uma mesma cônica, de tal modo que os vértices do inscrito sejam os pontos de tangência do circunscrito. São muitos os elementos geométricos que compõem a figura completa: os três vértices e os três lados de cada triângulo, outros pontos e retas pertinentes que aparecerão no teorema final, além da própria cônica mesmo. Todos esses elementos são descritos algebricamente em termos das três primeiras equações abreviadas dadas. Nem sempre a combinação de equações é feita de modo linear. Na verdade, na maioria dos casos, as combinações que surgem são não-lineares mesmo. Também faz parte do método aproveitar-se da simetria dos termos conforme eles aparecem nas equações. Por fim ele conclui o seguinte teorema (em par dual).

Teorema (da seção I). *Dois triângulos, sendo um inscrito e o outro circunscrito a uma mesma linha de segunda ordem, de tal maneira que os vértices do inscrito sejam os pontos de contato do circunscrito;*

Os pontos de concorrência dos lados do inscrito com seus opostos respectivos no circunscrito pertencem os três a uma mesma reta.

As retas que ligam os vértices do circunscrito com seus opostos respectivos no inscrito concorrem todas três em um mesmo ponto.

Vamos então seguir a demonstração de Bobillier. Ele abre a seção I com a seguinte frase direta: "Sejam A, B e C três funções lineares independentes quaisquer, em x

e y; a equação $ABC = 0$ será a de um triângulo cujos lados, ângulos e vértices respectivamente opostos a estes lados terão por equações (...)"[65]. Seguem-se então três grupos de equações que descrevem algebricamente os elementos citados.

Note que $ABC = 0$ já é uma equação não linear formada pelo produto de três polinômios lineares abreviados. Embora não seja dito explicitamente pelo autor, fica claro pelo contexto desta primeira etapa da demonstração que o adjetivo *independentes* que dizer que as retas são distintas e duas a duas não-paralelas. Eis então os primeiros elementos citados e numerados exatamente como no artigo.

$$ABC = 0 \quad \text{um triângulo (1);}$$

$$A = 0\ , \quad B = 0\ , \quad C = 0 \quad \text{seus lados (2);}$$

$$BC = 0\ , \quad AC = 0\ , \quad AB = 0 \quad \text{seus ângulos (3);}$$

$$\begin{cases} B = 0 \\ C = 0 \end{cases} , \quad \begin{cases} A = 0 \\ C = 0 \end{cases} , \quad \begin{cases} A = 0 \\ B = 0 \end{cases} \quad \text{seus vértices (4).}$$

Prosseguindo, ele introduz os coeficientes a, b e c, os quais chama de "constantes indeterminadas" e considera a seguinte equação

$$aBC + bCA + cAB = 0 \quad (5)\ .$$

Essa equação além de ser de segunda ordem, seguramente passa pelos vértices do triângulo (1). Portanto ela será a equação comum de todas as linhas de segunda ordem circunscritas a este triângulo. Agora ele informa as equações

$$bC + cB = 0\ , \qquad cA + aC = 0\ , \qquad aB + bA = 0 \quad (6)\ .$$

Essas equações são dos feixes de retas passando em cada um dos vértices (4).

Na sequência, Bobillier considera os sistemas formados pelo feixe de linhas de segunda ordem (5) e cada um dos feixes de retas (6).[66] Ele afirma que a solução de cada sistema é cada um dos ângulos (3), que por sua vez bem determina cada um dos vértices (4). De fato, mostrando explicitamente as contas que ele omite, consideremos

[65] Soient A, B, C trois fonctions linéaires indépendantes quelconques, en x et y ; l'équation $ABC = 0$ sera celle d'un triangle dont les cotês, les angles et les sommets respectivement opposés à ces côtés auront pour équations(...) [BOBILLIER 25, p. 321].

[66] No texto há um pequeno erro de referência, pois Bobillier diz que vai usar a equação (4) e as equações (6), quando na verdade ele usa (5) e (6).

o (primeiro) sistema

$$\begin{cases} aBC + bCA + cAB = 0 \\ bC + cB = 0 \end{cases} .$$

Escrevendo a primeira equação como $aBC+A(bC+cB) = 0$ e anulando o termo entre parêntesis conforme determinado pela segunda equação, sobra $aBC = 0$, ou seja, $BC = 0$ que é o ângulo esperado. Prosseguindo sua argumentação, Bobillier afirma que cada reta (6) ao intersectar a linha de segunda ordem (5), o faz tangencialmente em cada ponto (4). Estão implícitos nessa afirmação os fatos de que deve haver dois pontos de interseção entre uma reta e uma linha de segunda ordem e de que cada vértice (4) é um ponto só. Assim, o autor apresenta um novo elemento na configuração: o triângulo circunscrito dado por

$$(bC + cB)(cA + aC)(aB + bA) = 0 \quad (7) .$$

As interseções entre os lados opostos respectivos dos triângulos (1) e (7) são dadas pelos sistemas de equações:[67]

$$\begin{cases} bC + cB = 0 \\ A = 0 \end{cases} , \quad \begin{cases} cA + aC = 0 \\ B = 0 \end{cases} , \quad \begin{cases} aB + bA = 0 \\ C = 0 \end{cases} \quad (8) .$$

Note que desde o início, Bobillier já vem manipulando polinômios abreviados, bem como combinando-os não linearmente. Mas neste ponto ele usa um *princípio de combinação linear de equações* para afirmar que toda reta que passa pelo ponto solução do primeiro sistema (8) terá uma equação da forma

$$m(bC + cB) + nA = 0 \text{ , ou seja , } nA + mcB + mbC = 0 .$$

Observamos que a equação acima representa *um feixe de retas* passando pelo primeiro ponto (8). Ao escolher um valor específico para m e n, a equação será a de *uma reta específica* passando pelo referido ponto. A escolha de Bobillier é fazer $m = a$ e $n = bc$. Com isso, a equação acima torna-se

$$bcA + caB + abC = 0 \quad (9) .$$

O que a equação (9) tem de interessante? É o próprio Bobillier quem responde: ela é *simétrica* em relação aos termos a, b, c, A, B e C. Se refizermos este mesmo último raciocínio para o segundo e o terceiro pontos de (8), obteremos outros dois feixes

[67] Há um pequeno erro de impressão no texto, aparecendo a equação $cA + bA = 0$, incorreta, ao invés da equação $cA + aC = 0$, correta.

(talvez distintos), mas ambos contendo uma mesma reta, que é a reta (9). Essa é *a reta* que aparece na conclusão do teorema (da coluna esquerda) da seção I.

Apesar do outro resultado da seção I (ou seja, o teorema da coluna direita) ser o par dual do primeiro, Bobillier opta por demonstrá-lo diretamente, sem evocar a teoria das polares recíprocas. Tomando duas a duas as retas de (6) teremos três sistemas, cada um dos quais determinando um vértice do triângulo (7). Mas manipulando o par de equações de cada um desses sistemas, mais exatamente, eliminando nesse par a letra que é comum, chegaremos às três seguintes equações:

$$cB - bC = 0\ , \qquad aC - cA = 0\ , \qquad bA - aB = 0 \quad (10)\ .$$

Cada reta em (10) é *uma reta* passando por um vértice de (7). Observando que ao combinar linearmente adequadamente cada duas das equações de (10) obtemos a equação da terceira, conclui-se que cada reta passa pela interseção das outras duas; ou seja, que essas três retas concorrem num mesmo ponto comum. Para que esse seja *o ponto* que aparece na conclusão do teorema (da coluna direita) da seção I, resta observar que as três retas de (10) também passam, cada uma delas, por cada vértice de (1). De fato, vê-se por inspeção imediata que cada vértice (4) satisfaz, respectivamente, cada reta em (10).

Somente após ter feito a demonstração e enunciar conclusivamente o teorema, é que Bobillier aponta a dualidade: "É quase supérfluo de observar que este ponto e esta reta são pólo e polar um do outro em relação à curva em questão considerada como diretriz."[68]

Agora o autor reapresenta os elementos em uma versão resumida. Mais exatamente, ele destaca as equações das principais figuras envolvidas e as reescreve de modo a ressaltar-lhes a simetria. Sua justificativa para fazer esse resumo e essas adaptações é didática: "Modificando-se um pouco a forma dos resultados que acabamos de obter, pode-se apresentar o resumo da seguinte maneira, que os tornam mais fáceis de memorizar."[69]

O parágrafo a seguir é a transcrição integral do resumo de Bobillier (nas minha notas de rodapé acrescento a numeração das equações adaptadas, o que não aparece no texto original). Observo, porém, uma única e sutil diferença entre o início desse

[68] Il est presque superflu d'observer que ce point et cette droite sont pôle et polaire l'un de l'autre, par rapport à la courbe dont il s'agit, considérée comme directrice. [BOBILLIER 25, p. 323].

[69] En modifiant un peu la forme des résultats que nous venons d'obtenir, on peut en présenter le résumé de la manière suivante qui les rend très-facile à retenir. [BOBILLIER 25, p. 323].

resumo e o início da seção. As funções A, B e C deixam de ser lineares e *independentes* e passam a ser lineares *quaisquer*. Embora ele não declare explicitamente, ele está passando a admitir que algum dos vértices envolvidos na configuração do teorema possa estar no infinito.

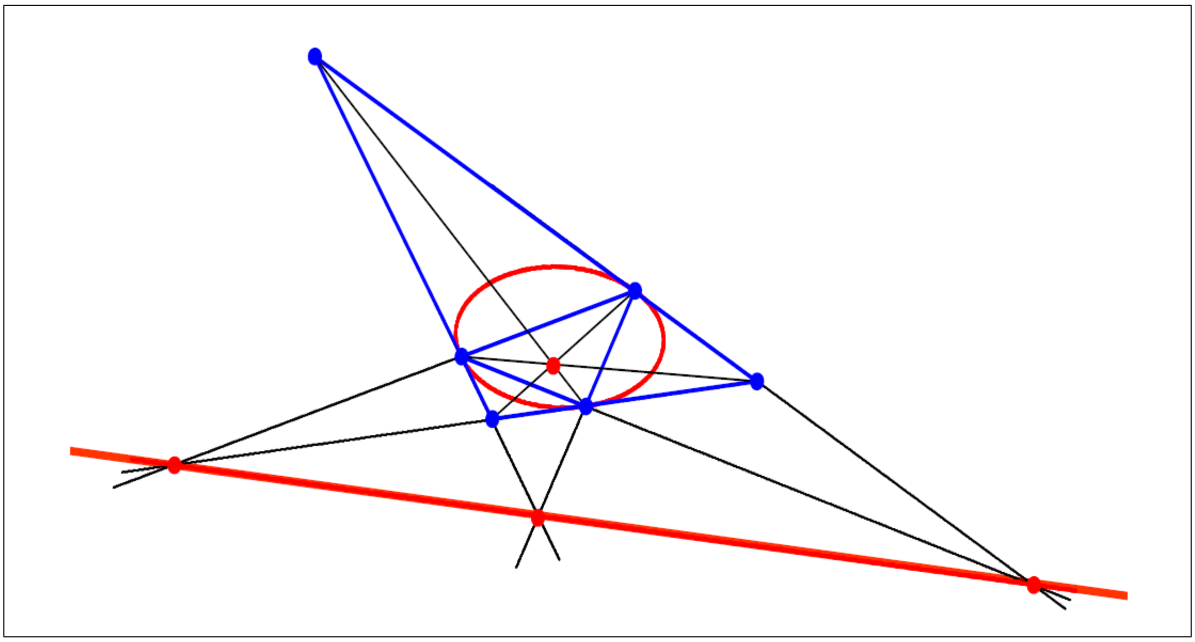


Figura 6.11: [BOBILLIER 25], Teorema da Seção I.

"Sendo dado um triângulo pela equação[70]

$$ABC = 0 \ ,$$

na qual A, B e C são funções lineares quaisquer em x e y, a equação[71] comum a todas as linhas de segunda ordem circunscritas é

$$\frac{a}{A} + \frac{b}{B} + \frac{c}{C} = 0 \ ,$$

na qual a, b e c são constantes indeterminadas; o triângulo circunscrito a essa curva, tendo seus pontos de contato sobre os vértices do inscrito, tem por equação[72]

$$\left(\frac{B}{b} + \frac{C}{c}\right)\left(\frac{C}{c} + \frac{A}{a}\right)\left(\frac{A}{a} + \frac{B}{b}\right) = 0 \ ,$$

os pontos de concorrência dos lados do inscrito com seus opostos respectivos no

[70] Equação (1).
[71] Equação (5) adaptada.
[72] Equação (7) adaptada.

circunscrito pertencem todos três a uma mesma reta, dada pela equação[73]

$$\frac{A}{a}+\frac{B}{b}+\frac{C}{c}=0\ ,$$

e por fim, as retas que ligam os vértices do circunscrito aos opostos respectivos no inscrito concorrem todas três em um mesmo ponto dado pela dupla equação[74]

$$\frac{A}{a}=\frac{B}{b}=\frac{C}{c}\ .\text{''}$$

Findo este resumo, Bobillier oferece um segundo resumo antes de encerrar a seção. Vejamos: a construção da configuração geométrica do teorema da seção I é feita, digamos, *de dentro pra fora*. Com isso quero dizer que as retas $A=0$, $B=0$ e $C=0$ dadas inicialmente são os lados do triângulo inscrito. Agora ele faz outra construção da configuração, mas dessa vez, digamos, *de fora pra dentro*. Mais exatamente, ele considera as retas $A=0$, $B=0$ e $C=0$ dessa vez como os lados do triângulo circunscrito. O procedimento adotado por ele é o de uma *mudança de coordenadas*, definindo

$$A'=bC+cB\ ,\qquad B'=cA+aC\ ,\qquad C'=aB+bA\ .$$

Observe que as novas funções A', B' e C' são dadas exatamente pelas expressões de (6). Escrevendo as funções antigas em termo das novas temos

$$A=\frac{bB'+cC'-aA'}{2bc}\ ,\qquad B=\frac{cC'+aA'-bB'}{2ca}\ ,\qquad C=\frac{aA'+bB'-cC'}{2ab}\ .$$

O próprio Bobillier anuncia sua empreitada após essa mudança de coordenadas:[75] ele pretende substituir as expressões de A, B e C em funçções de A', B' e C' nas equações (1), (5), (7), (9) e (10), e "suprimir em seguida os acentos, que se tornarão, afinal, inúteis". Com isso ele obtém um novo resumo – apresentação ordenada dos

[73] Equação (9) adaptada.
[74] Equação (10) adaptada.
[75] Tomo a liberdade de reescrever, na notação da nossa álgebra linear atual, as transformações (lineares) de coordenadas usadas por Bobillier ao *mudar o rumo* da construção geométrica. Faço isso para ressaltar a simetria das matrizes de passagem, lembrando que a simetria das equações neste artigo é uma preocupação constante do seu autor.

$$\begin{pmatrix} A' \\ B' \\ C' \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 0 & c & b \\ c & 0 & a \\ b & a & 0 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} A \\ B \\ C \end{pmatrix},\ \text{ou seja,}\ \begin{pmatrix} A \\ B \\ C \end{pmatrix}=\frac{1}{2abc}\cdot\begin{pmatrix} -a^2 & ab & ac \\ ab & -b^2 & bc \\ ac & bc & -c^2 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} A' \\ B' \\ C' \end{pmatrix}$$

elementos e de suas equações respectivas – rumo ao mesmo teorema. Transcrevo a seguir, integralmente, este trecho do texto. É interessante observar as pequenas adaptações no texto e na ordem de aparição dos elementos quando se faz a construção geométrica *de fora pra dentro.*

"Sendo dado um triângulo pela equação[76]

$$ABC = 0 ,$$

a equação[77] comum a todas as linhas de segunda ordem inscritas é

$$a^2A^2 + b^2B^2 + c^2C^2 - 2bcBC - 2caCA - 2abAB = 0 ;$$

o triângulo inscrito tendo seus vértices nos pontos de contato do circunscrito tem por equação[78]

$$(bB + cC - aA)(cC + aA - bB)(aA + bB - cC) = 0 ;$$

a reta que conterá os três pontos de interseção dos lados do circunscrito com seus opostos respectivos no inscrito tem por equação[79]

$$aA + bB + cC = 0 ;$$

e por fim, o ponto de concorrência das três retas que ligam os vértices do inscrito aos opostos respectivos no circunscrito é dado pela dupla equação[80]

$$aA = bB = cC .\text{"}$$

No parágrafo que encerra a seção I, Bobillier conjectura generalizações para curvas de grau qualquer, inventa termos, faz analogias e reclama de falta de linguagem suficiente para descrever teoremas muito gerais.

> Suponhamos momentaneamente que as três funções A, B, C de x e y, em vez de serem lineares sejam de um mesmo grau ou de uma mesma classe, e convenhamos chamar de triângulo do $m^{ésimo}$ grau ou de $m^{ésima}$ classe ao sistema de três curvas deste grau ou desta classe; a partir do teorema que acabamos de estabelecer combinado com o princípio das polares recíprocas, fornece-se dois outros teoremas, muito gerais, sobre os sistemas de três curvas de mesmo grau ou mesma classe que a indigência da língua, que não foi criada

[76] Equação (7) após mudança de coordenadas.
[77] Equação (5) após mudança de coordenadas.
[78] Equação (1) após mudança de coordenadas.
[79] Equação (9) após mudança de coordenadas.
[80] Equação (10) após mudança de coordenadas.

para considerações tão gerais, se recusa, por assim dizer, a enunciar.[81]

"Ensaio sobre um novo modo de pesquisa...": Seção II.

Esta seção é bastante sucinta e não apresenta grande diferença em relação à seção anterior. O objetivo de Bobillier é estender o teorema anterior para uma configuração espacial de um *cone*, tendo a figura do teorema da seção I como *base* e um ponto externo ao plano desta figura como vértice. Outra imagem, que na verdade é a mesma, é que a figura do teorema da seção I seja uma seção plana transversal qualquer (fora do vértice) da figura do teorema da seção II. Essa imagem é significativa, pois após o enunciado do teorema da seção II, o próprio Bobillier comenta a possibilidade de obter um teorema análogo pondo o vértice do cone no centro de uma esfera e *olhando* a figura do teorema da seção I desenhado sobre a superfície da esfera. O enunciado do teorema desta seção é o seguinte:

Teorema (da seção II). *Dois ângulos triedros estando um inscrito e o outro circunscrito a uma mesma superfície cônica de segunda ordem, de tal maneira que as arestas do inscrito sejam as linhas de contato do circunscrito;*

As retas segundo as quais as faces do inscrito cortam suas [faces] opostas respectivas no circunscrito estão todas três em um mesmo plano.

Os planos conduzidos pelas arestas do circunscrito e por suas [arestas] opostas respectivas no inscrito passam todos três pela mesma reta.

Para a demonstração (que é feita antes do enunciado do teorema) Bobillier trabalha novamente com três funções lineares (quaisquer) A, B e C, mas dessa vez nas variáveis x, y e z. Neste caso, os elementos geométricos envolvidos no problema são

$$ABC = 0 \quad \text{um triedro;}$$

$$A = 0\,, \quad B = 0\,, \quad C = 0 \quad \text{suas faces;}$$

$$BC = 0\,, \quad AC = 0\,, \quad AB = 0 \quad \text{seus diedros;}$$

$$\begin{cases} B = 0 \\ C = 0 \end{cases}, \quad \begin{cases} A = 0 \\ C = 0 \end{cases}, \quad \begin{cases} A = 0 \\ B = 0 \end{cases} \quad \text{suas arestas.}$$

[81] Supposons présentement que les trois fonctions A, B, C de x et y, au lieu d'étre linéaires soient d'un même degré ou d'une même classe, et convenons d'appeler triangle du m^{ieme} degré ou de m^{ieme} classe le système de trois courbes de ce degré ou de cette classe ; dès lors le théorème que nous venons d'établir, combiné avec le principe des polaires réciproques, en fournira deux autres, très-généraux, sur les systèmes de trois courbes de même degré ou de memê classe que l'indigence de la langue, qui n'a pas été créée pour des considérations si générales, se refuse, pour ainsi dire, à énoncer. [BOBILLIER 25, p. 325].

No entanto as equações iniciais são exatamente as mesmas da seção anterior. Assim sendo, o autor não faz a demonstração detalhadamente de novo, pois não é necessário. Ele apenas adapta linha por linha o texto (que é quase o mesmo) e deduz as equações (que são as mesmas) do resumo da seção anterior.

Há um detalhe interessante e significativo na seção II. No último parágrafo, Bobillier faz considerações sobre generalizações possíveis para os resultados, ao supor que as funções A, B e C sejam de mesmo grau maior que um. Neste caso, ele afirma que se pode obter novos teoremas muito gerais "sem nenhum novo cálculo adicional". Essa é uma das grandes vantagens do método da notação abreviada enquanto método de manipulação formal de equações. Esse pequeno comentário indica que Bobillier parece bastante consciente dessa vantagem ao dizê-la explicitamente.

"Ensaio sobre um novo modo de pesquisa...": Seção III.

A terceira seção segue parcialmente a estrutura e a argumentação da primeira. O resultado demonstrado é outra generalização possível para o teorema da seção I. Dessa vez a configuração versa sobre dois tetraedros, um inscrito e o outro circunscrito a uma mesma superfície de segunda ordem, tal que os vértices do inscrito sejam os pontos de tangência das faces do circunscrito. Considerando-se as interseções dos planos das faces opostas respectivas nos dois tetraedros, surgem quatro retas e considerando-se ainda as ligações entre os vértices respectivos opostos, surgem mais quatro retas. O estudo das diversas posições relativas dessas oito retas no espaço conduzem a vários desdobramentos possíveis sobre a mesma configuração inicial. Assim sendo, o teorema desta seção é maior do que os anteriores, o modo como ele generaliza o teorema da seção I é menos óbvio, e a demonstração é mais carregada de detalhes. Eis o seu enunciado:

Teorema (da seção III). *Se dois tetraedros estão um inscrito e o outro circunscrito a uma mesma superfície qualquer de segunda ordem, de tal modo que os vértices do inscrito sejam os pontos de contato das faces do circunscrito, as faces respectivamente opostas dos dois tetraedros se cortarão segundo quatro retas, e seus vértices respectivamente opostos determinarão quatro outras retas. Então,* **1.** *As retas de cada grupo pertencem em geral, todas quatro, a uma só e mesma superfície torcida de segunda ordem;* **2.** *Se a superfície torcida de segunda ordem que contém as quatro primeiras retas se reduzir a um sistema de dois planos, um desses planos conterá duas destas retas enquanto o outro conterá as duas restantes, e [além disso] neste caso, duas das quatro últimas retas concorrem num mesmo ponto [enquanto] as outras duas [concorrem] em um outro ponto;* **3.** *Se por fim a superfície torcida* *de segunda ordem que contém as quatro primeiras retas se reduzir a um único plano, [então] a superfície torcida que contém as quatro últimas retas se reduzirá a uma superfície cônica, a cujo vértice elas todas concorrem.*

Bobillier começa a demonstração como das vezes anteriores, tomando quatro funções lineares independentes quaisquer A, B, C e D nas variáveis x, y e z e apresentando as equações dos elementos geométricos iniciais envolvidos na questão:

$$ABCD = 0 \quad (1);$$

$$A = 0\,, \quad B = 0\,, \quad C = 0\,, \quad D = 0 \quad (2);$$

$$BCD = 0\,, \quad ACD = 0\,, \quad ABD = 0\,, \quad ABC = 0 \quad (3);$$

$$\left\{\begin{array}{l} B=0 \\ C=0 \\ D=0 \end{array}\right. , \quad \left\{\begin{array}{l} A=0 \\ C=0 \\ D=0 \end{array}\right. , \quad \left\{\begin{array}{l} A=0 \\ B=0 \\ D=0 \end{array}\right. , \quad \left\{\begin{array}{l} A=0 \\ B=0 \\ C=0 \end{array}\right. \quad (4);$$

$$\left\{\begin{array}{l} BC=0 \\ AD=0 \end{array}\right. , \quad \left\{\begin{array}{l} CA=0 \\ BD=0 \end{array}\right. , \quad \left\{\begin{array}{l} AB=0 \\ CD=0 \end{array}\right. \quad (5);$$

$$\left\{\begin{array}{l} B=0 \\ C=0 \end{array}\right. , \quad \left\{\begin{array}{l} A=0 \\ D=0 \end{array}\right. , \quad \left\{\begin{array}{l} C=0 \\ A=0 \end{array}\right. , \quad \left\{\begin{array}{l} B=0 \\ D=0 \end{array}\right. , \quad \left\{\begin{array}{l} A=0 \\ B=0 \end{array}\right. , \quad \left\{\begin{array}{l} C=0 \\ D=0 \end{array}\right. \quad (6);$$

onde (1) é um tetraedro, (2) são suas quatro faces, (3) são seus quatro triedros, (4) são seus quatro vértices, (5) são seus três pares de diedros opostos e (6) são suas seis arestas.

Ainda como das vezes anteriores, ele introduz coeficientes, dessa vez seis, a, b, c, α, β e γ, que ele chama de "constantes arbitrárias" e considera a seguinte equação

$$aBC + bCA + cAB + \alpha AD + \beta BD + \gamma CD = 0 \quad (7)\ .$$

Esta "será visivelmente a equação comum a todas as superfícies de segunda ordem circunscritas ao tetraedro (1), já que seu primeiro membro é a única função do segundo grau em x, y, z que se dissipa ao se supor nulas três quaisquer das quantidades A, B, C, D."[82]

[82] sera visiblement l'équation commune à toutes les surfaces du second ordre circonscrites au tétraèdre (1) ; car son premier membre est la seule fonction du second degré en x, y, z qui puisse s'évanouir en y supposant nulles, trois quelconques des quantités A, B, C, D. [BOBILLIER 25, p. 329].

Agora ele introduz as quatro equações

$$\begin{aligned} bC + cB + \alpha D &= 0 \\ cA + aC + \beta D &= 0 \\ aB + bA + \gamma D &= 0 \\ \alpha A + \beta B + \gamma C &= 0 \end{aligned} \qquad (8).$$

Essas equações (8) são dos feixes de planos passando em cada um dos vértices (4). Para ainda manter a analogia com a seção I, Bobillier introduz de maneira indireta o tetraedro circunscrito. Ele combina (em sistemas) a equação (7) com cada uma das equações (8) e obtém as quatro novas equações (9) abaixo. Essas equações (9) são interpretadas como os cones (não necessariamente retos) que *envelopam* cada triedro (3) do tetraedro (1), e esses cones bem determinam cada um dos vértices (4).

$$\begin{aligned} aBC + \beta BD + \gamma CD &= 0 \\ bCA + \gamma CD + \alpha AD &= 0 \\ cAB + \alpha AD + \beta BD &= 0 \\ aBC + bCA + cAB &= 0 \end{aligned} \qquad (9).$$

A seguir ele usa um raciocínio que é completamente análogo ao utilizado na seção I para concluir que cada plano (8) ao intersectar a superfície (7), o faz tangencialmente em cada ponto (4). Assim um novo elemento da configuração é apresentado: o tetraedro circunscrito dado por

$$(bC + cB + \alpha D)(cA + aC + \beta D)(aB + bA + \gamma D)(\alpha A + \beta B + \gamma C) = 0 \quad (10)\ .$$

E por fim, para completar a construção geométrica do teorema, ele apresenta os (quase) últimos elementos da configuração final, a saber, as quatro retas que são, cada uma delas, a interseção de cada uma das faces do tetraedro inscrito com as opostas respectivas no tetraedro circunscrito:

$$\begin{array}{ll} \begin{cases} bC + cB + \alpha D = 0 \\ A = 0 \end{cases} & \begin{cases} cA + aC + \beta D = 0 \\ B = 0 \end{cases} \\ \\ \begin{cases} aB + bA + \gamma D = 0 \\ C = 0 \end{cases} & \begin{cases} \alpha A + \beta B + \gamma C = 0 \\ D = 0 \end{cases} \end{array} \qquad (11).$$

Até agora, a construção da configuração do teorema segue em completa analogia com o que Bobillier fez na seção I. A partir deste momento o argumento torna-se mais cheio de sutilezas. Tem-se a impressão (apenas aparente) de que o autor está se afastando do rumo que conduz à conclusão do teorema principal. Tem-se ainda a impressão de que ele está *experimentando* as várias possibilidades que a configuração já construída lhe oferece. Mas o fato é que essas discussões conduzem a diversas conclusões parciais que comporão os detalhes do enunciado final do teorema, ainda que isso não apareça claramente ao longo da demonstração.

Assim, o autor passa a discutir as posições relativas das quatro retas (11) entre si e também com outras novas figuras que serão introduzidas. De que modo e quantas delas pertencerão a um mesmo plano ou não? Quantas e como elas estarão contidas numa mesma superfície de segunda ordem ou não? Bobillier começa esta etapa do raciocínio, obtendo as condições sobre os coeficientes a, b, c, α, β e γ para que as retas (11) sejam duas a duas coplanares. Ele indica como o cálculo deve ser feito e informa as condições, que são dadas pelas três relações abaixo:

$$\beta b = \gamma c \ , \quad \gamma c = \alpha a \ , \quad \alpha a = \beta b \quad (12) \ .$$

Aqui abro um parêntesis na leitura do texto para exibir os cálculos que Bobillier apenas indicou. Vou denominar provisoriamente, por conta própria, as quatro retas (11) de r_A, r_B, r_C e r_D respectivamente. Vamos supor que as retas r_A e r_B são coplanares. Isso significa que o sistema formado pelas quatro equações

$$bC + cB + \alpha D = 0 \ , \quad A = 0 \ , \quad cA + aC + \beta D = 0 \ , \quad B = 0 \ ,$$

que é equivalente ao sistema

$$A = 0 \ , \quad B = 0 \ , \quad bC + \alpha D = 0 \ , \quad aC + \beta D = 0 \ ,$$

deve ser compatível. Observe agora, pelas duas últimas equações, que o sistema será possível (e indeterminado) se e somente se $\alpha a = \beta b$, que é exatamente a terceira relação (12). O raciocínio é análogo para os outros cinco pares de retas tomadas duas a duas entre as quatro (11). O resumo dessas contas é o seguinte:

- as retas r_A e r_B são coplanares se e somente se $\alpha a = \beta b$;
- as retas r_A e r_C são coplanares se e somente se $\gamma c = \alpha a$;
- as retas r_A e r_D são coplanares se e somente se $\beta b = \gamma c$;
- as retas r_B e r_C são coplanares se e somente se $\beta b = \gamma c$;

- as retas r_B e r_D são coplanares se e somente se $\gamma c = \alpha a$ e
- as retas r_C e r_D são coplanares se e somente se $\alpha a = \beta b$.

Fecho meu parêntesis, e volto à leitura do texto. Observando sob diversos ângulos as relações (12) acima deduzidas, Bobillier tira três conclusões. Primeiro, note que nada garante que as três relações (12) sejam sempre verdadeiras. Logo, se nem mesmo para duas das referidas retas é garantido estarem num mesmo plano, quanto mais para quatro. Isso responde – negativamente – a um teorema proposto como exercício pelo editor dos *Annales* em agosto do ano anterior:[83] "Se a uma mesma superfície de segunda ordem inscreve-se e circunscreve-se dois tetraedros de modo que os vértices do inscrito sejam os ponto de contato do circunscrito (...) [então] as interseções dos planos das faces opostas nos dois tetraedros estarão todas quatro num mesmo plano". Segundo, observe que supondo válida quaisquer duas dessas relações pode-se deduzir imediatamente a terceira. Geometricamente isso significa que, fixada uma das quatro retas, se ela for coplanar com outras duas, então ela será coplanar com a terceira. (Nesse ponto, o autor comenta que, de modo geral, para quatro retas no espaço tais que uma delas seja coplanar com cada uma das outras três; os três planos onde acontecem as coplanariedades não necessariamente são os mesmos.) Terceiro, observe que as relações (12), cada uma delas, atende a exatamente dois pares *disjuntos* de retas. Com isso "estamos autorizados a concluir que" sempre que duas das quatro retas forem coplanares, as outras duas também o serão (outra vez, não necessariamente num mesmo plano).

Olhando mais de perto a hipótese de valer duas das relações (12) – e portanto valendo as três – temos a dupla igualdade

$$\alpha a = \beta b = \gamma c \quad (13) \ .$$

Agora temos quatro retas no espaço tais que cada delas é coplanar com as outras três. Simultaneamente, por valer individualmente cada uma das relações (12), as retas em questão são duas a duas coplanares. Assim, a interpretação geométrica de (13) é que as quatro retas (11) são todas coplanares num único e mesmo plano. Bobillier se propõe a informar a equação deste plano. Para manter a simetria das equações no texto, ele introduz um novo coeficiente k, cuja definição é

$$k^2 = \alpha a = \beta b = \gamma c \ .$$

[83] [ANNALES de GERGONNE, 1827 e]. Bobillier dá como referência a página 18, o que é, evidentemente, uma pequena distração dele, já que o teorema está proposto na página 56.

Antes do plano, porém, ele informa a nova equação da superfície de segunda ordem (7), dentro da situação específica em que as quatro retas (11) sejam todas coplanares num só e mesmo plano. Basta simplesmente substituir as relações acima na equação (7) para obter a superfície de segunda ordem dada por

$$ABC\left(\frac{a}{A}+\frac{b}{B}+\frac{c}{C}\right)+k^2D\left(\frac{A}{a}+\frac{B}{b}+\frac{C}{c}\right)=0 \quad (14)\ .$$

Quanto à equação do referido plano, "que se pode encontrar facilmente", ela é dada por

$$bcA+caB+abC+k^2D=0 \quad (15)\ .$$

Uma inspeção simples é suficiente para convencer de que as quatro retas (11) efetivamente satisfazem a equação (15).

Finda essa breve digressão, Bobillier toma outro rumo. Ele evoca o resultado já conhecido em sua época de que por três retas distintas no espaço sempre passa uma superfície de ordem dois e a seguir informa qual é essa superfície torcida passando pelas três primeiras retas (11). Trata-se da superfície de equação

$$\begin{array}{c}\alpha\beta\gamma D^2+[\,\alpha(\,\beta b+\gamma c\,)A+\beta(\,\gamma c+\alpha a\,)B+\gamma(\,\alpha a+\beta b\,)C\,]\,D+\\ +\,(\,\alpha A+\beta B+\gamma C\,)\,(\,bcA+caB+abC\,)=0\end{array} \quad (16)\ .$$

Após expor a equação (16), Bobillier conclui que "é manifesto que [a superfície torcida de ordem dois] também passa pela quarta [reta]; portanto, a superfície torcida de segunda ordem determinada por três quaisquer das quatro retas (11), contém também a quarta". Neste ponto da exposição ele se reporta a outro problema proposto pelo editor dos *Annales*.[84] O editor classificou-o como sendo um problema de geometria descritiva e o próprio Bobillier resolveu-o cinco meses antes.[85] Tanto lá, usando métodos sintéticos, quanto aqui, usando métodos analíticos, ele concluiu que o problema conforme foi proposto pelo editor está mal posto.

Antes de prosseguir, quero comentar brevemente esta última equação, bem como o resultado evocado por Bobillier. Para começar, pela simples leitura do texto não se tem como saber exatamente qual foi o modo como ele obteve a equação (16), pois não há cálculos explícitos. A única indicação do modo de obtê-la é o resultado evocado. Aqui, este resultado aparece sob a forma geral de que por três retas distintas no espaço sempre passa uma superfície de segunda ordem. Em [BOBILLIER 17] o mesmo resultado aparece numa versão mais específica que informa que se as retas

[84] [ANNALES de GERGONNE, 1826 d].
[85] [BOBILLIER 17].

são duas a duas reversas, a superfície será um parabolóide hiperbólico. Note que para se determinar uma superfície de segunda ordem é necessário ter nove pontos distintos. Isso é suficiente para calcular os dez coeficientes numa equação de segundo grau homogênea à quatro variáveis (A^2, B^2, C^2, D^2, AB, AC, AD, BC, BD e CD). Observe que uma reta intersecta uma superfície de ordem dois em no máximo dois pontos, a não ser que ela esteja contida na superfície. Portanto para determinar uma superfície que contenha três retas dadas, pode-se tomar três pontos distintos em cada reta. É bom ressaltar o fato de que a superfície (16) *não é* a superfície (14), já que as duas aparecem em blocos temáticos distintos na demonstração.

A tabela 6.1 resume os resultados obtidos por Bobillier até esse ponto, pelo estudo das posições relativas das retas (11), em conexão com a validade das relações (12).

Hipóteses sobre as relações (12)	**Posições relativas das retas (11)**	**Resultados obtidos**
Nenhuma das três é válida.	Não há nenhuma garantia de coplanaridade entre as quatro retas (11), mas todas estão contidas na superfície quádrica (16).	O 1^o teorema proposto como exercício nos *Annales* tomo 18 página 56 é, em geral, falso. Temos parcialmente o resultado (**1.**) do teorema da seção.
Vale uma das três relações.	A superfície (16) reduz-se a um par de planos, cada um deles contendo duas das retas (11).	Temos parcialmente o resultado (**2.**) do teorema da seção.
Valem duas (e portanto três) das relações.	As quatro retas (11) jazem todas num único e mesmo plano.	O plano em questão é dado pela equação (15).

Tabela 6.1: Primeiros resultados da seção III.

A demonstração de Bobillier continua. Seu próximo passo é acrescentar à configuração as quatro retas que ligam os vértices opostos respectivos dos dois tetraedros. Inicialmente ele descreve suas equações e depois, semelhante ao que fez com as retas (11), ele estuda as posições relativas dessas novas retas entre si e também em relação a outras figuras. O argumento que introduz as equações dessas novas retas é o seguinte. Em (8) temos as quatro equações das faces do tetraedro circunscrito (10). Tomando essas equações três a três, teremos quatro grupos de equações que representam os vértices de (10). Em cada grupo de três equações, eliminando a letra que lhes é comum, obtemos uma equação dupla que representa uma reta passando por cada vértice de (10). As quatro equações duplas são apresentadas:

- reta pelo vértice oposto à face BCD : $\dfrac{\beta B+\gamma C}{\alpha}=\dfrac{aB+\gamma D}{b}=\dfrac{aC+\beta D}{c}$

- reta pelo vértice oposto à face CAD : $\dfrac{\gamma C+\alpha A}{\beta}=\dfrac{bC+\alpha D}{c}=\dfrac{bA+\gamma D}{a}$

- reta pelo vértice oposto à face ABD : $\dfrac{\alpha A+\beta B}{\gamma}=\dfrac{cA+\beta D}{a}=\dfrac{cB+\alpha D}{b}$

- reta pelo vértice oposto à face ABC : $\dfrac{bC+cB}{\alpha}=\dfrac{cA+aC}{\beta}=\dfrac{aB+bA}{\gamma}$ (17).

É necessário verificar que essas retas são de fato as retas que ligam os vértices opostos respectivos dos dois tetraedros. Para tanto, basta tomar as equações dos vértices (4) na ordem em que aparecem lá e conferir por simples inspeção que elas satisfazem as equações (17) na ordem que aparecem aqui.

Na sequência, Bobillier propõe para as retas (17) questões análogas às propostas para as retas (11). Ao perguntar-se sob que condições duas quaisquer delas são concorrentes entre si, ele chega às mesmas relações entre os coeficientes a, b, c, α, β e γ já obtidas antes:

$$\beta b=\gamma c\ ,\quad \gamma c=\alpha a\ ,\quad \alpha a=\beta b\quad (12)\ .$$

Sendo as relações entre os coeficientes exatamente as mesmas, ele pode deduzir para as retas (17) resultados parciais análogos aos já obtidos para as retas (11). Primeiro, que não se pode garantir que essas quatro retas sejam todas concorrentes num só e mesmo ponto. Isso responde (negativamente) a segunda parte de um teorema já mencionado, proposto como exercício pelo editor Gergonne:[86] "Se a uma mesma superfície de segunda ordem inscreve-se e circunscreve-se dois tetraedros de modo que os vértices do inscrito sejam os ponto de contato do circunscrito (...) [então] as retas que ligam os vértices opostos nos dois tetraedros passarão todas quatro por um mesmo ponto". Segundo, que fixada uma das quatro retas, se ela for concorrente com outras duas, então ela será concorrente com a terceira. (Nesse ponto, o autor comenta que, de modo geral, para quatro retas no espaço tais que uma delas seja concorrente com cada uma das outras três; os três pontos de concorrência não necessariamente coincidem.) Terceiro, sempre que duas das quatro retas forem concorrentes, as outras duas também o serão (não necessariamente num mesmo ponto). Observe que da

[86] [ANNALES de GERGONNE, 1827 e]. Bobillier dá como referência a página 18, mas a referência correta é página 56 dos *Annales*, tomo 18.

validade (ou não) de algumas das relações (12) teremos a coplanaridade (ou não) de algumas das retas (11) e correspondentemente (para ser mais exato, dualmente) teremos a concorrência (ou não) de algumas das retas (17).

Quanto à hipótese de valer a dupla igualdade $\alpha a = \beta b = \gamma c$, sua interpretação geométrica é de que as quatro retas (17) são todas concorrentes num único e mesmo ponto. Retomando o coeficiente k, definido por $k^2 = \alpha a = \beta b = \gamma c$, ele informa que este ponto é dado pela equação tripla

$$bcA = caB = abC = k^2 D \quad (18)\ .$$

As últimas considerações antes de finalmente enunciar o teorema, diz respeito à pertinência das quatro retas (17) à uma mesma superfície de ordem dois. Novamente ele evoca o fato de que por três retas distintas no espaço sempre passa uma superfície de segunda ordem e informa, sem exibir explicitamente os cálculos, qual é essa "superfície torcida de ordem dois" passando pelas três primeiras retas (17). Trata-se da figura de equação (19) abaixo.

$$\begin{array}{l} (\,\beta b - \gamma c\,)\,(\,\beta b + \gamma c - \alpha a\,)\,(\,aBC + \alpha AD\,) + \\ +\,(\,\gamma c - \alpha a\,)\,(\,\gamma c + \alpha a - \beta b\,)\,(\,bCA + \beta BD\,) + \\ +\,(\,\alpha a - \beta b\,)\,(\,\alpha a + \beta b - \gamma c\,)\,(\,cAB + \gamma CD\,) \,=\, 0 \end{array} \qquad (19)\ .$$

Como essa equação é satisfeita pela quarta reta (17), ele conclui que as quatro retas pertencerão todas à uma mesma superfície torcida de ordem dois. Note por fim que no caso em que as quatro retas são concorrentes, a superfície (19) necessariamente reduz-se a um cone e o ponto (18), para onde concorrem todas as retas (17), é o seu vértice.

Após enunciar o longo teorema da seção III, vem o final da seção (e do artigo) composto por quatro partes: três breves observações de Bobillier e uma nota de rodapé bastante grande do editor Gergonne.

A primeira observação de Bobillier diz respeito à dualidade dos elementos envolvidos na configuração e nos resultados do teorema. Considerando como diretriz a superfície de ordem dois que está inscrita e circunscrita aos dois tetraedros, ele informa as seguintes dualidades: 1^o, as retas (11) são "polares recíprocas" das retas (17); 2^o, os dois planos e os dois pontos do resultado (**2.**) do teorema são também duais entre si; 3^o, são duais ainda o plano e o ponto do resultado (**3.**) do teorema.

Sua segunda observação versa sobre a possibilidade de construir a configuração geométrica *de fora pra dentro*, em analogia ao que foi feito na primeira seção. Bobillier indica qual é a mudança de variáveis, definindo A', B', C' e D' respectivamente como o primeiro membro de cada uma das equações (8). Ele até escreve as variáveis antigas em função das variáveis novas, mas para por aí. Talvez por ter obtido expressões algébricas bastante longas, ele decidiu não prosseguir com os cálculos.

A última observação de Bobillier, no último parágrafo do texto, é mais uma analogia com o que ele fez na primeira seção. Novamente ele exibe sua confiança no método ao apontar (sem desenvolver) possíveis generalizações para os resultados da seção supondo que as funções A, B, C e D sejam de mesmo grau maior que um. Destaco aqui, com já fiz da outra vez, o registro que ele faz da significativa pretensão de obter-se teoremas muito gerais "sem nenhum novo cálculo".

A tabela 6.2 resume os resultados acrescentados por Bobillier no estudo das posições relativas das retas (17), em conexão com a validade das relações (12).

Hipóteses sobre as relações (12)	**Posições relativas das retas (17)**	**Resultados obtidos**
Nenhuma das três é válida.	Não há nenhuma garantia de concorrência entre as quatro retas (17), mas todas estão contidas na superfície quádrica (19).	O 2^o teorema proposto como exercício nos *Annales* tomo 18 página 56 é, em geral, falso. Temos o completamento do resultado (**1.**) do teorema da seção.
Vale uma das três relações.	As retas (17) são dois pares disjuntos de retas concorrentes.	Temos a continuação do resultado (**2.**) do teorema da seção.
Valem duas (e portanto três) das relações.	As quatro retas (17) são todas concorrentes num único e mesmo ponto. A superfície (19) reduz-se a um cone.	Temos o resultado (**3.**) do teorema da seção. O ponto em questão é o (18) e é o vértice do cone (19).

Tabela 6.2: Os demais resultados da seção III.

Quanto à longa nota de rodapé do editor Gergonne, trata-se de uma contestação parcial do resultado obtido por Bobillier. Como se pode observar por tudo o que se leu até aqui, o teorema da seção III enuncia um resultado que se enquadra bem numa teoria de dualidade, já que começa com dois tetraedros *encaixados*, um inscrito e outro circunscrito a uma superfície quádrica, e dá informações sobre as posições relativas das diversas retas que aparecem a partir das ligações de vértices correspondentes (ou interseção de faces correspondentes) dos tetraedros. A contestação de Gergonne é justamente por achar que os resultados de posições relativas das tais retas continuam sendo válidos mesmo quando a superfície quádrica é dispensada, e resta só o *encaixe* dos tetraedros. Provavelmente essa contestação é motivada pela crença que o editor tinha na dualidade de figuras geométricas como um princípio. Na explicação da sua dispensa da superfície quádrica, Gergonne comete alguns sutis erros de matemática. Não entraremos aqui nos detalhes do argumento de Gergonne. Por ora, basta informar que dois meses depois disso, o editor publica um pequeno artigo onde reconhece estar errado em suas argumentações, e que esse erro lhe foi apontado por Chasles, Steiner e pelo próprio Bobillier, em correspondências particulares que não foram publicadas. É bom registrar ainda que Gergonne reconhece que errou na *justificativa* desenvolvida na nota de rodapé, mas que permanece acreditando (embora não o soubesse demonstrar) que o resultado do teorema prescinde da superfície quádrica.

6.3.2 *Demonstração nova de algumas propriedades de linhas de segunda ordem* (junho de 1828).

O segundo artigo de Bobillier sob a rubrica filosofia matemática[87] foi publicado no mês seguinte ao anterior e pretende-se claramente uma continuação daquele, ou, melhor dizendo, este texto pretende-se uma *aplicação* do método desenvolvido no artigo anterior. Segue abaixo a reprodução textual de parágrafo de introdução:

> Nós nos propomos, no que se vai ler, de aplicar o método de pesquisa o qual já fizemos a tentativa num artigo precedente, à demonstração de algumas propriedades conhecidas das linhas de segunda ordem. É examinando, de fato, como esse método conduz às descobertas de verdades já conhecidas, que se poderá avaliar o quanto se pode esperar na pesquisa de verdades bem mais numerosas e mais importantes que restam ainda por descobrir.[88]

Dentre as "verdades já conhecidas" que Bobillier exibe neste artigo aparecem dois teoremas do século XVII, resultados já clássicos na geometria projetiva (re)nascente: o Teorema de Desargues dos seis pontos em involução[89] e o Teorema do Hexágono de Pascal. Aparecem ainda resultados publicados dois anos antes nos *Annales de Gergonne*: um de Sturm,[90] referendado pelo editor numa nota de rodapé, e outro

[87] [BOBILLIER 26].
[88] Nous nous proposons, dans ce qu'on va lire, d'appliquer la méthode de recherche dont nous avons déjà fait l'essai dans un précédent article, à la démonstration de quelques propriétés connues des lignes du second ordre. C'est en examinant, en effet, comment cette méthode conduit à la découverte des vérités déjà connues, qu'on pourra juger de ce qu'on peut en espérer dans la recherche des vérités bien plus nombreuses et plus importantes qui restent encore à découvrir. [BOBILLIER 26, p. 359].
[89] Sobre o Teorema de Desargues dos seis pontos em involução; comentários, estudos, tradução do texto original, sua importância na matemática, etc., confira a edição crítica [FIELD e GRAY, 1987], capítulos IV e V.
[90] [STURM 1826 b].

de Plücker,[91] citado diretamente no texto por Bobillier. Esses resultados, tanto os clássicos quanto os modernos, certamente são bons trunfos na "avaliação do que se pode esperar" de um método que está sendo pouco a pouco assimilado e explorado.

Após a introdução, o texto prosegue dividido em pequenos trechos numerados de (**1.**) a (**14.**). Três temas são tratados: na primeira parte, parágrafos de (**1.**) a (**5.**), o assunto é cônicas com pontos fixos marcados e suas interseções com famílias de circunferências; os parágrafos de (**6.**) a (**10.**) apresentam várias versões do teorema de Desargues; a terceira parte são os parágrafos (**11.**) e (**12.**) e mostram o teorema de Pascal e algumas de suas variações. No final do artigo, parágrafos (**13.**) e (**14.**), Bobillier retoma, conforme havia feito no artigo anterior, algumas considerações e/ou indicações de generalizações possíveis para os resultados apresentados.

Curiosamente todos os resultados no artigo, por mais diversos entre si que possam parecer, são obtidos a partir da mesma equação

$$aAA' + bBB' = 0 \ ,$$

onde A, A', B e B' são abreviações de polinômios lineares em x e y. Essa equação aparece no texto pela primeira vez no início do parágrafo (**1.**), numerada por "(1)", e depois reaparece exatamente no início de cada novo assunto, os parágrafos (**6.**) e (**11.**). De fato, as primeiras frases desses parágrafos são, respectivamente, "Retornemos à equação (1), onde suporemos agora que..." e "Retomemos a equação $aAA' + bBB' = 0$ que se pode considerar como...".

Os cálculos e argumentos que conduzem aos resultados aparecem apenas nos parágrafos (**1.**), (**2.**), (**6.**) e (**11.**). Todos os demais parágrafos, salvo os dois últimos, constituim-se quase que exclusivamente dos enunciados dos teoremas consequentes às contas feitas. Na primeira parte, a estratégia de demonstração de Bobillier consiste em manipular as combinações de equações abreviadas e, pouco antes de enunciar o teorema, escolher os eixos cartesianos ortogonais de maneira adequada. Há uma argumentação que, embora não explícita, é feita não sobre as equações abreviadas mas com as variáveis x e y. Já em (**6.**), o parágrafo mais longo e mais cheio de cálculos, as equações abreviadas são substituídas por equações explícitas (algo que faz lembrar Lamé), mas ainda usa-se um princípio de combinação (não linear) de equações. Por fim, em (**11.**), é suficiente a estratégia de manipular sistemas de equações abreviadas e suas combinações, ao estilo do que ele fez no texto anterior.

[91] [PLÜCKER 1826 b].

"Demonstração nova de algumas propriedades...": Interseções de círculos e cônicas (parágrafos 1 a 5).

O primeiro teorema que aparece no artigo é o seguinte.[92]

3. Teorema. *Um círculo [está] traçado sobre o plano de uma cônica cortando esta curva em quatro pontos; ligando-se esses quatro pontos dois a dois por duas cordas, as retas que dividem em duas partes iguais os quatro ângulos formados por essas duas cordas, serão respectivamente paralelas aos diâmetros principais da curva.*

Vamos acompanhar o raciocínio feito por Bobillier nos parágrafos (**1.**) e (**2.**) e que conduzem ao teorema. Os quatro pontos do enunciado serão os vértices de um quadrilátero cujos lados consecutivos têm por equações (abreviadas)

$$A = 0\ , \quad B = 0\ , \quad A' = 0\ , \quad B' = 0\ ,$$

onde A, B, A' e B' são funções lineares em x e y. Eventualmente, no texto, o autor vai se referir aos lados do quadrilátero simplesmente chamando-os de A, B, A' e B'; e aos vértices, chamando-os (A, B), (B, A'), (A', B') e (B', A). Introduzindo duas "constantes indeterminadas" a e b, a equação de segunda ordem

$$aAA' + bBB' = 0 \quad (1)$$

será a equação comum a todas as linhas de segunda ordem circunscritas no quadrilátero, já que, quaisquer que sejam a e b, a equação (1) é satisfeita pelos quatro vértices em questão.

Suponha agora que este quadrilátero esteja circunscrito num círculo. Existirão α e β tais que a equação deste círculo seja

$$\alpha AA' + \beta BB' = 0 \quad (2)\ .$$

Eis então o *truque* de Bobillier: uma escolha conveniente de eixos coordenados ortogonais. Esses eixos são escolhidos de modo a serem as bissetrizes das retas $A = 0$ e $A' = 0$. Desse modo, no polinômio $A \cdot A'$ não vai aparecer o termo em xy. Uma simples observação justifica o argumento que Bobillier não registra explicitamente no texto. De fato, quando uma reta passa pela origem do sistema cartesiano, ele tem por equação $y - mx = 0$ onde m é seu coeficiente angular. No caso de duas retas

[92] Este teorema aparece no texto com o número "3" porque é o resultado (e praticamente todo o conteúdo) registrado no parágrafo (**3.**) do texto. A mesma observação vale para os próximos teoremas enunciados até o fim desta seção 6.3.2.

terem os eixos ortogonais como bissetrizes, seus coeficientes angulares diferem apenas pelo sinal. Assim, pode-se tomar A e A' respectivamente como $y - mx$ e $y + mx$ e o produto $A \cdot A'$ será dado por $(y - mx)(y + mx)$, isto é, $y^2 - m^2x^2$, um polinômio sem o termo em xy.

Ora, como a equação de um círculo em coordenadas cartesianas nunca apresenta termo em xy, em particular esse termo não aparece em (2). Da escolha adequada dos eixos, esse termo também não aparece em $A \cdot A'$. Logo, pela equação (2), esse termo não pode aparecer em $B \cdot B'$. Disto resulta que o termo xy também não aparece na equação (1). A conclusão é que os eixos de simetria das cônicas representadas por (1) serão todos paralelos aos eixos coordenados.

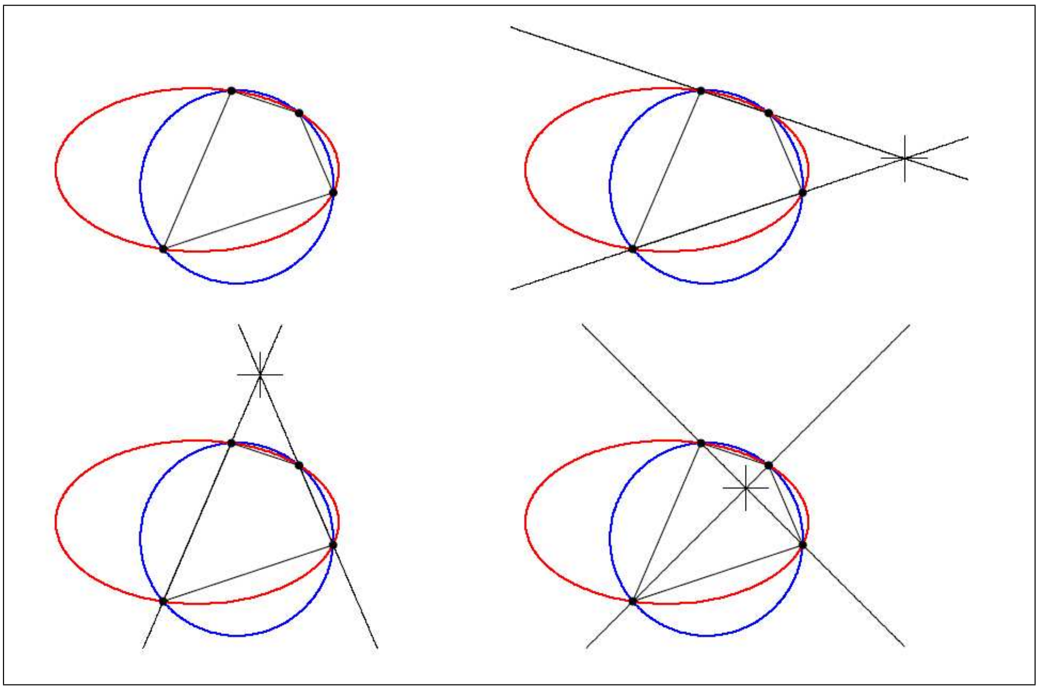


Figura 6.12: [BOBILLIER 26], Teorema 3.

Em resumo, o que foi demonstrado, e que aparece registrado no teorema 3, é que dada uma cônica e uma circunferência que a atravesse em quatro pontos distintos, tomando dois grupos de dois pontos distintos obtemos duas retas distintas que determinam ângulos entre si. As bissetrizes desses ângulos (que serão retas perpendiculares entre si) são paralelas aos eixos de simetria da cônica em questão.

Na sequência, Bobillier evoca o resultado que diz que se duas retas paralelas são cortadas por uma transversal então os ângulos correspondentes são iguais e reciprocamente. Argumentando resumidamente a partir desse resultado e do teorema anterior ele enuncia:

4. Teorema. *Se tantos círculos quantos se queiram, cortam uma mesma cônica* *em dois mesmos pontos [fixos], e [ainda] a cortam em outros dois pontos, as cordas que nos diferentes círculos ligarão esses dois outros pontos de interseção serão todas paralelas entre si.*

O raciocínio de Bobillier pode ser detalhado, para maior clareza, como segue: Suponha que uma circunferência corta certa cônica nos pontos 1, 2, 3 e 4 e uma segunda circunferência corta a mesma cônica em 1, 2, 5 e 6. Os ângulos formados pelo pares de retas { 12, 34 } e { 12, 56 } tem bissetrizes paralelas entre si, pois são, pelo teorema 3, paralelas aos eixos de simetria da cônica em questão. Além disso estes ângulos tem o lado 12 em comum. Pela igualdade dos ângulos correspondentes em retas paralelas (no caso, as bissetrizes) cortadas por uma transversal (a reta 12), conclue-se que as retas 34 e 56 devem ser paralelas entre si.

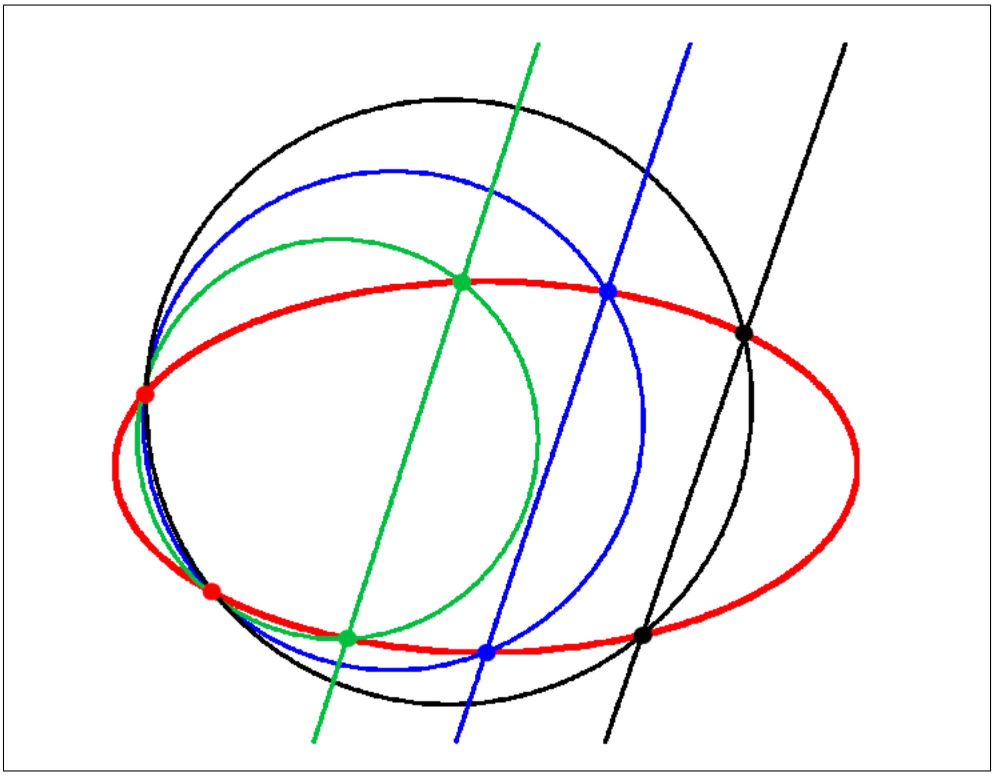


Figura 6.13: [BOBILLIER 26], Teorema 4.

Na passagem do teorema 4 para o teorema 5, Bobillier concebe que os dois pontos comuns a todos os círculos e à cônica "se aproximem continuamente". A secante comum a todas as figuras torna-se, então, uma tangente comum e daí vem o teorema abaixo.

5. Teorema. *Se tantos círculos quanto se queiram, tocam uma mesma cônica num mesmo ponto [fixo], e [ainda] a cortam em outros dois pontos; as cordas que nos diferentes círculos ligam suas duas interseções com a curva serão todas paralelas* *entre si.*

Bobillier informa que é a partir deste último teorema que Plücker descreve um método para construir um círculo osculador de uma cônica em um de seus pontos e dá a referência que está no jornal de Gergonne, fascículo de setembro de 1826.[93] Curiosamente, esta é única vez em toda a obra de Bobillier que aparece citado explicitamente o nome de Plücker.

"Demonstração nova de algumas propriedades...": Involuções (parágrafos 6 a 10).

Na segunda parte do texto Bobillier enuncia quatro teoremas em pares duais, todos versando sobre pontos em involução. Antes de mostrar a argumentação de Bobillier, vejamos a definição de involução. Diz-se que três pares de pontos R_1, S_1; R_2, S_2; R_3, S_3 numa mesma reta ℓ estão em *involução* quando

$$\frac{R_2R_1 \cdot R_2S_1}{S_2R_1 \cdot S_2S_1} = \frac{R_2R_3 \cdot R_2S_3}{S_2R_3 \cdot S_2S_3} ,$$

onde R_2R_1 (e analogamente os demais fatores) é o *comprimento* do segmento que vai de R_2 a R_1, *sinalizado* por $+$ ou por $-$ de acordo com um sentido previamente imputado e fixado na reta ℓ. A involução de seis pontos é uma propriedade preservada por projeções. Dito mais claramente, tomando na reta ℓ seis pontos R_1, S_1; R_2, S_2; R_3, S_3 em involução, e tomando um ponto O fora dessa reta; o feixe de retas OR_1, OS_1; OR_2, OS_2; OR_3, OS_3 ao intersectar qualquer outra reta ℓ' transversal ao feixe, vai determinar sobre esta última reta seis pontos R'_1, S'_1; R'_2, S'_2; R'_3, S'_3 respectivamente, que também estão em involução. Em coordenadas na reta ℓ, suponha que r_1, s_1; r_2, s_2; r_3, s_3 sejam as distâncias dos pontos R_1, S_1; R_2, S_2; R_3, S_3 a uma origem escolhida e fixada. Neste caso, a definição de involução em termos de igualdade de razões de produtos de grandezas sinalizadas pode ser substituída pela fórmula

$$(r_1 + s_1)(r_2s_2 - r_3s_3) + (r_2 + s_2)(r_3s_3 - r_1s_1) + (r_3 + s_3)(r_1s_1 - r_2s_2) = 0 .$$

Voltando à leitura do artigo de Bobillier, no início da seção (**6.**), ele retorna à equação

$$aAA' + bBB' = 0 \quad (1)$$

que, lembramos, é a equação comum de cônicas passando em quatro pontos fixados.

[93] Trata-se do mesmo teorema demonstrado em [PLÜCKER 1826 b, p. 71] e que vimos nesta tese na seção 6.2.4, figura 6.8.

Na intenção de investigar as interseção dessas cônicas com uma reta, ele escolhe o eixo x, cuja equação (explícita) é $y = 0$, para ser esta reta. A seguir ele argumenta a partir de polinômios não abreviados, substituindo A, B, A' e B' na equação (1) respectivamente por $px + g$, $qx + h$, $p'x + g'$ e $q'x + h'$. Manipulando as equações, Bobillier calcula as distâncias entre os pontos de interseção de $aAA' + bBB' = 0$ com o eixo x e a origem do sistema de coordenadas. Ele chama essas distâncias de m e μ e esses dois últimos números são dados em função de a, b, p, g, q, h, p', g', q' e h'. Analogamente, partindo das equações de outras duas cônicas

$$a'AA' + b'BB' = 0 , \quad a''AA' + b''BB' = 0 ,$$

ele obtém os números m' e μ' em função de a', b', p, g, q, h, p', g', q' e h'; e m'' e μ'' em função de a'', b'', p, g, q, h, p', g', q' e h'. Por fim, manipulando mais um pouco todo esse amontoado de coeficientes, ele termina as contas na equação

$$(m + \mu)(m'\mu' - m''\mu'') + (m' + \mu')(m''\mu'' - m\mu) + (m'' + \mu'')(m\mu - m'\mu') = 0 ,$$

que é idêntica (à menos das letras utilizadas) à equação que define involução em termos de coordenadas na reta.

A partir dessa mesma e única demonstração, e evocando "o princípio das polares recíprocas" Bobillier enuncia quatro teoremas em pares duais. O teorema 7 não especifica quais são as três cônicas, diz apenas que elas estejam fixadas nos mesmos quatro vértices de um quadrilátero. Ele não diz claramente, mas está implícito pelo contexto do enunciado e da demonstração que as cônicas consideradas são distintas entre si.

7. Teorema. *Três cônicas circunscritas em um mesmo quadrilátero cortam uma reta em seis pontos que formam uma involução.*

7. Teorema. *As seis tangentes conduzidas de um mesmo ponto qualquer a três cônicas inscritas num mesmo quadrilátero, formam um feixe em involução.*

Antes de enunciar os próximos resultados no texto de Bobillier quero comentar brevemente alguns trechos do artigo de Charles Sturm que é citado por Bobillier e pelo editor Gergonne, em torno deste último teorema.[94] Este trabalho do jovem Sturm, à época com 25 anos e em início de carreira, foi publicado em duas grandes partes nos *Annales*, tomos XVI e XVII, em março e dezembro de 1826. Bobillier, após deduzir a equação em m's e μ's, referenda-a numa página do *Annales* que, apesar de

[94] [STURM 1826 b].

estar no memorial de Sturm, é quase toda preenchida por uma nota de rodapé do editor; aliás, uma nota tão longa que começa na página anterior e avança por mais duas páginas. A nota é uma demonstração do teorema que no artigo de Bobillier, Gergonne chama de "elegante teorema" ao dar os créditos a Sturm; enquanto que no artigo de Sturm, Gergonne chama de "importante propriedade" e ofecere, em alternativa à demonstração do jovem matemático, uma outra "demonstração analítica direta e simples". A demonstração de Gergonne e a de Bobillier são bastante parecidas nos detalhes das manipulações algébricas de coeficientes e ambas conduzem exatamente à mesma relação entre m's e μ's.[95] Mas há uma diferença formal. Enquanto o editor faz combinação linear de três equações não abreviadas de segundo grau, Bobillier faz combinação não linear de quatro equações não abreviadas de primeiro grau. Quanto à relação entre m's e μ's, provavelmente o fato de tratar-se de uma equação, digamos, *em coordenadas*, é o que deve ter inspirado os dois geômetras-algebristas a deduzi-la também *em coordenadas*, ou seja usando equações não abreviadas em x e y. Por fim, cabe registrar que a demonstração do próprio Sturm também começa com combinação linear de três equações não abreviadas de segundo grau, e tem ingredientes na manipulação algébrica que se assemelham a alguns elementos da demonstração de Gergonne (e, é claro, a de Bobillier). Mas sua demonstração prossegue assim por pouco tempo, somente até a dedução de algumas fórmulas,[96] que são logo interpretadas em termos de razões de produtos das grandezas sinalizadas envolvidas no problema. Após isso, a demonstração de Sturm segue *à maneira de Desargues* até o final.

Voltando ao artigo de Bobillier, e encerrando a análise desta parte do texto, nos demais teoremas o conjunto de três cônicas é substituído por duas cônicas e um par de lados opostos do quadrilátero (teorema 8); ou uma cônica e os dois pares de lados opostos (teorema 9); ou ainda os dois pares de lados opostos e o par de diagonais do quadrilátero (teorema 10).

8. Teorema. *Toda reta é cortada, por duas cônicas que se intersectam em quatro pontos e por suas cordas que ligam esses quatro pontos dois a dois, em seis pontos que formam uma involução.*

8. Teorema. *As quatro tangentes conduzidas de um mesmo ponto qualquer a duas cônicas e as duas retas conduzidas do mesmo ponto aos pontos de concorrência dos dois pares de tangentes comuns, formam um feixe em involução.*

[95] Que na nota de Gergonne aparece escrita em p's e q's.

[96] Nenhuma das quais parecida com a relação em coordenadas de Gergonne ou de Bobillier.

9. Teorema. *Os seis pontos de interseção, dos quatro lados de um quadrilátero e de uma cônica que lhe é circunscrita, com uma reta qualquer, formam uma involução.*

9. Teorema. *As retas conduzidas de um mesmo ponto qualquer aos quatro vértices de um quadrilátero e as duas tangentes conduzidas do mesmo ponto à uma cônica inscrita, formam um feixe em involução.*

10. Teorema. *As seis retas determinadas por quatro pontos de um mesmo plano, cortam toda transversal em seis pontos que formam uma involução.*

10. Teorema. *As retas conduzidas de um mesmo ponto qualquer de um plano aos seis pontos determinados por quatro retas traçadas sobre este plano, formam um feixe em involução.*

"Demonstração nova de algumas propriedades...": Teorema de Pascal (parágrafos 11 e 12).

Na terceira parte do artigo, Bobillier fornece uma demonstração para "dois teoremas tão conhecidos e tão fecundos em belas consequências". Trata-se do Teorema de Pascal e seu dual, o Teorema de Brianchon, embora Bobillier não os chame por esses nomes. A demonstração consiste na manipulação de sistemas de equações abreviadas e suas combinações, como ele já vem fazendo quase sempre desde o artigo anterior. Apresento a seguir o enunciado desses teoremas como Bobillier os registra no parágrafo (**12.**) e logo após apresento sua demonstração. No texto original apenas a equação "1" aparece numerada. Para melhor expor o argumento, tomo a liberdade de numerar as demais equações na sequência em que elas aparecem. Vários pequenos erros de sinal são cometidos por Bobillier nas páginas 365 e 366 do artigo. No texto que segue abaixo, já apresento as equações corrigidas, mas os errinhos de sinal serão indicados nas notas de rodapé. A figura 6.5 oferece uma imagem para os Teoremas de Pascal e de Brianchon.

12. Teorema. *Em todo hexágono inscrito numa cônica, os pontos de concorrência das direções dos lados opostos pertencem todos três a uma mesma reta.*

12. Teorema. *Em todo hexágono circunscrito numa cônica, as retas que ligam os vértices opostos concorrem todas três num mesmo ponto.*

Para começar, Bobillier toma outra vez a equação

$$aAA' + bBB' = 0 \quad (1)$$

de todas as cônicas que passam por quatro pontos fixados, dados pelos sistemas de equações

$$\begin{cases} A = 0 \\ B = 0 \end{cases}, \quad \begin{cases} A' = 0 \\ B' = 0 \end{cases}, \quad \begin{cases} A = 0 \\ B' = 0 \end{cases}, \quad \begin{cases} A' = 0 \\ B = 0 \end{cases} \quad (2)\ .$$

Fixados a e b, ou seja, fixada uma das cônicas do feixe (1), pode-se construir dois sistemas de par de retas[97]

$$\begin{cases} \gamma A + bB \\ \gamma B - aA' = 0 \end{cases} \quad \text{e} \quad \begin{cases} \gamma' A + bB' = 0 \\ \gamma' B - aA' = 0 \end{cases} \quad (3)\ ,$$

de modo que em cada sistema, a interseção das retas em questão aconteça exatamente sobre a cônica fixada. Para isso, basta verificar que no primeiro sistema (3) ao eliminar-se o parâmetro γ e no segundo sistema, ao eliminar-se γ', chega-se à equação (1). Note ainda que o ponto que surge na interseção das retas do primeiro sistema (3) é a extremidade comum de duas cordas na cônica, cada uma delas tendo na outra extremidade os pontos (A, B) e (A', B').[98] Semelhantemente, o ponto que surge na interseção das retas do segundo sistema (3) está na extremidade comum de duas cordas distintas, cada uma delas tendo na outra extremidade os pontos (A, B') e (A', B).

Essas quatro cordas, bem como as retas $A = 0$ e $A' = 0$, podem ser considerados como os lados de um hexágono inscrito na cônica fixada (1). Ou ainda, semelhantemente, os pontos

$$\begin{cases} A = 0 \\ \gamma A + bB = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} \gamma A + bB = 0 \\ aA' - \gamma B' = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} aA' - \gamma B' = 0 \\ A' = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} A' = 0 \\ aA' - \gamma' B = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} aA' - \gamma' B = 0 \\ \gamma A + bB' = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} \gamma A + bB' = 0 \\ A = 0 \end{cases}$$

nessa ordem, são os vértices consecutivos de um hexágono inscrito. Os lados opostos

[97] A segunda equação de cada sistema aparecem erroneamente no texto como $\gamma B + aA' = 0$ e $\gamma' B + aA' = 0$.

[98] Lembre-se de que Bobillier nesse artigo usa a convenção, criada por ele, de escrever (A, B) para indicar o ponto de interseção de $A = 0$ com $B = 0$.

correspondentes nesse hexágono são dados por[99]

$$\begin{cases} A = 0 \\ A' = 0 \end{cases}, \quad \begin{cases} \gamma A + bB = 0 \\ aA' - \gamma' B = 0 \end{cases}, \quad \begin{cases} aA' - \gamma B' = 0 \\ \gamma' A + bB' = 0 \end{cases} \quad (4)\ .$$

Por inspeção direta, pode-se verificar que os três pares de lados (4), cada um deles, concorrem em pontos situados exatamente sobre a reta[100]

$$\gamma\gamma' A + abA' = 0 \quad (5)\ ,$$

que é a reta da conclusão do Teorema de Pascal.

Os últimos resultados do artigo são um par de corolários[101] que são variações dos Teoremas de Pascal e Brianchon obtidos por permutações de vértices. De fato, com seis pontos sobre uma cônica, considerando-os em suas 60 permutações circulares possíveis, pode-se obter 60 hexágonos inscritos, para os quais "o teorema que acabamos de demonstrar vale igualmente". Pode-se, portanto, "tomar um teorema novo relativo a cada um destes hexágonos (...) como por exemplo, o [teorema] abaixo".

Corolário. *Em todo hexágono inscrito numa cônica, o ponto de concorrência de dois lados que não são consecutivos nem opostos, o ponto de concorrência dos seus lados opostos respectivos e o ponto de concorrência das retas que ligam os dois pares de vértices opostos que formam os dois lados restantes, pertencem todos três a uma mesma reta.*

Corolário. *Em todo hexágono circunscrito numa cônica, a reta que liga dois vértices que não são nem opostos nem consecutivos, a reta que liga seus vértices opostos respectivos e a reta que liga os pontos de concorrência dos dois pares de lados opostos que determinam os dois vértices restantes, concorrem todos três num mesmo ponto.*

"Demonstração nova de algumas propriedades...": Final (parágrafos 13 e 14).

Nos dois últimos parágrafos, Bobillier apenas indica generalizações possíveis para os resultados apresentados no artigo. Assumindo que as funções A, A', B e B' sejam

[99] A segunda equação do segundo sistema e a primeira do terceiro sistema, aparecem erroneamente no texto como $aA'+\gamma' B = 0$ e $aA'+\gamma B' = 0$ respectivamente. Além disso, a última equação aparece como $\lambda' A + bB' = 0$, o que é obviamente um erro de impressão.

[100] Esta equação aparece erroneamente no texto como $\gamma\gamma' A - abA' = 0$.

[101] Trata-se de dois enunciados apresentados em par dual, destacados no meio do texto da página 367, e sem título definido por Bobillier, aos quais, pelo contexto em que aparecem, tomei a liberdade de chamar "corolário".

lineares em x, y e z, então cada resultado aqui obtido pode ser passado ao espaço, para uma "superfície regrada de segunda ordem", que neste caso é como um *cone* tendo por base a configuração plana descrita no teorema e tendo por vértice qualquer outro ponto do espaço fora desse plano. Note que essa generalização é do mesmo tipo que Bobillier fez quando da passagem da seção I para a seção II do artigo anterior. Por fim, ainda mantendo a analogia com o artigo anterior, assumindo que A, A', B e B' estejam em função de x e y ou de x, y e z, e que sejam de graus iguais e maior do que 1, pode-se obter teoremas gerais envolvendo sistemas de curvas ou de superfícies, de mesmo grau ou mesma classe, no plano ou no espaço.

6.4 Abreviação de polinômios e combinação de equações.

6.4.1 Abreviação de polinômios e combinação de equações em Bobillier.

Além dos três textos já analisados detalhadamente nas seções anteriores, há outros cinco textos de Bobillier, todos de 1828, onde aparecem combinação de equações, sejam com polinômios abreviados ou não. Três desses textos são publicados sob a rubrica geometria de situação nos *Annales de Gergonne* e os outros dois sob a rubrica geometria analítica na *Correspondência matemática e física* de Quetelet. Nesta seção apontaremos algumas características destes cinco textos em relação ao método que estamos estudando. Ao final dessa seção mostro um resumo dos usos do dito *método notação abreviada* nos oito textos de Bobillier, destacando num quadro as principais características estudadas.

Três textos de geometria de situação nos *Annales*.

Os referidos textos, publicados em março, outubro e novembro de 1828, são *Pesquisa sobre as leis gerais que regem as linhas e superfícies algébricas*,[102] *Pesquisa sobre as leis gerais que regem as curvas algébricas* [103] e *Pesquisa sobre as leis gerais que regem as superfícies algébricas*.[104] Conforme já vimos, eles estão inseridos na sequência dos seis textos de Bobillier rubricados sob *geometria de situação* e que tratam de

[102] [BOBILLIER 24].
[103] [BOBILLIER 27].
[104] [BOBILLIER 28].

pólos e polares generalizados. Vimos também que esses três textos têm a estrutura parecida, sendo os dois últimos (um para geometria de curvas e outro para geometria de superfícies), meras reescrituras do primeiro.[105] Assim sendo, o modo como o método aparece e como ele é usado é completamente análogo nos três textos. Essa aparição é curta e não chega a ser de grande destaque no corpo completo do texto.

Apresento a seguir o argumento de Bobillier num trecho de um dos artigos,[106] adaptando a exposição, apenas para simplificar os enunciados, ao caso em que as figuras envolvidas inicialmente são linhas de ordem dois.[107]

Para começar, se $M = 0$ é uma curva plana de grau dois, pode-se calcular sem dificuldade a reta polar de um ponto (a, b) em relação a esta curva.[108] Esta reta é dada pela equação

$$\frac{dM}{dx} \cdot (x - a) + \frac{dM}{dy} \cdot (y - b) = 2M \quad (6)\,.$$

Por outro lado, sendo μ uma "constante indeterminada" e $M' = 0$ e $M'' = 0$ as equações de duas curvas de segundo grau, "a equação geral das curvas de mesmo grau passando pelas suas interseções será, como se sabe,"

$$M' + \mu M'' = 0\,.$$

Assim, uma vez fixado um ponto (a, b) do plano, Bobillier está interessado em calcular todas as retas polares deste ponto em relação a cada curva da família de cônicas $M' + \mu M'' = 0$ parametrizada por μ. Ele escreve então $M = M' + \mu M''$, calcula as derivadas parciais do polinômio M em relação a x e a y e substitui na equação (6), obtendo

$$\left(\frac{dM'}{dx} + \mu\frac{dM''}{dx}\right) \cdot (x - a) + \left(\frac{dM'}{dy} + \mu\frac{dM''}{dy}\right) \cdot (y - b) = 2(M' + \mu M'')\,,$$

o que, evidenciando a "constante arbitrária" μ, fornece

$$\left(\frac{dM'}{dx} \cdot (x - a) + \frac{dM'}{dy} \cdot (y - b) - 2M'\right) + \mu\left(\frac{dM''}{dx} \cdot (x - a) + \frac{dM''}{dy} \cdot (y - b) - 2M''\right) = 0 \quad (10)\,.$$

[105] Confira a seção 5.4.3 desta tese.

[106] Em [BOBILLIER 27, pp. 111-112], o trecho que conduz ao teorema IV ali enunciado.

[107] As legendas (6) e (10) para as equações em destaque no parágrafo a seguir repetem a numeração das equações correspondentes no texto de Bobillier que está sendo adaptado.

[108] Esse cálculo pode ser encontrado num caso praticular em [BOBILLIER 07, pp. 360-361], ou, mais geralmente, em [BOBILLIER 27, pp. 106-108].

Ora, quando

$$\frac{dM'}{dx} \cdot (x-a) + \frac{dM'}{dy} \cdot (y-b) = 2M' \quad \text{e} \quad \frac{dM''}{dx} \cdot (x-a) + \frac{dM''}{dy} \cdot (y-b) = 2M'' \ ,$$

a equação (10) é sempre satisfeita, independente do valor escolhido para μ. Com isso, Bobillier conclui o seguinte resultado:[109]

Teorema. *Dadas tantas curvas do segundo grau quanto se queira, todas passando pelos mesmos [quatro] pontos fixos; e dado um ponto no plano dessa família de curvas; as retas polares desse ponto em relação a cada uma das curvas dessa família concorrem todas em um ponto.*

O ponto referido na conclusão do resultado é, evidentemente, a interseção da reta $\frac{dM'}{dx} \cdot (x-a) + \frac{dM'}{dy} \cdot (y-b) = 2M'$ com a reta $\frac{dM''}{dx} \cdot (x-a) + \frac{dM''}{dy} \cdot (y-b) = 2M''$.

É bom ressaltar que o ponto chave dessa demonstração está no proveito que se tira da indeterminação da constante de combinação linear das equações iniciais. De fato, é isso que permite escrever numa equação só uma infinidade de curvas concorrentes inicialmente dadas, mas também concluir a concorrência de outra infinidade de curvas relacionadas com as primeiras a partir de uma manipulação formal da equação única.

Dois textos de geometria analítica na *Correspondência* de Quetelet.

Os dois textos que apresento agora estão publicados no volume 4 da *Correspondência matemática e física*, de 1828; sendo o primeiro deles enviado ao editor Quetelet como carta datada de 03 de janeiro daquele ano. Trata-se dos artigos *Sobre os focos nas superfícies de segunda ordem* [110] e *Determinação de eixos principais nas linhas e superfícies de segunda ordem, em relação a eixos oblíquos*,[111] ambos rubricados como *geometria analítica* pelo editor do periódico de Bruxelas.

Apesar do título não indicar isso diretamente, no primeiro texto Bobillier tem como objetivo determinar o lugar dos vértices das superfícies cônicas de revolução circunscritas a uma mesma superfície de segunda ordem. Já o segundo texto, também em dissonância com seu título, diz respeito ao lugar dos vértices de ângulos retos cujos lados permanecem constantemente tangentes a uma linha de segunda ordem, e

[109] Dois comentários sobre este teorema. Primeiro, que aqui está enunciado apenas o primeiro resultado, no caso particular $m = 2$, do par dual que no texto [BOBILLIER 27] é o teorema IV. Segundo, que este teorema conforme enunciado aqui é a reprise de um teorema já visto nesta tese (confira a o teorema I na seção 5.4.1). Assim, o teorema IV em [BOBILLIER 27 p. 112] é uma generalizaçõ do teorema I em [BOBILLIER 07 p. 362].
[110] [BOBILLIER 34].
[111] [BOBILLIER 36].

problemas correlatos no espaço. Em particular, o segundo texto é pleno de fórmulas de relações métricas envolvendo o comprimento dos eixos e dos raios das cônicas, circunferências, quádricas e esferas que aparecem nos resultados.

Em ambos os artigos, os cálculos que conduzem aos resultados são longos. Todas as equações polinomiais das curvas e superfícies envolvidas são escritas explicitamente. Não há nenhum manipulação de polinômio abreviado. No que diz respeito ao método que estamos estudando nesta seção, o que há em ambos os textos, em passagens bastante pontuais, é o uso do princípio de que a combinação linear das equações de dois lugares geométricos de mesmo grau fornece a equação de um terceiro lugar geométrico ainda do mesmo grau e passando pela interseção dos dois primeiros. Mesmo assim, esse princípio só é devidamente registrado no primeiro texto.

> Representando geralmente por $s = 0$ a equação de uma superfície qualquer, e por $p = 0$ e $q = 0$ as de dois planos, a [equação] seguinte $\pi s - pq = 0$ pertence, não importa qual seja o valor atribuido à indeterminada π, a uma outra superfície que engloba as seções feitas na primeira por esses dois planos; pois ela é satisfeita por $s = 0$ e $p = 0$, bem como por $s = 0$ e $q = 0$; quando coloca-se $p = q$, a equação resultante $\pi s - p^2 = 0$ representará portanto uma terceira superfície, que tocará a superfície $s = 0$ sobre todo o perímetro da seção feita pelo plano $p = 0$.[112]

Essa é a única vez em que aparece nesse texto equações com polinômios abreviados ($\pi s - pq = 0$ e $\pi s - p^2 = 0$). Assim como no caso do livro *Exame dos diferentes métodos* de Lamé, as abreviações aqui servem apenas para escrever o enunciado de um princípio de combinação, enquanto que os cálculos são efetivamente feitos com polinômios explícitos. Na sequência desse texto, Bobillier combina duas equações a três variáveis, uma de segundo grau (fazendo o papel de s) e o quadrado de uma equação de primeiro grau (fazendo o papel de p^2), ambas já provenientes de contas anteriores e portanto com algumas particularidades (como, por exemplo, termos faltantes e alguns coeficientes iguais entre elas). Para prosseguir rumo ao resultado, Bobillier simplesmente determina um valor da constante π adequada o suficiente para permitir fatorações e novas manipulações.

O artigo seguinte é ainda mais árido que o anterior em termos de estabelecimento de um *método*. Há duas ocorrências pontuais de combinações de equações abrindo os argumentos. Na primeira página Bobillier parte diretamente de dois polinômios

[112] En représentant généralement par $s = 0$ l'équation d'une surface quelconque, et par $p = 0$, $q = 0$ celles de deux plans, la suivante $\pi s - pq = 0$ appartient, n'importe la valeur attribuée à l'indéterminée π, à une autre surface que renferme les sections faites dans la première par ces deux plans ; car elle est satisfaite par $s = 0$ et $p = 0$ et aussi par $s = 0$, $q = 0$; si l'on pose $q = p$, l'équation résultante $\pi s - p^2 = 0$, représentera donc une troisième surface, qui touchera la surface $s = 0$ sur tout le périmètre de la section faite par le plan $p = 0$. [BOBILLIER 34, p. 159].

de segundo grau a duas variáveis com algumas particularidades (outra vez são termos faltantes ou alguns coeficientes iguais ou opostos) e escreve a combinação linear entre eles, informando simplesmente que a nova equação "poderá representar todas as linhas de segunda ordem que contém os quatro pontos de interseção das duas primeiras."[113] O texto segue com a escolha de uma constante de combinação linear de modo a permitir que a equação do terceiro lugar seja homogênea e permita as manipulações daí pra frente. Cinco páginas depois há segunda ocorrência que é totalmente análoga à primeira, apenas adaptando de polinômios de duas variáveis para três, para falar de quádricas ao invés de cônicas.

Os oito textos: Quadro resumo.

Ao todo são oito os artigos de Bobillier [114] em que aparecem uma ou outra (ou ambas) das características do que mais tarde veio a ser chamado de *método da notação abreviada*: combinação de equações polinomiais e manipulação de polinômios abreviados.

Em termos de rubricas, sem fazer distinção entre principal ou alternativa, alistamos quatro, assim distribuídas: questões resolvidos (1 vez), filosofia matemática (2 vezes), geometria de situação (4 vezes) e geometria analítica (4 vezes). Observamos que esses oito textos estão incluídos na rede de geometria de situação, sendo todos selecionados desde a primeira triagem.[115] Isso permite concluir que em Bobillier, mais do que um método para fazer geometria analítica, a combinação de equações e a manipulação de polinômios abreviados é um método para se fazer mesmo geometria de situação.

Efetivamente a ocorrência conjunta das duas características do método da notação abreviada se dá apenas nos textos [09], [25] e [26]. E embora o *exercício resolvido* [09] seja um elegante ensaio, a grande *inovação* trazida por Bobillier está nos textos [25] e [26]. São nesses textos que encontramos: a) várias das combinações de polinômios são não lineares; b) a manipulação de polinômios é feita, desde o início até o fim de cada texto, com símbolos que os abreviam; e c) as constantes arbitrárias são introduzidas e distribuídas de modo a ressaltar a homogeneidade e a simetria dos símbolos nas equações. Vale a pena destacar que, particularmente em [25], *todas as equações*, sem exceção, são homogêneas no conjunto dos polinômios abreviados $\{A, B, C, D\}$ e no conjunto dos coeficientes indeterminados $\{a, b, c, d, \alpha, \beta, \gamma\}$ (eventualmente com

[113] pourra représenter toutes les lignes du second ordre qui contiennent les quatre points d'intersection des deux premières. [BOBILLIER 34, p. 216].
[114] São eles: [09], [24], [25], [26], [27], [28], [34] e [36].
[115] Confira o processo de seleção e a análise dos textos em torno da geometria de situação na seção 5.5.2 desta tese.

graus de homogeneidade diferentes). Além disso, todas elas são simétricas em cada conjunto. Em [25] destaca-se ainda a pretensão – voluntária ou involuntária do autor do texto? – de escrever *todos os elementos geométricos* da configuração dos teoremas em termos dos polinômios abreviados fixados inicialmente.

Por outro lado, talvez por causa mesmo da inovação trazida por esses textos, nem em [25] nem em [26] encontramos qualquer enunciado de como se deve fazer a combinação dos polinômios, muito menos quais são as características do novo lugar geométrico obtido após a combinação. Em todos os demais textos, seja de maneira clara ou indireta, um tal enunciado sempre está posto.

A tabela H.6 apresenta um resumo das características de combinação de equações ou de manipulação de polinômios nos oito textos de Bobillier onde essas estratégias de demonstração aparecem.

6.4.2 Plücker, o Teorema de Pascal e os *Desenvolvimentos de geometria analítica* (anos 1830).

O teorema do qual nos ocuparemos no início desta seção é um bonito resultado atribuído ao matemático francês do século XVII, Blaise Pascal (1623 - 1662). Na primeira metade do século XIX, período que estamos enfocando nessa tese, o Teorema de Pascal já era um resultado consagrado pela comunidade matemática, cheio de corolários considerados interessantes, alguns apelidos pomposos (como por exemplo, teorema do *hexagrammum mysticum*), algumas controvérsias em torno de sua história e um bocado de anedotas curiosas em torno de si.[116] Veremos aqui as duas demonstrações de Plücker para este teorema. Logo após, apresento brevemente o tratado *Desenvolvimentos de Geometria Analítica*, de 1828 e 1831, e aponto a primeira aparição de algumas expressões que compõem o método de abreviar e combinar equações de lugares geométricos. Por fim, extraio de um texto de 1829 publicado no *Journal de Crelle* um enunciado de Plücker que de certa forma pode ser considerada como uma generalização do método que estamos analisando nesta seção. O objetivo desta pequena seleção é ressaltar alguns aspectos da dita notação abreviada em Plücker para além dos *Annales de Gergonne*. Ao final dessa seção, na tabela H.7, encontramos um resumo das aparições de combinação de polinômios e manipulação de polinômios abreviados nos textos de Plücker comentados nessa tese.

[116] Por exemplo, Gergonne conta, numa nota de rodapé, que Pascal deduziu 400 corolários desse teorema num livro que ele escreveu e pediu para Descartes ler. E este, tendo deixado o livro pra lá, foi alvo de durísssimas críticas do historiador Montucla, em seu tratado de História da Matemática do final do século dezoito. ([GERGONNE 1827 a, pp. 222-223]).

Duas demonstrações de Plücker para o Teorema de Pascal.

No final dos anos 1820, assim como Gergonne e Bobillier, Plücker também ofereceu uma demonstração, aliás, duas, para o Teorema de Pascal usando notação abreviada.[117] Sobre elas encontramos uma declaração significativa do próprio Plücker numa nota de rodapé de um pequeno texto de março de 1847, publicado no *Journal de Crelle* e intitulado *Nota sobre o Teorema de Pascal*:

> As duas demonstrações analíticas que eu dei [do teorema de Pascal] me parecem notáveis pela sua extrema simplicidade. É esta simplicidade inesperada que me sugeriu a idéia de tratar de uma maneira análoga e uniforme todos os teoremas da geometria linear de situação, e eu fui bem sucedido nisso, ao fornecer os métodos gerais para demonstrá-los por meio de símbolos, representando as expressões lineares, e de coeficientes indeterminados.[118]

Dada a importância do teorema em si mesmo, mas sobretudo por ter inspirado Plücker a desenvolver sistematicamente o método que estamos estudando nessa seção, apresentaremos a seguir suas duas demonstrações. Antes porém, registro uma vez mais o enunciado do resultado a ser demonstrado.

Teorema de Pascal. *Em todo hexágono inscrito numa cônica, os três pontos de concorrência dos pares de lados opostos estão alinhados.*

A "extrema simplicidade" referida por Plücker fez da sua primeira demonstração uma das mais populares quando se trata do Teorema de Pascal. De fato, em dezenas de manuais, tratados, livros de história da matemática, textos de introdução às curvas algébricas, sites de internet, etc, pode-se encontrar esta prova repetida à exaustão.

Supondo que os lados consecutivos do hexágono sejam dados pelas equações lineares abreviadas

$$A = 0\,,\;\; B = 0\,,\;\; C = 0\,,\;\; A' = 0\,,\;\; B' = 0\,,\;\; C' = 0\,,$$

considere a cúbica dada pela equação

$$AB'C + \mu A'BC' = 0\,.$$

[117] Há, ainda, uma quinta demonstração por notação abreviada, tão elegante quanto as quatro já evocadas aqui. Esta é do reverendo George Salmon (anos 1850), e pode ser encontrada em seu manual didático [SALMON 1855, § 268, p. 221].

[118] Les deux démonstrations analytiques, que j'ai données [du théorème de Pascal] me paraissent remarquables pour leur extrême simplicité. C'est cette simplicité inattendue qui m'a suggéré l'idée de traiter d'une manière analogue et uniforme tous les théorèmes de la géométrie linéaire de situation, et j'y ai réussi en donnant les méthodes générales pour les démontrer au moyen de symboles, représentant des expressions linéaires, et des coefficients indéterminés. [PLÜCKER 1847, pp. 338-339].

Essa curva contém os nove pontos envolvidos no enunciado do teorema, isto é, os três pontos de concorrência dos lados opostos e os seis vértices sobre a cônica. Escolha um sétimo ponto qualquer na cônica distinto dos seis vértices do hexágono e a seguir calcule o parâmetro μ adequado de modo que esse sétimo ponto também esteja na cúbica. A interseção de uma cônica com uma cúbica é no máximo seis pontos, a menos que a cônica seja componente da cúbica. Então esse é o caso. A outra componente da cúbica será, portanto, uma reta, exatamente a que contém os três últimos pontos do enunciado de Pascal.

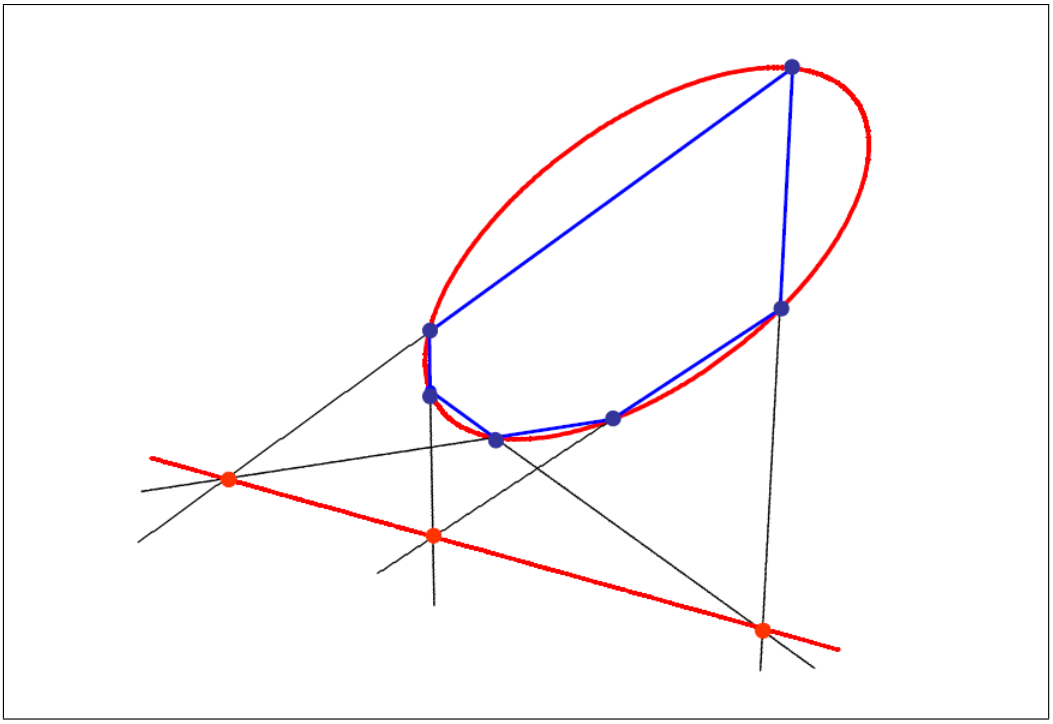


Figura 6.14: Teorema do Hexágono de Pascal.

Abro um parêntesis para reproduzir o comentário do famoso matemático Felix Klein (1849 - 1925) sobre esta demonstração. Klein, quando jovem, trabalhou com o velho Plücker, quando este já estava perto do fim de sua vida. Ele foi seu aluno e seu assistente por dois anos, além de editor do último livro de seu professor (publicado postumamente no ano seguinte à sua morte). Num trecho de seu livro *Desenvolvimento das matemáticas no século dezenove*, um misto de lições de matemática e memórias pessoais, Klein comenta de maneira entusiasmada o sucesso desta demonstração, que mostra "as duas características mais valiosas da geometria de Plücker. Uma é o 'método da notação abreviada', que consiste em nomear a equação sem escrevê-la explicitamente. A segunda é o coeficiente indeterminado, o 'μ de Plücker', que ele usava em toda oportunidade."[119]

[119] [KLEIN 1928, p. 111].

Voltando ao Teorema de Pascal, a segunda demonstração é consequência do Lema dos Nove Pontos: *Três ou mais curvas de terceira ordem, passando pelos mesmos oito pontos dados vão se cortar num mesmo nono ponto.*[120]

Sejam 1, 2 e 3 os pontos de concorrência dos pares de lados opostos e observe, para começar, que esses pontos não pertencem à cônica. De fato, cada um desses pontos pertence a um sistema de grau dois formado por um par de retas que já intersecta a cônica em quatro pontos (os quatro vértices dos dois lados opostos em questão) e por isso não pode intersectar a cônica num quinto ponto. Agora suponha outra vez que os lados consecutivos do hexágono sejam dados pelas equações

$$A = 0\,,\;\; B = 0\,,\;\; C = 0\,,\;\; A' = 0\,,\;\; B' = 0\,,\;\; C' = 0\,.$$

Sejam ainda

$$\ell = 0 \text{ e } \mathcal{C} = 0$$

as equações de grau um e dois respectivamente representando a reta que liga os pontos 1 e 2 e a cônica circunscrita ao hexágono. As duas primeiras das três cúbicas

$$AB'C = 0\,, \quad A'BC' = 0\,, \quad \ell\mathcal{C} = 0$$

passam pelos nove pontos envolvidos no teorema enquanto que a terceira contém o seis vértices e os pontos 1 e 2. Pelo lema dos nove pontos, esta terceira cúbica deverá conter também o ponto 3, e este, como não pode estar na cônica, só pode estar na reta $\ell = 0$.

O tratado *Desenvolvimentos de Geometria Analítica* em dois volumes (1828 e 1831).

O livro *Desenvolvimentos de Geometria Analítica* (*Analytisch-Geometrisch Entwicklungen*), publicado em dois volumes, foi o primeiro dos cinco tratados de geometria publicados por Plücker em sua carreira. De modo geral, estes dois volumes retomam, reorganizam e reapresentam diversos resultados, métodos e tentativas, já publicados pelo autor em artigos dispersos nos *Annales de Gergonne* ou no *Journal de Crelle* entre 1826 e 1830. Apenas para ilustrar, resultados já mostrados em páginas anteriores dessa tese, como a concorrência dos três eixos radicais de três circunferências, ou o tratamento do paradoxo de Cramer, reaparecem, respectivamente, no tomo I,

[120] Para a demonstração por notação abreviada deste resultado confira [PLÜCKER 1828 b, § II] ou a seção 6.2.4 desta tese

parágrafo 94 do capítulo 2 e no tomo II, segunda parte, parágrafo 683 da seção § 1. Eis o testemunho do próprio autor sobre a composição de seu livro, numa carta escrita em meados de 1828 ao editor do *Bulletin de Ferussac*, e publicada no mesmo ano, poucos meses depois.

> Envio em anexo o primeiro volume dos meus *Desenvolvimentos de geometria analítica*, que apareceu no início do ano. Penso que o senhor perceberá lá os métodos que deveriam *necessariamente* me conduzir a muitos resultados novos. Desde a impressão deste volume, que demorou bastante tempo, eu aperfeiçoei e estendi em muito os métodos que ali estão expostos. Eu tenho diante de mim material para um segundo volume, mas não possso garantir sua publicação brevemente.[121]

Ambos os volumes tratam de geometria analítica plana: retas, círculos e seções cônicas. O principal sistema de coordenadas usado nos dois tomos é o sistema de *coordenadas pontuais*, isto é, o sistema cartesiano ortogonal clássico. O tomo I (de 1828) está dividido em três capítulos; os dois primeiros tratando respectivamente de retas e círculos, enquanto que o terceiro, ocupando mais da metade do volume, tratando das linhas de segunda ordem. Este capítulo é dividido ainda em 10 seções abordando as cônicas em temas diversos como equações em coordenadas pontuais, interseção entre lugares geométricos, contatos e osculações, feixe harmônico de retas ou pontos, etc. No segundo volume aparece também um sistema de coordenadas que fornece "uma nova maneira de representar curvas por equações".[122] Trata-se do sistema de coordenadas que mais tarde veio a ser conhecido como *coordenadas tangenciais* e que é usado no tratamento de cônicas como curvas envelopadas por retas. Este volume (de 1831) está dividido em duas grandes partes. A primeira trata da "nova maneira" supra citada, abordando a localização de pontos a partir das coordenadas tangenciais e os lugares de segunda classe, bem como de suas equações. Os temas trabalhados são semelhantes aos do tomo I: interseções, osculação, contatos, cônicas confocais, etc. Por fim, na segunda parte do tomo II, o autor apresenta um estudo detalhado sobre o princípio da reciprocidade polar, dividido em quatro seções.

A primeira aparição de equações abreviadas está no tomo I, parágrafo 34 do capítulo 1, onde as expressões $\pm(y - ax - b)$ cosα, $\pm(y - a'x - b')$ cosα' e $\pm(y -$

[121] Je vous adresse ci-joint le premier volume de mes *Développemens de géométrie analytique*, qui a paru au commencement de l'année. Je pense que vous y apercevrez des méthodes qui ont dû *nécessairement* me conduire à beaucoup de résultats nouveaux. Depuis l'impression de ce volume, qui a duré très-long-temps, j'ai perfectionné et étendu de beaucoup les méthodes qui y sont exposées. J'ai devant moi les matériaux pour un second volume, mais je n'en peux garantir la publication prochaine. [PLÜCKER 1828 d, pp. 331-332].

[122] Ueber eine neue art, curven durch gleichungen darzustellen. [PLÜCKER 1831, p.1].

$a''x - b''$) cosα'', são "denotadas abreviadamente" por $\pm A$, $\pm A'$ e $\pm A''$.[123] A partir daí, todo o resto do argumento neste parágrafo e no seguinte é feito por equações que manipulam estes símbolos abreviados. No parágrafo 36 aparece pela primeira vez uma equação contendo o μ *de Plücker*, $(y - ax - b)$ cos$\alpha = \pm\mu(y' - a'x - b')$ cosα', que já na página seguinte será reescrita e manipulada como $A = \pm\mu A'$. Desde essa aparição, folheando-se cada um dos dois volumes e observando a diagramação das páginas, nota-se uma quantidade abundante de símbolos como A, A', A'', etc, bem como de equações do tipo $A = \pm A'$, $A + \mu A' = 0$, $A + \mu A' + \nu A'' = 0$, etc. Nota-se ainda que a combinação de equações, na maioria das vezes em que os polinômios aparecem abreviados, é linear.

Figura 6.15: Julius PLÜCKER.

É consenso entre os estudiosos da obra de Plücker que neste primeiro livro, sobretudo no volume I, o método por excelência no tratamento dos teoremas de situação é o da abreviação de polinômios e manipulação dos símbolos. Apenas para ficar em dois comentadores, evoco novamente seu ex-aluno Felix Klein e um dos colaboradores

[123] Bezeichnen wir ferner, der kürze halber $\pm(y - ax - b)$ cosα durch $\pm A$. [PLÜCKER 1828 a, p. 14].

de uma vultosa enciclopédia biográfica do século vinte. No já citado livro de Klein sobre o desenvolvimento das matemáticas no século dezenove, lemos que na geometria analítica de Plücker "evita-se a computação tanto quanto possível."[124] Na mesma ordem de idéias, o historiador Werner Burau, em seu verbete *Plücker* publicado no *Dicionário de Biografias Científicas*, comenta os seguintes aspectos significativos da sua obra em geral, e do tratado *Desenvolvimentos de Geometria Analítica* em particular: "As características próprias da geometria analítica de Plücker já estavam presentes neste trabalho, ou seja, as operações elegantes com símbolos algébricos que ocorrem nas equações das seções cônicas e seus feixes. Sua compreensão da assim chamada leitura nas fórmulas, capacitou-o a alcançar resultados geométricos, evitando processos de eliminação."[125]

Encerro essa subseção mostrando o enunciado de algo que poderia ser considerado como uma *generalização* de um princípio de combinação de equações abreviadas. Este enunciado apareceu entre a publicação do primeiro e do segundo tomo do *Desenvolvimentos de Geometria Analítica*, num texto do *Journal de Crelle* em agosto de 1829 significativamente intitulado *Sobre um novo princípio de geometria e a utilização de símbolos gerais e coeficientes indeterminados*.[126] Trata-se de um texto com duas grandes seções contendo dezoito partes numeradas, a parte 1 servindo de introdução, as partes 2 a 9 compondo a seção § 1 e as partes 10 a 18 compondo a seção § 2. As seções § 1 e § 2 contém respectivamente os "exemplos do uso de símbolos gerais e coeficientes indeterminados" e os "novos princípios da geometria de situação".[127] Nas partes (2), (4) e (5) observa-se que Plücker apresenta no corpo do texto equações do tipo $a + a' = d$ ou $a + a' = b + b' = c + c'$ para deduzir diversos corolários do Teorema de Pascal. Eventualmente ele mostra em notas de rodapé outras equações como $\mu a + \mu' a' = d$ e outras similares. Na parte (10) encontramos então o enunciado em questão.

> Esta estratégia de prova aplicada nos números (2) e (5), e que se estende para todos os teoremas sobre as interseções de linhas retas, nós poderíamos indicar mais detalhadamente de modo geral. Nós representamos todas as linhas retas dadas por equações, como a seguir: $a = 0$, $b = 0$, etc. Então obtemos as condições nas quais tal teorema se fundamenta, por meio de equações expressas da forma $F(a, b, ..., \mu, \nu, ...) = 0$, em que μ, ν, ... significam coeficientes indeterminados, ou propriamente expressam coeficientes tais que não precisamos determinar. Nos casos dos números (2) e (5) apresentados, nós poderíamos desconsiderar tais coeficientes e as equações correspondentes seriam $a+a' = b+b' = c+c'$.

[124] [KLEIN 1928, p. 110].
[125] [BURAU 1970, p. 2011].
[126] [PLÜCKER 1829 b].
[127] § 1. Neues Princip der Situations-Geometrie e § 2. Beispiele des Gebrauchs allgemeiner Symbole und unbestimmter Coëfficienten. [PLÜCKER 1829 b, p. 270 e p. 280].

> Então, as relações das linhas retas dadas, entre si, estando perfeitamente expressas, nós poderíamos expressar todas as outras linhas retas que são determinadas pelas interseções dadas, por equações da forma $F(a\,,\,b\,,\,...\,,\,\mu\,,\,\nu\,,\,...)=0$, nas quais μ, ν, ... significam os coeficientes dados acima. Nós estabelecemos também desse modo direto as equações destas linhas retas, nas quais os enunciados dos teoremas se baseiam, os quais nós então reconhecemos diretamente na forma dessas equações. Isso torna suficientemente claro aqueles exemplos implementados em (2) e (4).[128]

6.4.3 Abreviação de polinômios e combinação de equações nos *Annales de Gergonne* (1814 a 1828).

Ao longo dessa seção já acompanhamos os trabalhos de quatro autores (Lamé, Gergonne, Plücker e Bobillier), mostrando em alguns de seus textos a ocorrência e o uso da abreviação de polinômios e combinação de equações como estratégia de demonstração. A tabela H.8 resume (parcialmente) a discussão apresentada até aqui no que diz respeito a esses autores. Note que na composição dessa tabela, foram considerados apenas textos publicados nos *Annales de Gergonne.*[129]

Na expectativa de esboçar um painel um pouco mais amplo lancei-me à procura de textos onde aparecem algumas das práticas associadas ao dito *método da notação abreviada.* A principal restrição que imputei nessa seleção é que os textos alistados deveriam ser todos publicados nos *Annales de Gergonne.* Isso elimina da lista dois textos de Bobillier já estudados anteriormente, e que foram publicados na *Corres-*

[128] Die in der 2 und 5 Nummer angewendete Beweis-Art, die sich auf alle Sätze über den Durchschnitt von geraden Linien audehnen läfst, können wir allgemein auf folgende Weise näher bezeichnen. Wir stellen alle gegebenen geraden Linien durch Gleichungen wie folgende dar: $a=0\,,\,b=0$, etc. Alsdann erhalten wir die Bedingungen, auf welchen ein solcher Satz beruht, durch Gleichungen von folgender Form ausgedrückt: $F(a\,,\,b\,,\,...\,,\,\mu\,,\,\nu\,,\,...)=0$, in denen μ, ν, ... unbestimmte Coëfficienten bedeuten, oder, richtiger ausgedrückt, solche Coëfficienten, die wir nicht zu bestimmen brauchen. In den Fällen der beiden angezogenen Nummern könnten wir solche Coëfficienten ganz entbehren, und die entsprechenden Gleichungen wären: $a+a'=b+b'=c+c'$. Alsdann sind also die Beziehungen der gegebenen geraden Linien zu einander vollkommen ausgedrückt, und wir können alle andern geraden Linien, die durch die Durchschnitte der gegebenen bestimmt sind, durch Gleichungen von der Form: $F(a\,,\,b\,,\,...\,,\,\mu\,,\,\nu\,,\,...)=0$, ausdrücken, in welchen μ, ν, ... dieselben oben vorkommenden Coëfficienten bedeuten. Wir erhalten also auf diese Weise direct die Gleichungen der-jenigen geraden Linien, auf welche sich die Aussage des Satzes bezieht, welche wir alsdann unmittelbar aus der Form dieser Gleichungen erkennen. Die in der 2 und 4 Nummer ausgeführten Beispiele machen dies hinlänglich klar. [PLÜCKER 1829 b, pp. 280-281]. (Trecho gentilmente traduzido do alemão para o português por Regina Cassia Manso de Almeida).

[129] Não aparecem na tabela H.8 os textos [BOBILLIER 24], [BOBILLIER 27] e [BOBILLIER 28] (embora tenham sido publicados nos *Annales*), e nem [BOBILLIER 34], [BOBILLIER 36], [PLÜCKER 1828 a], [PLÜCKER 1829], [PLÜCKER 1831] e [PLÜCKER 1847], analisados nas subseções anteriores. É bom lembrar que esses textos estão contemplados nas tabelas H.6 e H.7, especificamente enfocadas nos trabalhos de Bobillier e Plücker.

pondance de Quetelet,[130] além de alguns textos de Plücker.[131] Uma vez alistados esses textos, pode-se conhecer seus autores, as rubricas editoriais e a data em que os textos foram publicados e o modo como as práticas em torno do método da notação abreviada aparece em cada um deles; e com isso pode-se ter uma melhor compreensão da emergência do uso deste método para se fazer geometria.

Para capturar esses textos, percorri todas as páginas do periódico de Gergonne ao longo dos seus 22 anos de existência, o que totaliza pouco mais de 8100 laudas. Em cada página, procurei *rastros do método* que tivessem conexão com os textos já estudados detalhadamente nas seções anteriores, tais como,

a) abreviação de polinômios por símbolos e seu uso para efetuar cálculos,[132]

b) abreviação de polinômios por símbolos tão simplesmente para enunciar algum princípio,[133]

c) enunciados de algum princípio de combinação de equações e/ou lugares geométricos,[134]

d) combinação linear com coeficientes constantes de equações algébricas explícitas.[135]

O resultado deste processo seletivo pode ser conferido na tabela H.1, que alista em ordem cronológica os textos nos *Annales de Gergonne* que trazem contribuições às práticas que convergem para o método da notação abreviada. A princípio a amostra obtida parece ser decepcionante por ser muito pequena: apenas 23 intervenções foram encontradas (incluindo os textos já estudados e comentados nas seções anteriores). Apesar disso, um olhar global no conjunto de textos permite concluir algumas coisas interessantes. A partir de contagem de frequências de alguns dados coletados é possível identificar *quando* a notação abreviada foi estabelecida, *quem* fez isso, e a que *rubrica editorial* essa estratégia de demonstração serve. As datas de publicação, a apresentação dos autores e as rubricas sob as quais os 23 textos aparecem estão expostos nas tabelas H.3, H.2, H.4 e H.5.

Ocorrência da notação abreviada em cada um dos textos selecionados.

Antes de analisar globalmente o conjunto dos 23 textos alistados na tabela H.1, quero apontar as ocorrências que foram encontradas em cada um deles (salvo, naturalmente, os que já foram mencionados ou estudados detalhadamente nas seções anteriores).

[130] Trata-se dos artigos [BOBILLIER 34] e [BOBILLIER 36] comentados na seção 6.4.1 desta tese.
[131] Já indicados na nota de rodapé do parágrafo anterior.
[132] Como, por exemplo, em [Bobillier 09], confira a seção 6.2.3 deste tese.
[133] Como em [Bobillier 34], confira a seção 6.4.1.
[134] Como em [Lamé 1818], confira a seção 6.2.1.
[135] Como em [Lamé 1818], confira a seção 6.2.1.

A referência mais antiga nos *Annales de Gergonne* a um princípio de combinação de equações de lugares geométricos aparece num artigo de setembro de 1814.[136] Trata-se de um texto de cinco páginas escrito por alguém identificado apenas como "um assinante". O trabalho oferece a demonstração de 2 teoremas (cada um com um corolário), ambos propostos no fascículo de três meses antes como exercício a ser resolvido. Já na primeira página, após apresentar duas equações polinomiais de segundo grau a duas variáveis, o autor anônimo informa que "é conhecido que, desde que duas curvas estejam referenciadas aos mesmos eixos, toda combinação de suas equações pertencem a uma terceira curva que corta cada uma delas nos mesmos pontos onde elas mesmas se cortam."[137]. A seguir, ele executa um típico processo de eliminação:[138] multiplica cada uma das equações apresentadas anteriormentes por constantes bem escolhidas, de modo que ao somá-las, apareça uma nova equação com coeficientes adequados ao problema que estava sendo discutido.

As referências seguintes são três notas de Gergonne: uma em abril de 1817 num texto de Vecten, a segunda em setembro de 1820 num texto de Cauchy e a terceira em setembro de 1824, complementando um texto de Querret.[139] Nas três participações, Gergonne dá o mesmo argumento de que se três retas são tais que as equações de duas delas sempre *comportem* a equação da terceira, então as três retas são concorrentes num mesmo ponto. Lembramos que a curiosa expressão *comportar*, no vocabulário de Gergonne, significa que se pode obter a terceira equação a partir de uma combinação (geralmente linear) das outras duas equações. Especialmente na primeira dessas três notas, Gergonne dá exatamente o mesmo argumento e deduz o mesmo resultado que Plücker vai retomar dez anos depois, na abertura do um dos seus textos;[140] mas aqui esse argumento vai servir como uma apologia à geometria analítica em contraposição a uma geometria dita "pura". Vejamos: no desenrolar do seu texto, Vecten enuncia o conhecido resultado de que *as três cordas comuns de três círculos que se cortam dois a dois concorrem em um mesmo ponto*; mas reclama que a demonstração deste teorema não é realmente satisfatória, exceto no caso em que as três circunferências são realmente secantes entre si. A essa reclamação, Gergonne responde que

[136] [ANÔNIMO 1814].

[137] il est connu que, lorsque deux courbes sont rapportées aux mêmes axes, toute combinaison de leurs équations appartient à une troisième courbe qui coupe chacune d'elles aux mêmes points où elles se coupent elles-mêmes. [ANÔNIMO 1814, pp. 88-89].

[138] Hoje em dia nos nossos livros didáticos de álgebra linear ou geometria analítica chamaríamos isso de um *escalonamento*.

[139] [VECTEN 1817], [CAUCHY 1820] e [QUERRET et GERGONNE 1824].

[140] Trata-se do artigo [PLÜCKER 1827], já estudado na seção 6.2.4 desta tese.

> sem dúvida, o sr Vecten quer falar aqui da demonstração *geométrica* do teorema; pois para sua demonstração analítica, ela se reduz simplesmente em observar que se $A = 0$, $B = 0$, $C = 0$ são as equações de três círculos, $A - B = 0$, $B - C = 0$, $C - A = 0$ serão as equações das suas cordas comuns dois a dois, e que cada uma dessas três últimas equações é comportada pelas duas outras. Esta demonstração, que não sofre de nenhuma exceção, se estende mesmo ao caso onde os círculos não se cortam. Ela se aplica com igual facilidade a três círculos de uma esfera e a quatro esferas no espaço.[141]

Note que o método analítico reduz uma demonstração "não satisfatória" (segundo os critérios de Vecten) a uma "simples observação" (nos critérios de Gergonne). Em particular esta demonstração – mera manipulação de polinômios abreviados – é suficiente para cobrir todos os casos em questão (pois "não sofre de exceções"), além de ser facilmente extensível a situações análogas.

Entrando no período de maior evidência das práticas em torno do método da notação abreviada, aparece em 1826 a *Memória sobre as linhas de segunda ordem* de Sturm, publicada em duas partes, em março e dezembro daquele ano.[142] Em seu trabalho, Sturm estuda as propriedades dos sistemas de cônicas fixadas em quatro pontos comuns, fornece uma teoria puramente analítica para pólos e polares, deduz algumas versões do Teorema da Involução de Desargues e desenvolve propriedades de feixes lineares de cônicas, entre outras coisas. É bom lembrar que sistemas de cônicas fixadas em quatro pontos também é tema de estudo do segundo texto de Bobillier sob a rubrica filosofia matemática.[143] É no contexto da demonstração de Bobillier para o Teorema da Involução de Desargues que encontramos as referências de Gergonne aos textos de Sturm e às suas próprias notas de rodapé. As semelhanças bem como as ligeiras diferenças entre as demonstrações de Bobillier, Gergonne e Sturm já foram apontadas aqui neste trabalho.[144]

A aparição seguinte do método da notação abreviada ocorre no *Memória sobre as propriedades de sistemas de seções cônicas situadas num mesmo plano*, um texto de Chasles de abril de 1828.[145] A memória não é muito longa, ocupa quase vinte e

[141] M. Vecten veut sans doute parler ici de la démonstration *géométrique* du théorème ; car, pour sa démonstration analitique, elle se réduit simplement à remarquer que, si $A = 0$, $B = 0$, $C = 0$ sont les équations de trois cercles, $A - B = 0$, $B - C = 0$, $C - A = 0$ seront les équations de leurs cordes communes deux à deux, et que chacune de ces trois dernières équations est comportée par les deux autres. Cette démonstration, qui ne souffre aucune exception, s'étend même au cas où les cercles ne se coupent pas. Elle s'applique avec une égale facilité à trois cercles d'une sphère et à quatre sphères dans l'espace. [VECTEN 1817, p. 322].

[142] [STURM 1826 a] e [STURM 1826 b].

[143] [BOBILLIER 26].

[144] Confira a seção 6.3.2 desta tese.

[145] [CHASLES 1828 b].

cinco páginas, é dividida em 46 parágrafos numerados e agrupados em cinco seções. Esse texto, rubricado pelo editor como um texto de geometria de situação, trata das propriedades de pares de cônicas que são *homotéticas*, ou seja, que são semelhantes e semelhantemente situadas num plano. Duas cônicas (elipses ou hipérboles) são *semelhantes* quando admitem um sistema de diâmetros conjugados semelhantes. Dizemos ainda que duas cônicas semelhantes estão *semelhantemente situadas* quando esses sistemas de diâmetros conjugados são paralelos entre si. Chasles generaliza algumas noções referentes a pares de circunferências, como eixos radicais, centro de similitudes, etc, para o caso de pares de cônicas, sejam elas homotéticas ou não. Em particular, nesse artigo define-se os *eixos de síntose* como o conceito que generaliza os eixos radicais quando se passa de um par de circunferências para um par de cônicas quaisquer. Ao longo do texto, o autor cita várias vezes Poncelet, seus trabalhos, e particularmente o *Tratado das propriedades projetivas das figuras*.

Nesta memória de Chasles, que é predominantemente sintética, há apenas um único parágrafo em que o argumento é esboçado por meio analítico: trata-se do parágrafo 25, que começa significativamente com a locução "algebricamente falando, etc". O autor pretende mostrar a existência de três pares de eixos de síntose para cada sistema de duas cônicas homotéticas. É aqui que Chasles não só enuncia um princípio de combinação de equações, como o faz usando de polinômios abreviados:

> Sejam $M = 0$, $M' = 0$ as equações de duas curvas [seções cônicas]; a equação comum a todas as cônicas passando pelos quatro mesmos pontos será $M + \lambda M' = 0$, e se tratará de determinar λ de tal sorte que o primeiro membro desta última equação se decomponha em dois fatores racionais do primeiro grau, o que conduzirá a uma equação do terceiro grau em λ.[146]

Apesar da *receita analítica* mostrada pelo geômetra parecer simples, do ponto de vista de uma geometria, digamos, pura, nem sempre é simples construir graficamente esses pares de eixos de síntose, considerando-se que elementos imaginários e/ou infinitos sempre surgem nessas configurações.[147]

[146] Soient $M = 0$, $M' = 0$ les équations des deux courbes [sections coniques] ; l'équation commune à toutes coniques passant par les quatre mêmes points sera $M + \lambda M' = 0$; et s'agira de déterminer λ de telle sorte que le premier membre de cette dernière équation se décompose en deux facteurs rationnels du premier dégré ce qui conduira à une équation du troisième degré en λ. [CHASLES 1828 b, pp. 288-289].

[147] Pode-se mostrar que um sistema de hipérboles homotéticas admite sempre uma reta secante comum no infinito; enquanto que um sistema de elipses homotéticas sempre possui pelo menos um par de pontos comuns que são imaginários e estão no infinto. Isso impede o traçado de um desenho *real* para todos os eixos de síntose de duas cônicas homotéticas. Tais resultados são discutidos e conhecidos por Poncelet já desde seu tratado de 1822. Para maiores detalhes, confira [NABONNAND 2006, p.66].

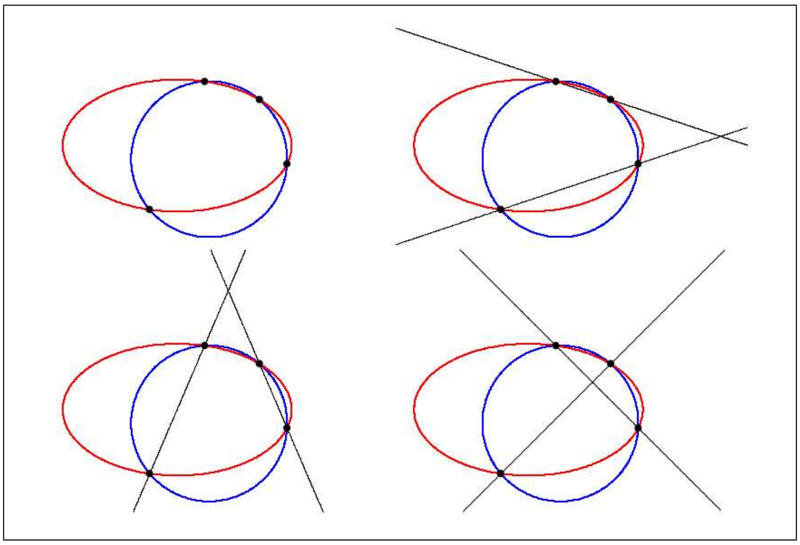


Figura 6.16: Duas cônicas (não homotéticas) e seus três pares de eixos de síntose.

A próxima intervenção é um *complemento* ao texto mais célebre de Bobillier que Gergonne inseriu como uma nota de rodapé bem grande (do *tamanho* de três "meias-páginas") num artigo de Chasles intitulado *Demonstração de algumas propriedades do triângulo, do ângulo triedro e do tetraedro, considerados em relação a linhas e superfícies de segunda ordem.*[148] Aliás, a palavra "complemento" é usada pelo próprio editor já na primeira frase da sua nota. Essa intervenção apareceu em setembro de 1828, quatro meses depois de Bobillier ter demonstrado resultados envolvendo um par de tetraedros, um inscrito e outro circunscrito a uma superfície de segundo grau, bem como condições para que quatro retas pertençam a uma quádrica.[149] Conforme já foi informado, este teorema foi objeto de contestação por parte de Gergonne numa longa nota de rodapé publicada em anexo ao texto de Bobillier, em maio de 1828.[150] Num pequeno artigo de julho, Gergonne reconhece estar errado em suas contestações e tenta corrigir-se. Ele informa também ter sido corrigido por Bobillier, Steiner e Chasles nesse meio tempo.[151] Apesar disso, o zeloso editor parece não estar ainda completamente convencido de que o enunciado de Bobillier é o melhor resultado que se pode obter dentro das hipóteses propostas. Em setembro, no seu artigo, Chasles reprisa o referido teorema com um enunciado ligeiramente modificado. É bom registrar que no artigo de Chasles em geral, e para este teorema em particular, não aparece nenhuma vez a estratégia da notação abreviada. Mas o enunciado de Chasles inspira a nota de rodapé de Gergonne. Essa, sim, vem plena de notação abreviada.

[148] [CHASLES 1828 f].
[149] Trata-se do teorema da Seção III de [BOBILLIER 25], que foi estudado detalhadamente na seção **??** desta tese.
[150] [BOBILLIER 25, pp. 336-338].
[151] [GERGONNE 1828 a].

Mais do que isso, significativamente o editor dos *Annales* retoma exatamente a mesma notação de Bobillier, repete algumas das equações que apareceram no ensaio de maio, e *complementa* o ensaio de Bobillier, oferecendo as novas equações que descrevem os elementos suscitados no enunciado de Chasles.

O último dos textos da tabela H.1 ainda a ser mencionado é mais uma intervenção de Gergonne numa nota de rodapé. Dessa vez trata-se de um comentário em cima do artigo *Pesquisas sobre as superfícies algébricas de todos os graus* de Plücker publicado em novembro de 1828.[152] Para um dos corolários do texto principal do geômetra alemão, o editor aponta uma versão "bastante análoga" deste resultado publicada no *Journal de Crelle*: *Qualquer superfície de segunda ordem que passa por sete dos oito vértices de um hexaedro também deve passar pelo oitavo, e consequentemente, lhe é circunscrita.* Apesar de já ter uma demonstração mais geral no texto de Plücker e outras duas demonstrações no *Journal de Crelle* (uma de Steiner e outra de um anônimo), Gergonne oferece uma quarta demonstração pois considera que "seja bastante simples estabelecé-la".[153] De fato, a demonstração é mesmo simples. Tome os seis planos que compõem o hexaedro em três pares de lados opostos, cada par tendo uma equação (de segundo grau) $M = 0$, $M' = 0$ e $M'' = 0$. Então a equação $\mu M + \mu' M' + M'' = 0$ representa todas as superfícies de segundo grau contendo os oito vértices da figura. Observando que quaisquer sete dos vértices de um hexaedro determinam o oitavo, o resultado segue.

Visão global do conjunto de textos selecionados.

Agora pretendo analisar globalmente o conjunto dos 23 textos alistados na tabela H.1. Na análise global dessa amostra de textos, destaco como primeiro item o "Ano de publicação". Conferindo a tabela H.3, que conta a quantidade de textos ao longo dos anos, a primeira coisa que salta aos olhos é que dez dos 23 textos são publicados no ano de 1828. E se concentrarmos nossa atenção nos anos de 1826 a 1828, veremos que pouco mais que três quartos da amostra se concentra nesse período, que (talvez não por acaso) coincide com o período produtivo das pesquisas matemáticas de Bobillier. Lembremos que 1828 é a data da publicação do volume 1 do primeiro tratado de Plücker, os *Desenvolvimentos de Geometria Analítica*, o que, em adição à inferência tomada na tabela H.3, nos permite estabelecer o ano de 1828 como o ano do *florescimento* do método da notação abreviada.

[152] Trata-se de [PLÜCKER 1828 c] já comentado na seção 6.2.4 desta tese.
[153] [PLÜCKER 1828 c, p. 133].

A tabela seguinte, H.2, apresenta os autores que contribuíram no estabelecimento do método. A pequena lista contabiliza apenas sete geômetras nos *Annales de Gergonne*. Observa-se que o autor com maior quantidade de intervenções é o "Gergonne (co-autor)", isto é, o Gergonne que escreve em notas de rodapé. Se fossemos desconsiderar este autor e levar em conta somente os textos principais, temos então que a maior quantidade de contribuições ao método vem de Bobillier, que redige seis dentre os 23 artigos da lista. Não podemos deixar de mencionar o fato de que o terceiro autor na lista é Plücker. Assim sendo, pode-se concluir que o método da notação abreviada, em seus momentos iniciais, é efetivamente um método de Gergonne, Bobillier e Plücker.

Quanto às rubricas editoriais, a tabela H.4 conta apenas a rubrica principal de cada texto do conjunto analisado, enquanto que a tabela H.5 conta as mesmas rubricas e mais as alternativas. Lembramos que estou considerando como *rubrica principal* aquela que aparece exatamente na folha de rosto do artigo, enquanto que as rubricas alternativas, quando existem, são as demais rubricas que o editor imputa ao mesmo texto, e que normalmente aparecem nas *tables de matières* (os sumários) dos periódicos. Ainda, particularmente na lista que estamos estudando, as "notas de rodapé" selecionadas são rubricadas assim por mim, enquanto que todas as demais rubricas imputadas pelo editor no texto do qual a nota é apodada, neste caso eu conto como alternativas. Conquanto que tenhamos duas tabelas, o resultado em ambas é o mesmo, a saber, que o método da notação abreviada é um método inserido dentro das disciplinas de geometria analítica ou geometria de situação, o que já era de esperar.

Antes de prosseguir, é bom ressaltar outra vez a sofisticação contida no primeiro dos dois textos de Bobillier sob a rubrica filosofia matemática.[154] Quando analisei o conjunto dos oito textos de Bobillier que usam a notação abreviada,[155] eu já havia ressaltado as principais qualidades desse artigo naquele conjunto: a insistência em referenciar todos os elementos da configuração geométrica às três retas inicialmente dadas; e a simetria na escrita de cada equação representando esses elementos. Agora considerando esse mesmo artigo num conjunto contendo outros 22 textos, ele continua sendo o único a ter essa característica absolutamente inovadora. Segundo o historiador Jean Daniel Voelke,[156] Plücker teria citado o texto [BOBILLIER 25] num dos seus trabalhos iniciais sobre coordenadas homogêneas; e que portanto, é razoável supor que ele, Plücker, teria sido inspirado pelo ensaio de Bobillier, na invenção do

[154] Trata-se outra vez do sempre comentado texto [BOBILLIER 25]. Confira na seção 6.3.1 um estudo minucioso deste artigo.
[155] Confira a seção 6.4.1 desta tese.
[156] [VOELKE 2010, p. 223].

seu sistema de coordenadas, ferramenta que foi depois amplamente utilizada em geometria analítica no correr do século dezenove. Assim, aproveitando-se da metáfora do *florescimento* que usei a alguns parágrafos atrás, não seria de todo descabido dizer do método da notação abreviada que Lamé trouxe as suas sementes (em 1817/1818), Gergonne preparou o terreno e Bobillier o fez florescer (1826/1828), mas foi Plücker quem colheu dele os melhores frutos (de 1828 em diante).

As diversas versões de um *Princípio da Notação Abreviada*.

Há uma característica comum entre os sete autores listados na tabela H.2 e que merece ser destacada: todos eles, em alguma de suas intervenções, enunciou algum *princípio* de combinação de equações de lugares geométricos. Eis abaixo um desfile de alguns desses enunciados, escolhidos um de cada autor. Embora alguns já tenham sido citados em outros trechos desse trabalho, reenunciá-los aqui, todos juntos, permite-nos compreender melhor o significado destes princípios, seus usos e sua evolução.

> **Versão anônima (1814).** É conhecido que, desde que duas curvas estejam referenciadas aos mesmos eixos, toda combinação de suas equações pertencem a uma terceira curva que corta cada uma delas nos mesmos pontos onde elas mesmas se cortam.[157]

> **Versão de Lamé (1818).** Ao se combinar as equações de dois lugares geométricos de um modo qualquer, a equação resultante exprime um terceiro lugar geométrico sobre o qual se encontram as interseções dos dois primeiros.[158]

> **Versão de Sturm (1826).** Suponhamos que uma terceira linha (c''), de uma ordem qualquer, traçada sobre um plano das duas primeiras (c), (c'), e referenciadas aos mesmos eixos, seja expressa por uma equação à qual satisfaçam as coordenadas, sejam reais sejam imaginárias, de cada um dos pontos de interseção das curvas (c), (c'); nós dizemos então que esta curva (c'') passa pelos pontos de interseção das duas primeiras (c), (c'). É visível que toda equação que se pode formar por uma combinação qualquer da equações (c), (c') exprime uma tal curva.[159]

[157] Il est connu que, lorsque deux courbes sont rapportées aux mêmes axes, toute combinaison de leurs équations appartient à une troisième courbe qui coupe chacune d'elles aux mêmes points où elles se coupent elles-mêmes. [ANÔNIMO 1814 b, pp. 88-89].

[158] Si l'on combine les équations de deux lieux géométriques d'une manière quelconque, l'équation résultante exprime un troisième lieu géométrique, sur lequel se trouve l'intersection des deux premiers. [LAMÉ 1818, p. 28].

[159] Supposons qu'une troisième ligne (c''), d'un ordre quelconque, tracée sur le plan de deux premières (c), (c'), et rapportée aux mêmes axes, soit exprimée par une équation à laquelle satisfassent les coordonnées, soit réelles soit imaginaires, de chacun des points d'intersection des courbes (c), (c') ; nous dirons alors que cette courbe (c'') passe par les points d'intersection des deux premières (c), (c'). Il est visible que toute équation qu'on peut former par une combinaison des équations (c), (c') exprime une telle courbe. [STURM 1826 a, p. 266].

Versão de Gergonne (1827). Consideremos duas linhas do $m^{ésimo}$ grau, situadas num mesmo plano, referenciadas aos mesmos eixos quaisquer, e tendo respectivamente por equações racionais em x e y, $M = 0$ e $M' = 0$. (...) Seja representada por λ uma constante indeterminada, e esteja posta a equação $\lambda M + M' = 0$; cada uma de nossas três equações será evidentemente comportada pelas duas outras, qualquer que seja λ; de sorte que, de qualquer maneira que se combine duas a duas, elas fornecerão exatamente os mesmos sistemas de valores para x e y. (...) Reciprocamente, toda linha que cortar uma qualquer das duas propostas precisamente em todos e unicamente nos pontos onde ele é cortada pela outra, só poderá ser uma linha de $m^{ésima}$ ordem cuja equação seja comportada pelas equações $M = 0$ e $M' = 0$; esta equação deverá, portanto, ser um caso particular da equação $\lambda M + M' = 0$ (...) por uma determinação conveniente da constante arbitrária λ.[160]

Versão de Chasles (1828). Sejam $M = 0$, $M' = 0$ as equações de duas seções cônicas; a equação comum a todas as cônicas passando pelos quatro mesmos pontos [de interseção] será $M + \lambda M' = 0$.[161]

Versão de Plücker (1828). Se, de fato, representa-se por $M = 0$, $M' = 0$, as equações destas duas curvas, a equação do mesmo grau $\mu M + M' = 0$, na qual μ é assumido como um coeficiente indeterminado, exprimirá uma infinidade de outras curvas do $m^{ésimo}$ grau, passando pelos m^2 pontos de interseção das duas primeiras.[162]

Versão de Bobillier (1828). Seja μ uma constante indeterminada, e sejam duas curvas do $m^{ésimo}$ grau dadas pelas equações $M' = 0$, $M'' = 0$; a equação geral das curvas deste grau passando pelas suas interseções será, como se sabe, $M' + \mu M'' = 0$.[163]

Uma conferida no conjunto de *princípios* enunciados acima é mais do que suficiente para convencer de que o método da notação abreviada é um método por excelência para se fazer geometria de situação. Basta observar que todos os princípios enunci-

[160] Considérons deux lignes du $m^{iéme}$ ordre, situées dans un même plan, rapportées aux mêmes axes quelconques, et ayant respectivement pour équations rationnelles, en x e y, $M = 0$ et $M' = 0$. (...) Soit représentée par λ une constante indéterminée, et soit posée l'équation $\lambda M + M' = 0$; chacune de nos trois équations sera évidemment comportée par les deux autres, quel que soit λ ; de sorte que, de quelque manière qu'on les combine deux à deux, elles donneront exactement les mêmes systèmes de valeurs pour x et y. (...) Réciproquement, toute ligne qui coupera une quelconque des deux proposées précisément en tous et seuls points où elle est coupée par l'autre, ne pourra être qu'une ligne du $m^{iéme}$ ordre dont l'équation soit comportée par les équations $M = 0$ et $M' = 0$; cette équation devra donc être un cas particulier de l'équation $\lambda M + M' = 0$ (...) par une détermination convenable de la constante arbitraire λ. [GERGONNE 1827 a, pp. 218-219].

[161] Soient $M = 0$, $M' = 0$ les équations des deux [sections coniques] ; l'équation commune à toutes coniques passant par les quatre mêmes points sera $M + \lambda M' = 0$. [CHASLES 1828 b, p. 288].

[162] Si, en effet, on représent par $M = 0$, $M' = 0$, les équations de ces deux courbes, l'équation du même degré $\mu M + M' = 0$, dans laquelle μ est supposé un coefficient constant indeterminé, exprimera une infinité d'autres courbes du $m^{iéme}$ degré, passant par les m^2 points d'intersection de deux premières. [PLÜCKER 1828 b, p. 99].

[163] Soit μ une constante indeterminée, et soient deux courbes du $m^{iéme}$ données par les equations $M' = 0$, $M'' = 0$; l'équation gémérale des courbes de ce degré passant par leurs intersections sera, comme l'on sait, $M' + \mu M'' = 0$. [BOBILLIER 27, p. 111].

ados se inscrevem em um dos resultados típicos desta geometria: a concorrência de "muitas" curvas em "poucos" pontos. Essa observação corrobora o que já tínhamos obtido antes, quando da contagem das rubricas listadas nas tabelas H.4 e H.5.

Tanto no aspecto da *abreviação* quanto no da *combinação* de polinômios, os enunciados de 1814 e 1817 (respectivamente o anônimo e o de Lamé) são enunciados ainda *ingênuos*, digamos assim, comparados com os demais. O enunciado de Sturm de 1826 já avança na questão da abreviação, mas não no que diz respeito à combinação. Já os quatro últimos enunciados se apresentam de forma mais precisas em ambos os aspectos. Vejamos isso melhor. Atentando para o aspecto da *abreviação* de notações, observa-se inicialmente que os enunciados de Lamé e do seu predecessor anônimo são completamente discursivos, sem o registro de nenhum símbolo, enquanto que nos demais enunciados aparecem símbolos no corpo do texto. Em Sturm, os símbolos usados não denotam diretamente polinômios, mas os lugares geométricos em questão. Em Gergonne, Chasles, Plücker e Bobillier, os símbolos utilizados já são para polinômios abreviados. Curiosamente, nesses quatro últimos enunciados, os símbolos são quase exatamente os mesmos: letras M's (com eventuais acréscimos ou não de *linhas* nos sobrescritos) abreviando os polinômios e letras gregas (λ ou μ) para as constantes indeterminadas. Quanto ao aspecto da *combinação* de equações, os enunciados de Sturm, o de Lamé e o do seu predecessor não deixam claro como isso deve ser. Note que nos três extratos, os autores usam a instrução "combinação qualquer". Por outro lado, nos quatro enunciados de 1827/1828, os autores não usam a palavra "combinação", mas escrevem diretamente as equações com polinômios combinados linearmente ($\lambda M + M' = 0$, $M' + \mu M'' = 0$, etc...). A imprecisão de uma "combinação qualquer" é eliminada nesses extratos em prol de um enunciado mais direto. É bom lembrar que em 20 dos 23 textos da lista H.1, o único tipo de combinação que se pratica é efetivamente a linear (incluindo até mesmo os textos do assinante anônimo, o de Lamé e o de Sturm). Os poucos textos onde há combinações lineares e não lineares são [GERGONNE 1827 a], [BOBILLIER 25] e [BOBILLIER 26].

Veremos na próxima seção, que conclui por ora o estudo da notação abreviada, o enunciado do Teorema de Max Noether (1873), um teorema clássico da geometria algébrica moderna e que de certa forma pode ser tomado como um *herdeiro* dos princípios de notação abreviada aqui discutidos.

6.5 Para concluir o capítulo.

6.5.1 Alguns aspectos do método da notação abreviada após os anos 1830.

Nesta seção, comento brevemente alguns desdobramentos posteriores do dito *método da notação abreviada*. Pretendo mostrar um artigo de 1844, talvez um dos primeiros, em que as práticas em torno da notação abreviada são efetivamente compreendidas como um *método* de demonstração e pesquisa. Também é nesse artigo de 1844 que se associa pela primeira vez – até onde consegui apurar – os nomes dos geômetras Lamé, Bobillier e Plücker a essas práticas. Embora o método em 1844 já tenha suas *paternidades*, ainda não é nesse momento que ele ganha seu *nome*. A aparição mais antiga que encontrei para a nomenclatura *método da notação abreviada* é de 1855, num livro de George Salmon. Apresento uma hipótese que pode explicar o possível surgimento e a razão de ser desse nome. Por fim, apresento e enuncio um teorema considerado como um dos pilares da geometria algébrica no século vinte. Trata-se do Teorema Fundamental de Max Noether de 1873, que, como veremos, pode ser entendido como um *herdeiro* dos enunciados dos *princípios de notação abreviada*, alistados e analisados na seção anterior.

1844: "O método o qual Plücker, à maneira de Bobillier, Lamé, etc, fez uso, consiste em..."

Os dois artigos examinados a seguir estão publicados no jornal *Nouvelles Annales*. Esse periódico foi criado em 1842 pelos professores Orly Terquem (1782-1862) e Camille Christophe Gerono (1799-1891); e tinha um público alvo bem definido (conforme lê-se no subtítulo dos fascículos) "Nouvelles Annales de Mathématiques, jornal dos candidatos às escolas Politécnica e Normal".[164]

Em 1844, Finck publicou nos *Nouvelles Annales* um artigo intitulado *Nota sobre um novo método de geometria analítica*.[165] Neste pequeno artigo de oito páginas, o autor se coloca declaradamente como divulgador entusiasmado dos novos métodos de geometria analítica desenvolvidos por Plücker no início dos anos 1830. Aliás, a expressão *novo método* aparece várias vezes ao longo do artigo, a começar pelo

[164] Os *Nouvelles Annales* é um dos dois *herdeiros*, digamos assim – junto com o *Journal de Liouville* inaugurado em 1836 – dos velhos *Annales de Gergonne*. Sobre isto, consulte mais informações na seção **??** desta tese.

[165] O artigo em questão é [FINCK 1844 a]. Lembre-se de que Finck é co-autor de [BOBILLIER 02], apresentado nesta tese na seção **??**.

próprio título. Finck não economiza elogios a esses métodos por comparação com os antigos, que ele critica como prolixos. Ele chega a lamentar que tais métodos novos não estejam já inseridos nas salas de aula e nos livros escolares. De resto, parece mesmo que Finck é admirador incondicional de Plücker, pois em diversas passagens ele alinha o matemático alemão a outros nomes, como numa genealogia, em que são citados matemáticos consagrados de séculos anteriores como Descartes, Euler e Newton.

Do ponto de vista da notação abreviada, em sua argumentação Finck se utiliza de letras p, q, a, b, etc, para representar funções lineares a duas variáveis do tipo $Ax + By + C$ e em seguida manipula essas letras em combinações (não lineares) que fornecem equações (de curvas) de 2^o e 3^o graus. Ao final ele enfatiza que essa "análise praticamente sem cálculo" é a grande vantagem desse método.[166]

No entanto, essa vantagem comemorada por Finck não recebe imediata adesão de Orly Terquem, editor dos *Nouvelles Annales*. Numa discreta, mas provocadora, nota de rodapé inserida numa das equações manipuladas por Finck, Terquem registra que "admitindo-se este tipo de equação à priori sem demonstrações, me parece que se esquiva, mas não se evita os cálculos. Os resultados são conhecidos previamente e se arranja [as equações] de maneira a obtê-los."[167] Observe que este comentário de Terquem põe em dúvida a generalidade dos métodos de Plücker dos quais Finck se faz defensor.

A provocação de Terquem encontrou terreno fértil, pois alguns meses depois, ainda em 1844, Finck publica sua *Resposta às notas das páginas 148 e 149*.[168] No novo texto, Finck começa argumentando que a generalidade questionada por Terquem não se perde nos novos métodos. Para tanto, ele repete uma demonstração feita no artigo anterior, dessa vez sem abreviar os polinômios de 1^o grau, mas ainda combinando-os em equações de 2^o e 3^o conforme o caso. Na sequência ele exibe duas demonstrações analíticas para um mesmo resultado geométrico. A primeira é longa e os cálculos são feitos com todos os polinômios envolvidos escritos explicitamente. A segunda é curta e os cálculos são feitos com manipulação de polinômios abreviados. A última frase do artigo é uma malcrição: "É necessário mais para convencer?"[169]

A resposta de Terquem aparece numa nota (dessa vez um pouco mais longa) inserida no mesmo artigo, imediatamente após a pergunta final de Finck.

---

[166] [FINCK 1844 a, p. 149].

[167] En admettant ce genre d'équations à priori sans demonstration, il me semble qu'on esquive les calculs : on ne les evite pas. Les resultats sont connus d'avance et on s'arrange de manière a les obtenir. [FINCK 1844 a, p. 149].

[168] [FINCK 1844 b].

[169] En faut-il davantage pour convaincre? [FINCK 1844 b, p. 403].

> Sim, é preciso mais. O método o qual o senhor Plücker, à maneira dos senhores Bobillier, Lamé, etc, fez uso, consiste em identificar uma equação dada com uma equação do mesmo grau, mas de uma outra forma, apoiada de um certo número de constantes arbitrárias; contanto que se tenha tantas equações quantas constantes arbitrárias, esta identificação é possível *analiticamente falando*.[170]

E ele prossegue na nota, insistindo que o método defendido por Finck não é tão simplificador assim, que há certas sutilezas que devem ser estabelecidas antes de aplicar o método, e que a resolução dessas sutilezas seria "extremamente espinhosa" a ponto de "fazer desaparecer a simplicidade do método".[171]

Independente de quem esteja *matematicamente* correto, e deixando de lado a malcriação de Finck e os "espinhos" de Terquem; o que importa no nosso estudo é a trinca de nomes que o editor dos *Nouvelles Annales* desfila na abertura da sua resposta: Lamé, Bobillier e Plücker, nessa ordem. Se por um lado a questão em torno da matemática do método é uma discussão que deverá ser ainda empreendida; por outro lado, os responsáveis pela elaboração do método é algo que para Terquem é indubitável. Assim, o método da notação abreviada (que nesse artigo ainda não é assim chamado) não deve ser imputada só a Plücker (como enfatiza Finck), mas também a Bobillier e a Lamé.[172]

Paternidade, nome e usos do método da notação abreviada.

Neste ponto da análise dos fatos, uma pergunta se impõe. Por que evocar os nomes de Plücker, Bobillier e Lamé? Mais exatamente, por que evocar Lamé como um dos criadores da notação abreviada? Vimos na seção anterior, ao alistar os autores dos *Annales de Gergonne* que contribuíram na elaboração do método, os nomes mais frequentes eram, por ordem de quantidade de intervenções, Gergonne, Bobillier e Plücker. Então em dois dos três nomes há um acordo entre a evocação de Terquem e a minha contagem.

Resta-nos a pergunta: por que esquecer Gergonne e lembrar Lamé? Eis a minha hipótese. O esquecimento do nome de Gergonne associado ao método da notação abreviada se dá exatamente porque a maioria das suas contribuições diretas ao as-

[170] Oui, Il faut davantage. La méthode dont M. Plücker, à l'instar de MM Bobillier, Lamé, etc, fait usage, consiste à identifier une équation donnée avec une équation de même degré, mais d'une autre forme, à l'aide d'un certain nombre de constantes arbitraires ; pourvu qu'on ait autant d'équations que de constantes arbitraires, cette identification est possible, analytiquement parlant. [FINCK 1844 b, p. 403].

[171] [FINCK 1844 b, p. 404].

[172] Veremos na seção **??** desta tese, outros artigos publicados nos *Nouvelles Annales* que associam o nome de Bobillier ao de Plücker, em se tratando de introdução de novos métodos em geometria analítica.

sunto aparece nos *bastidores*, isto é, nas notas de rodapés inseridas em textos de outros autores. Assim, essa contribuição se torna difícil de ser rastreada, avaliada e memorizada. Quanto à lembrança do nome de Lamé, minha hipótese passa por uma explicação menos interna às matemáticas, e mais institucional. Desde 1832, e por mais de 30 anos, Lamé foi professor na prestigiosa Escola Politécnica de Paris. Note que quem se lembra de Lamé é Orly Terquem, um sujeito que se interessa pelos temas em torno da Escola Politécnica. Primeiramente na qualidade de ex-aluno (ele é da turma X1801). E segundo, na qualidade de editor de um jornal cujo público alvo era exatamente os estudantes interessados nas matemáticas ao nível preparatório para as chamadas *grandes escolas* (sendo a EP uma delas).

Quanto à denominação do método, é bom lembrar mais uma vez que as expressões *método da notação abreviada* ou *princípio da notação abreviada* não aparecem registradas nos textos de Lamé, nem nos de Bobillier, Gergonne ou Plücker. Não aparecem nem mesmo em nenhuma das mais de oito mil laudas dos *Annales de Gergonne*, exceto numa "pista falsa". Dizendo mais claramente, a única vez em que a expressão *notação abreviada* aparece em todo os *Annales* é na primeira página de um artigo contendo três exercícios resolvidos por Lenthéric.[173] A ocorrência da expressão se dá num contexto que não remete absolutamente em nada às práticas examinadas nesta tese.

Para a expressão *notação abreviada* significando o que nos interessa, a ocorrência mais antiga que pude apurar é de 1855, na terceira edição do *Tratado das Seções Cônicas* de Salmon.[174] A primeira edição do livro é de 1848, mas como não consegui acessá-la, não pude comparar com a terceira, apresentada como "revisada e aumentada". Em todo caso, na edição datada de 1855 há nada menos do que três capítulos inteiros dedicados ao método da notação abreviada, agora assim devidamente chamado: os capítulos IV, VIII e XIV, todos três intitulados *Notação Abreviada*, e que tratam do método aplicado respectivamente ao estudo das retas, das circunferências e das seções cônicas.

Se levarmos em conta a data em que essa denominação para o método tenha surgido (final dos anos 1840 e início dos 1850) e o prestígio do professor Lamé na época; podemos supor que esse nome apareceu inspirado exatamente num parágrafo

[173] O texto é [LENTHÉRIC 1825]. Para mais informações sobre Lenthéric, que é co-autor de Bobillier nos textos [BOBILLIER 06], [BOBILLIER 08] e [BOBILLIER 41], confira a seção **??** dessa tese.

[174] Trata-se do livro [SALMON 1855]. Este livro, bem como uma versão do princípio de notação abreviada registrado nele, já foram mencionados nessa tese na seção **??**.

intitulado *Notações* do seu antigo livro juvenil, o *Exame dos diferentes métodos* de 1818, cuja frase de abertura diz "no cálculo é sempre necessário escolher as notações mais vantajosas; seja para ajudar a memorização, seja para abreviar as eliminações."[175]

O Teorema Fundamental de Max Noether (1873).

Encerro essas considerações sobre o método da notação abreviada apontando para um teorema considerado importante na geometria algébrica moderna. Trata-se do célebre *Teorema Fundamental de Max Noether*, de 1873. Este teorema tem seu lugar dentro dessa discussão que temos acompanhado até aqui, pois de certa forma é um *herdeiro* dos princípios de notação abreviada. Dito mais claramente, o que os enunciados alistados na seção anterior têm em comum com o TFMN, é que todas as proposições versam sobre curvas que passam exatamente pelos pontos de interseção de duas outras curvas previamente dadas.

Max Noether (1844-1921) é um geômetra alemão especialista em geometria algébrica, e considerado como um dos fundadores (no final do século dezenove) desta disciplina tal como ela é apresentada no século vinte.[176] Ao longo de sua carreira esteve vinculado às universidades de Heidelberg e de Erlangen. A maior parte do seu trabalho trata de pesquisas que descrevem e classificam curvas algébricas no plano e no espaço. Pela sua produção nesse tema, foi agraciado com o *Prêmio Steiner* em 1882.[177] Segundo o historiador Julian Coolidge, em seu livro *Uma história dos métodos geométricos*,[178] foi exatamente para salvar um princípio tão fértil como o da notação abreviada, acrescentando-lhe aperfeiçoamentos e generalizações, que Max Noether chegou ao teorema que nos atuais livros didáticos de geometria algébrica é chamado de Teorema Fundamental.[179]

[175] Dans le calcul, il faut toujours choisir les notations les plus avantageuses ; soit pour aider la mémoire, soit pour abréger les éliminations. [LAMÉ 1818, § 18, p. 26].

[176] Embora Max Noether tenha sido, ele mesmo, um matemático de grande reputação, o nome "Noether" que aparece abundantemente na literatura matemática do século vinte (em geometria algébrica, e mais ainda em álgebra comutativa), é devido à sua filha Emmy Noether (1882-1935). Emmy foi uma das primeiras mulheres a ter alcançado um posto de professora e pesquisadora numa universidade alemã. Ela foi da mesma geração de David Hilbert, o qual, aliás, tinha bastante admiração (publicamente declarada) pela matemática que Emmy Noether produzia. Maiores informações sobre Noether e Noether, pai e filha, podem ser obtidas no artigo [GRAY 1997].

[177] A edição de 1882 do *Prêmio Steiner*, concedido pela Academia de Ciências da Prússia foi compartilhado entre Noether e o geômetra francês Georges Henri Halphen (1844-1889).

[178] [COOLIDGE 1940, pp. 142, 205].

[179] Os estudantes dos primeiros cursos de geometria algébrica moderna aprendem que o TFMN tem importantes ligações com o resultado conhecido como *Hilbert's Nullstellensatz*, que por sua vez vem a ser uma pedra angular desta teoria. Para maiores detalhes confira [STOHR 2001].

Uma primeira abordagem, digamos, *inocente*, do TFMN é a seguinte: *Sejam* $F = 0$ *e* $G = 0$ *duas curvas planas algébricas projetivas de graus* m *e* n *respectivamente e seja* $p > m, n$ *um número inteiro positivo. Se* A *e* B *são dois polinômios homogêneos de grau* $p - m$ *e* $p - n$ *respectivamente, então a equação* $AF + BG = 0$ *é de uma curva de grau* p *que passa pelos pontos de interseção de* $F = 0$ *e* $G = 0$. O TFMN afirma ainda que se as duas curvas se intersectam transversalmente, a recíproca vale.

Cabe registrar que existem versões mais sofisticadas (e consequentemente mais técnicas) do TFMN que levam em consideração curvas com possíveis pontos de interseção não-transversal. Embora essa discussão seja interessante, foge ao escopo das nossas considerações aqui. Assim, o enunciado acima é suficiente para mostrar a ligação entre o TFMN e seus *velhos antepassados*, os princípios de notação abreviada.

Capítulo 7

Temporada de Bobillier na cidade de Angers (1829-1832). Segunda temporada em Châlons-sur-Marne (1832-1840).

Esse capítulo é dividido em duas grandes partes e narra os episódios acontecidos em dois períodos/temporadas/cidades distintos (e consecutivos) na vida de Bobillier.

Na primeira parte estamos no período que vai de 1829 a 1832, e Bobillier mora na cidade de Angers. Sua temporada nessa cidade foi um período tumultuado em sua vida. Os documentos coletados para esta tese apontam para uma insatisfação de Bobillier com sua carreira docente nas escolas de artes e ofícios tanto em Châlons, quanto em Angers. Mostram ainda seu desejo de ingressar em outra carreira docente, talvez em outro tipo de instituição de ensino ou talvez em outra cidade. Sua temporada em Angers também é marcada pela sua participação inesperada nos movimentos políticos de seu país, quando o professor de matemáticas deixa a sala da aula por um curto intervalo de um mês para tornar-se voluntário da guarda nacional no contexto da *Revolução dos Três Gloriosos*. Também é nesse período que Bobillier escreve a primeira versão de seu livro didático mais importante, o *Curso de Geometria*.[1] Por fim, é a partir da sua temporada em Angers que se dá o seu *sumiço* no que diz respeito à pesquisa científica original.[2]

Na segunda parte do capítulo, estamos no período que vai de 1832 a 1840. Esses

[1] Veremos esses episódios nas seções 7.1.1, 7.1.2 e 7.1.3 a seguir.
[2] Algumas hipóteses sobre o fim das pesquisas de Bobillier aparecem na seção 7.2.3.

são os últimos oito anos da vida de Bobillier e ele os passa numa segunda temporada em Châlons-sur-Marne. Outros textos didáticos, além do *Curso de Geometria*, são planejados ou redigidos nesse tempo. Ainda nessa temporada, suas atividades docentes e profissionais são ampliadas. Para começar, é nessa segunda temporada em Châlons que Bobillier passa a lecionar em outra escola da cidade, o Colégio Real. E mais: é nesse tempo que Bobillier exerce algumas importantes funções de chefia na EdA&M de Châlons.[3]

Alguns temas e episódios da segunda temporada de Bobillier em Châlons são abordados nos capítulos seguintes a esse. Por exemplo, o livro *Curso de Geometria*, embora tenha sido escrito em Angers, sua primeira publicação se dá em Châlons, quando Bobillier volta pra lá em 1832. Uma análise detalhada desse livro e de algumas de suas edições é feita no capítulo seguinte.[4] Outros importantes acontecimentos como a sua doença, o seu casamento e a sua indicação para a condecoração como Cavaleiro da Legião de Honra são comentados mais adiante.[5]

7.1 Temporada de Bobillier na cidade de Angers (1829-1832).

Angers é uma cidade provincial francesa situada a cerca de 270 quilômetros ao sudoeste de Paris e 400 quilômetros ao sudoeste de Châlons. Por um período que abrange pouco menos de quatro anos, Bobillier trabalhou (e morou) na Escola de Artes e Ofícios desta cidade. Veremos a seguir os sucessos e os insucessos de Bobillier nesta temporada.

7.1.1 Confusões políticas na França e nas escolas de artes e ofícios.

Entre 1824 e 1830 a França é governada por Charles X, o segundo rei do período da Restauração. Mas esse não foi um governo tranquilo. Os dois grupos políticos mais fortes, e também radicalmante polarizados, eram os ultrarealistas e os liberais (respectivamente apoiadores e opositores do governo de Charles X). Pouco a pouco, ao longo do seu governo, estabelece-se e acentua-se uma crise política provocada pelo *cabo de guerra* entre a câmara de deputados (de tinha maioria liberal) e a intran-

[3] Esses temas são tratados nas seções 7.2.1 e 7.2.2.
[4] Confira as seções 8.1.2 e 8.2.1.
[5] Esses eventos são narrados no capítulo 9, o último desta tese.

sigência do rei. Ao longo do governo, Charles X era sistematicamente acusado de tentar re-estabelecer políticas e privilégios do Antigo Regime (anterior à Revolução de 1789). Então no auge da crise, veio mais uma revolução seguida de golpe.

A Revolução dos Três Gloriosos.

A chamada "Revolução dos Três Gloriosos", tem esse nome porque aconteceu ao longo dos três "gloriosos dias" de 27, 28 e 29 de julho de 1830. Na verdade, essa revolução foi mesmo uma violenta insurreição popular (com direito a luta armada, barricadas e *quebra-quebra*), ocorrida, sobretudo, nas ruas de Paris. A figura 7.1 mostra o célebre quadro *A Liberdade guiando o Povo, 28 de Julho de 1830*, pintado por Eugène Delacroix naquele mesmo ano, retratando de maneira alegórica os acontecimentos daqueles três "dias gloriosos".

Figura 7.1: *A Liberdade guiando o Povo, 28 de Julho de 1830*, do pintor Eugène Delacroix, inspirado na Revolução dos Três Gloriosos.

A consequência imediata dos três "dias gloriosos" foi a fuga de Paris do rei Charles X, de sua família e de seus sucessores imediatos. Assim, o ramo dos Bourbon da família real deixou definitivamente o poder na França. Charles X instalou-se provisoriamente na Escócia, e depois passou por várias cidades da Europa, até vir a falecer em 1836 em seu último endereço, na Áustria.

Mas a insurreição parisiense não era apenas liberal, e aglomerava outras correntes políticas distintas: bonapartisias, monarquistas, republicanos, etc, que tinha em comum apenas um grande descontentamento com os rumos do governo de Charles X. No vácuo de governança, e na indecisão dos grupos distintos que conduziram a insurreição, a burguesia liberal de maioria monarquista se mobilizou mais rápido e promoveu um golpe de estado, entronizando Louis Philippe d'Orléans, do outro ramo da família real. O governo de Louis Philippe, então intitulado de *rei dos franceses* (ao invés de *rei da França* como se adotava até então), dura de 1830 a 1848, num período da história da França chamado de *Monarquia de Julho*.[6]

O "dia seguinte" da revolução dos três gloriosos nas ciências.

Apenas como informações complementares, e sem se aprofundar muito nessas questões, o *dia seguinte* da "revolução dos três gloriosos" trouxe algumas consequência para as ciências na França e além.

Um dos casos emblemáticos, por exemplo, é a *queda* (pelo menos no plano institucional) de Augustin Louis Cauchy (1789-1857), famoso enquanto matemático, mas igualmente famoso por ser católico e ultrarealista. Ele abandonou seu posto na Escola Politécnica, ou, para usar as palavras dos registros da EP, ele "deixou de ir tomar suas funções" e naturalmente foi demitido.[7] Cauchy preferiu acompanhar a família de Charles X, recém destituída do trono, como tutor dos seus filhos e sobrinhos.

Outros matemáticos que eram políticos fortes na Era Napoleônica e ficaram *apagados* na vigência da Restauração, voltaram à cena política na Monarquia de Julho. Esse é o caso, por exemplo, de Jean Nicolas Pierre Hachette (1769-1834) e Louis Poinsot (1777-1859).

Além da fronteira francesa, a revolução dos três gloriosos influenciou revoltas populares, por exemplo, na Bélgica. Em agosto e setembro de 1830, cidadãos da pequena região fortaleceram os movimentos separatistas contra o Reino Unido dos Países Baixos (que era liderado pela Holanda). Essas rebeliões internas foram comentadas pelo astrônomo e editor Adolphe Quetelet, em suas memórias, *Ciências matemáticas e físicas [entre os belgas] no início do século dezenove*, sugerindo que houve um certo arrefecimento na produção científica em seu país: "Os eventos de 1830 deram um outro rumo aos ideais: muitos jovens que se destinariam às ciências

[6] Para mais informações sobre a Revolução dos Três Gloriosos e a Monarquia de Julho, consulte [JULAUD 2005, pp. 157-170]

[7] [DHOMBRES, p. 153-154].

abraçaram a carreira militar (...).”[8]

Voltando à França, e falando de periódicos, o início da década de 1830 foi um tempo em que houve um hiato de jornais especializados em matemáticas. Não necessariamente eu ligo a instabilidade política nacional à ausência de jornais matemáticos, mas é no mínimo interessante notar essa coincidência de período. Desde o fim dos *Annales de Gergonne* em 1832, o país teve de esperar quatro anos até que fosse inaugurado o *Journal de Liouville* em 1836, e depois ainda mais seis anos até o surgimento dos *Nouvelles Annales* em 1842. Não é demais lembrar que na Monarquia de Julho, o ex-editor dos *Annales* trabalhou como reitor da Academia de Montpellier. Provavelmente, o *fôlego* de Gergonne para conduzir o seu jornal minuciosamente, como ele costumava fazer, ficou comprometido quando ele assumiu esse alto posto na política educacional nacional.[9]

Confusões políticas nas EdA&M de Angers e de Châlons no governo de Charles X.

Na década de 1822 a 1832, as escolas de artes e ofícios também passaram por instabilidades políticas. Esse foi um período que antecedeu o governo do rei Charles X, passando pelo seu reinado e a sua queda, indo até pouco depois da instalação do rei Louis Philippe. Parece que a mesma *confusão* que acontecia em escala nacional era reproduzida em escalas locais.

Eu pretendo desfiar aos poucos, ainda nesta seção, alguns elementos em torno de Bobillier, que ilustram bem como esse período foi confuso nas escolas em que ele trabalhou. Antes por’em, vejamos a situação geral das EdA&M (particularmente a de Angers), chamando o testemunho de André Guettier, um ex-aluno e ex funcionário das escolas de artes e ofícios no século dezenove.

André François Victor Guettier nasceu em Paris em 1817. Ele foi aluno na EdA&M de Châlons na década de 1830, e provavelmente foi aluno de Bobillier na 1ª divisão. Após isso ele trabalhou como alto funcionário em algumas industriais. Paralelamente ele foi chefe da oficina de fundição na EdA&M de Angers, de 1842 a 1848. Em 1865 ele escreveu uma detalhada *História das Escolas Imperiais de Artes e Ofícios*. É bom pontuar que Guettier não é um historiador, digamos, profissional,

[8] Les événements de 1830 donnérent un autre cours aux idées : beaucoup de jeunes gens qui se destinaient aux sciences embrassèrent la carrière des armes (...) [QUETELET 1867, p. 157].

[9] Mais informações sobre o *Journal de Liouville* e o *Nouvelles Annales* estão na seção 4.1.3 desta tese. Um breve esboço biográfico de Gergonne aparece neste trabalho na seção 4.1.1.

mas alguém que tinha ligações afetivas com as escolas de artes e ofícios e que foi testemunha de muitos dos fatos que narrou em seu livro.[10] Para escrever sua história ele acessou documentos e decretos na biblioteca da escola de Angers. Além disso, contou com depoimentos e Memórias de Benoit Mosnier, diretor da escola de Châlons entre 1838 e 1846. Lembre-se de que Mosnier foi 3º professor de matemáticas nas décadas de 1820 e 1830, época em que Bobillier era o 1º professor. Assim sendo, esse mesmo Mosnier também pode ter sido professor de André Guettier quando de sua passagem pela escola de Châlons.

Sobre a atuação do duque de La Rochefoucauld nas escolas de artes e ofícios, Guettier relata que ele era um "filantropo esclarecido, homem de bem, antes de tudo amante de sua pátria, não se intimidava de mostrar suas tendências liberais que vieram a ser uma das causas da sua desgraça, alguns anos mais tarde."[11] Lembramos que La Rochefoucauld é o *fundador* das primeiras escolas do tipo "artes e ofícios", e por um longo tempo foi o inspetor geral das EdA&M de Châlons e Angers. Ora, a "desgraça" a que Guettier se refere foi a demissão de La Rochefoucauld do posto de inspetor das EdA&M em 1823. Como vimos, esse era o posto mais alto na hierarquia administrativa das escolas de artes e ofícios e era diretamente ligado ao ministro. Portanto não parecia adequado ao governo da Restauração manter ali um homem de tendências liberais.

Porém, mais do que *eliminar* apenas um rival político, Guettier chega a afirmar que Charles X queria mesmo eliminar as escolas de artes e ofícios:

> [O governo da] Restauração, em suas tendências pouco favoráveis ao ensino popular, queria na verdade suprimir as Escolas. Sobretudo a Escola de Angers que, [por causa] de denúncias passionais era representava como imbuída do pior espírito, era antipática [ao governo]. Se esta escola não foi fechada, isso é graças ao zelo do diretor, Sr Billet, que a defendeu com ardor, e à solicitude do duque de La Rochefoucauld, que nunca a perdeu de vista mesmo após a desgraça que lhe incorreu em 1823.[12]

[10] A história escrita por Guettier é o livro [GUETTIER 1865]. As informações sobre a vida dele foram informadas no prefácio de seu livro e complementadas consultando os documentos manuscritos preservados em [ARCHIVES NATIONALES DE FRANCE] cota F12 (comércio e industria), dossiês [F/12/5778].

[11] Le duc de Liancourt, philanthrope éclairé, homme de bien, aimant sa patrie avant tout, ne craignait pas de montrer ces tendances libérales qui devaient être une des causes de sa disgrâce, quelques années plus tard. [GUETTIER 1865, p. 123].

[12] La Restauration, dans ses tendences peu favorables à l'enseignement populaire, voulait en réalité la suppression des Écoles. L'École d'Angers, surtout, que des denonciations passionées lui représentaient comme imbue du plus mauvais esprit, lui était antipathique. Si cette École ne fut pas fermée, il faut en savoir gré au zèle du directeur, M. Billet, qui la défendit avec ardeur, et à la sollicitude du duc de La Rochefoucauld, qui ne la perdit jamais de vue, même après la disgrâce qu'il encourut en 1823. [GUETTIER 1865, p. 134].

O "zeloso diretor" Billet, mencionado acima, esteve nos serviços das escolas de artes e ofícios por mais de vinte anos. Pierre Billet nasceu na cidade de Troyes (no departamento de Aubes, vizinho ao departamento de la Marne) em 16 de fevereiro de 1772. Foi nomeado no período napoleônico, em 1807, como chefe dos almoxarifes na EdA&M de Châlons. Em 1812 foi promovido a agente contábil na mesma escola. Depois disso subiu de posto tornando-se diretor da EdA&M de Angers de 1817 até 1830. O depoente André Guettier comenta que Billet "era um homem de uma certa energia e de um espírito mais liberal do que desejaria, talvez, a administração que ele servia."[13]

Para dar uma idéia de como a EdA&M de Angers era visada pelo governo, André Guettier reproduz em sua *História das Escolas Imperiais de Artes e Ofícios* um documento sigiloso redigido em 1823, pelo então ministro Combières, logo após a demissão do duque de La Rochefoucauld na inspeção das escolas. O ministro escreveu no documento sigiloso a acusação de que a escola de Angers era uma das "alavancas da Revolução", e que poderia, mais cedo ou mais tarde, "agitar a França". Além disso, Combières fala de Billet, elogiando-o como "um homem de talento e de espírito", mas ao mesmo tempo reclama que ele era imbuído de "idéias filosóficas, indiferente em religião e em política".[14]

Naturalmente que com o agravamento da crise nacional, que finalmente estourou nos "três dias gloriosos", pessoas como Billet estariam sob a mira atenta do governo. Veremos mais adiante duas cartas de Étienne Bobilier para Billet em 1829; uma delas redigida numa circustância particularmente complicada para ambos, remetente e destinatário.[15]

7.1.2 Confusões na carreira de Bobillier.

Voltando ao protagonista desta tese, vejamos como os momentos finais dele na sua primeira temporada na EdA&M de Châlons, bem como sua temporada em Angers, ilustra bem o momento de confusão institucional e nacional.

[13] M. Billet était un homme d'une certaine énergie et d'un esprit plus libéral que l'aurait voulu, peut-être, l'administration qu'il servait. [GUETTIER 1865, p. 132].

[14] [GUETTIER 1865, p. 133].

[15] Essas e muitas outras informações sobre a vida de Billet podem ser consultadas nos documentos preservados em [ARCHIVES NATIONALES DE FRANCE] cota F12 (comércio e industria), dossiês [F/12/5778] e [F/12/4867]. Particularmente o dossiê [F/12/4867], exclusivamente dedicado a Billet, é bastante volumoso e bem organizado, talvez por tratar-se de um alto funcionário (o diretor de uma escola de administração nacional), *vigiado* pelo governo ao qual servia.

Indecisões quanto ao futuro da carreira docente de Bobillier nas EdA&M.

Entre 1828 e 1829, ainda morando em Châlons, Bobillier foi autorizado trabalhar no Colégio Real da cidade, mas não foi nomeado.[16] Em termos de política nacional, isso significa que Bobillier não só ficaria no encargo do ministro do comércio e da indústria (responsável pelas EdA&M), mas também no do ministro da instrução pública (responsável pela Universidade, que incluía os colégios reais). Depois Bobillier foi nomeado professor no Colégio Real de Amiens, mas não chegou a assumir, pois "o ministro do comércio, querendo conservar Bobillier, o nomeia chefe de estudos para a escola [de artes e ofícios] de Angers".[17] A primeira nomeação de Bobillier para o posto de chefe de estudos em Angers foi anunciada no início de agosto de 1829. Eu disse *primeira*, porque entre agosto de 1829 e abril de 1830, ele foi nomeado, em seguida *desnomeado*, para depois ser nomeado de novo.[18]

Uma carta despachada de Châlons, de Bobillier para Billet, diretor da EdA&M de Angers.

Enquanto se preparava para deixar Châlons, Bobillier escreveu uma primeira carta para Pierre Billet cujo conteúdo transcrevo integralmente:

> Châlons, 16 de agosto de 1829.
> Sr diretor,
> O ministro acaba de recompensar meus serviços, chamando-me para as funções de mestre de estudos na escola real de Angers.
> Há doze anos eu sou primeiro professor na de Châlons, onde eu tentei tornar frutífera a instrução que eu peguei na Escola Politécnica. Meus chefes, testemunhas de meus esforços, dignaram-se em lhe assinalar; eis a história da minha promoção.
> O objetivo desta carta, Senhor, é o de me fazer conhecido pelo meu novo chefe, e dizer-lhe que pode contar com o meu zelo, meu bom espírito e esforço que eu farei para merecer sua estima e sua confiança.
> Seu nome, Senhor, não me é desconhecido, *sua lembrança é cara a todos os empregados que o conheceu. O Sr diretor [da escola de Châlons] lhe tem uma estima particular.* Senhor Labâte, a quem muito estimo, e com o qual eu mantenho relações, frequentemente me falava *da alta consideração que o Sr duque de La Rochefoucauld tinha pelo seu caráter.*
> Eu me encontro, então, infinitamente feliz, Senhor, de passar às suas ordens. Entretanto, não é sem um sentimento doloroso que eu deixo os alunos que têm me mostrado o mais vivo apego e, especialmente, o Sr Visconde de Boisset que me cobriu de favores.
> Sr Bobillier, mestre de estudos.[19]

[16] Estas informações estão registradas na seção 3.2.4, no final do capítulo 3 desta tese.
[17] [SEANCE PUBLIQUE de la MARNE 1840 b, p. 120].
[18] Pretendo voltar a este ponto um pouco mais adiante, ainda nesta seção.
[19] Châlons, 16 aout 1829.
M. le directeur,
Le ministre vient de récompenser mes services en m'appelant aux fonctions de maître des études à l'école royale d'Angers.

Bobillier menciona três pessoas nessa carta. Um deles é o duque de La Rochefoucauld, que na data da redação da carta, já tinha dois anos de falecido. Os outros dois são ex-diretores da EdA&M de Châlons-sur-Marne cujos períodos de gestão tem interseção com o tempo da primeira temporada de Bobillier ali. Joseph Jean Jacques Labâte (1766-1835), a quem Bobillier "tinha muita afeição", dirigiu a escola de Châlons no período de 1803 a 1824, até aposentar-se. Provavelmente Labâte não frequentava mais a escola cotidianamente após a aposentadoria, mas Bobillier "mantinha relações" com ele, ouvido relatos da amizade entre Billet e La Rochefoucauld. Quanto ao visconde Balthazar Marie Joseph de Boisset (nascido em 1777), que "cobriu Bobillier de favores", sucedeu Labâte na direção da escola de Châlons e permaneceu no posto até agosto de 1830 (o *dia seguinte* da "revolução dos três gloriosos").[20]

Observe o lamento bonito (embora ligeiramente dramático) de Bobillier por deixar a sala de aula e passar a um cargo de gestão. Sair de Châlons causava-lhe um "sentimento doloroso", não apenas por trocar de escola, mas principalmente por "deixar os alunos que lhe mostravam o mais vivo apego". Veremos adiante que no retorno a Châlons, quando ele foi novamente nomeado chefe de estudos, ele insistiu em manter para si a turma da qual ele estava então encarregado.[21]

As (des)nomeações para trabalhar em Angers.

Se o ministro do comércio e da indústria queria apenas "conservar Bobillier nas escolas de artes e ofícios", bastava simplesmente não permitir seu acumulo de função com o colégio real e promovê-lo a chefe de estudos, mantendo-o em Châlons. Então por que

Depuis douze ans, je suis premier professeur à celle de Châlons où j'ai tâche de rendre fructueuse l'instruction que j'ai puisée à l'École Polytechnique. Mes chefs, témoins de mes efforts, ont daigné les signaler ; voila l'histoire de mon avancement.

Le but de cette lettre, Monsieur, est de me faire connaître de mon nouveau chef, et de lui dire qu'il peut compter sur mon zèle, mon bon esprit et les efforts que je ferai pour mériter son estime et sa confiance.

Votre nom, Monsieur, ne m'est point inconnu, *votre mémoire est chère a tous les employés qui vous ont connu. M. le directeur [de l'école de Châlons] a pour vous une estime particulière.* M. Labâte, qui m'affectionne beaucoup, et avec lequel j'ai conservé des relations, m'a souvent entretenu *de la haute idée que M. le duc de La Rochefoucauld avait de votre caractère.*

Je me trouve donc infiniment hereux, Monsieur, de passer sous vos ordres. Toutefois ce n'est pas sans un sentiment pénible que je quitte des élèves qui m'ont témoigné le plus vif attachement, et surtout M. le vicomte de Boisset qui m'a comblé de bienfaits.

M. Bobillier, maître des études.

Documento impresso, preservado em [ARCHIVES NATIONALES DE FRANCE], cota F12 (comércio e indústria), dossiê [F/12/4867].

[20] Essas informações sobre os diretores Lâbate e Boisset estão preservadas em [ARCHIVES NATIONALES DE FRANCE] cota F12 (comércio e industria), dossiês [F/12/5779] e [F/12/5781].

[21] Esta é a seção 7.2.2 mais adiante.

mandá-lo para a escola de Angers?

Como já vimos, a situação da EdA&M de Angers não era boa nos anos finais do reinado de Charles X. Além do diretor Pierre Billet, outro alto funcionário da escola de artes e ofícios também parecia estar *em apuros*. Trata-se do mestre de ensino da escola de Angers, Etienne Robert Gaubert. Gaubert nasceu em Iser em 26 de dezembro de 1796. Ele trabalhou apenas quatro anos nas escolas de artes e ofícios. Nos dois primeiros anos, entre 1825 e 1827, ele foi o 1º professor de matemáticas na EdA&M de Angers. De 1827 a 1829 Gaubert foi alçado ao posto de chefe de estudos. Em 1829 ele deixou a chefia de estudos em Angers e chegou a ser nomeado para o cargo de 1º professor na escola de Châlons. Então ele e Bobillier trocariam de posição reciprocamente. Mas isso não aconteceu. Gaubert não só deixou de ir pra Châlons, como deixou completamente as escolas de artes e ofícios.[22]

Não consegui apurar o que aconteceu para Gaubert ser demitido em tão pouco tempo de serviço. Muito menos porque um outro professor da própria escola de Angers não foi promovido à posição de chefe de estudos ali. Mas o fato é que a ordem do ministro foi a de enviar Bobillier para trabalhar em Angers como chefe de estudos. Chamo a atenção para o fato de essa decisão ministerial ter sido hesitante, e isso parecia estar vinculada a mencionar ou não a demissão de Gaubert nos documentos oficiais.

> Por decisão de 4 de agosto de 1829, Sr Gaubert, mestre de estudos na Escola (de Artes e Ofícios) de Angers foi substituído pelo Sr Bobillier. A execução deste decreto foi suspensa provisoriamente por decisão do ministro em 26 de agosto de 1829. Mais tarde, pelo decreto de abril de 1830, Bobillier foi nomeado definitivamente mestre de estudos em Angers, mas não foi dito que era em substituição à Gaubert.[23]

Uma carta despachada de Angers, de Bobillier para Billet, ex-diretor da EdA&M de Angers, recém aposentado.

Em novembro de 1829, Bobillier finalmente se instalou em Angers, mas já não encontrou mais o diretor Billet por lá. No curto intervalo entre agosto e novembro, Billet foi aposentado e chamado a Paris para prestar esclarecimentos sobre sua gestão à frente da EdA&M de Angers.[24] Bobillier então redige uma segunda carta para Billet

[22] As informações sobre Gaubert podem ser encontradas nos [ARCHIVES NATIONALES DE FRANCE] cota F12 (comércio e industria), dossiês [F/12/5778] e [F/12/5781].

[23] Documento manuscrito, preservado em [ARCHIVES NATIONALES DE FRANCE] cota F12 (comércio e indústria), dossiê [F/12/4867].

[24] Os documentos em que Billet redige sua auto defesa estão preservados em [ARCHIVES NATIONALES DE FRANCE] cota F12 (comércio e indústria), dossiê [F/12/4867].

cujo conteúdo vai transcrito integralmente a seguir:

> Angers, 13 de novembro de 1829.
> Sr diretor,
> Acabei de chegar em Angers, e nada se iguala à minha surpresa do que quando eu soube que o Sr, e a Sra Billet não estavam mais aqui.
> Estando em Paris, eu não me dei ao trabalho de passar em seu hotel, pois estava convencido de que o senhor não estava mais lá. Experimento agora um lamento muito vivo que se volta todo contra mim.
> Eu vi os senhores Prou, Massinot, Biget e o Sr Capelão; mas pra dizer a verdade, não era com eles que eu gostaria de lidar, mas com o senhor, que me conheceu por *honoráveis antecedentes*, o que foi muito na determinação que eu tomei de ir para Angers. Se o senhor não pretende voltar pra cá, eu confesso francamente, a promoção que eu obtive não me é mais conveniente, e o meu plano é desbravar uma nova estrada rumo ao corpo docente. Mas se, ao contrário, eu vier a tê-lo como chefe, convencido que estou de que meu caráter e minhas idéias lhes convirão e concordarão com as suas, então eu não darei nenhum passo, e me considerarei infinitamente feliz.
> Veja bem, Senhor, eu lhe falo de coração aberto. Afim de que a confiança lhe venha mais prontamente, eu lhe peço por favor, consulte o Sr Labâte e peça-lhe informações sobre mim, e transmita-lhe meus lamentos de não ter podido lhe abraçar.
> Por favor, Senhor, responda-me claramente se isto lhe for possível. O senhor com certeza sentirá que eu não estou guiado por uma curiosidade indiscreta; além disso, eu prometo-lhe discrição absoluta; ela é essencial, e o que eu vi aqui em tão pouco tempo, já é suficiente para me deixar atento. *Eu cheguei com uma grande estima pelo senhor, e com a intenção de fazê-la recíproca; enfim, consulte meus antecedentes: é o único e verdadeiro modo de julgar um homem...*
> Sr Bobillier, mestre de estudos.[25]

O que motivou Bobillier a escrever essa carta em de tom tão *dramático*? Talvez Bobillier tenha sido recebido de maneira hostil na nova escola. Lembre-se de que

[25] Angers, 13 novembre 1829.

M. le directeur,

Je viens d'arriver à Angers, et rien n'a égalé mon étonnement lorsque j'ai appris que Monsieur, et Madame Billet ne s'y trouvaient point.

Étant à Paris, je ne me suis pas donné la peine de passer à votre hôtel tant j'étais persuadé que vous n'y étiez plus. J'en éprouve un bien vif regret tout tourne contre moi.

J'ai vu MM. Prou, Massinot, Biget et M. l'Aumonier ; mais à vous dire vrai, ce n'est point à eux que je désirais avoir affaire, mais bien à vous, Monsieur, qui m'êtes connu par d'*honorables antécédents*, et qui avez été pour beaucoup dans la détermination que j'ai prise de me rendre à Angers. Si vous ne devez pas y revenir, je vous l'avoue franchement, l'avancement que j'ai obtenu ne me convient plus, et mon dessein est de me frayer de nouveau une route dans le corps enseignant. Si au contraire je dois vous avoir pour chef, persuadé, que je suis, que mon caractère et mes idées vous conviendront, et s'accorderont avec les vôtres, je ne ferai aucune démarche, et m'estimerai infiniment hereux. Vous le voyez, Monsieur, je vos parle à coeur ouvert. Afin que la confiance vous vienne plus promptement, veuillez, je vous prie, voir M. Labâte, et lui demander des renseignemens sum mon compte, et lui transmettre mes regrets de n'avoir pu l'embrasser.

Veuillez, Monsieur, me répondre nettement, si cela vous est possible. Vous sentirez, à coup-sûr, que je ne sui point guidé par une curiosité indiscrète ; je vous promets au surplus une discrétion absolue ; elle est essentielle, et ce qui j'ai vu ici en fort peu de tempos suffit pour me mettre en garde. *Je suis arrivé avec une grande estime pour vous, et avec l'intention de la rendre réciproque ; enfin consultez mes antécédens : c'est la seule et véritable manière de juger un homme...*

M. Bobillier, maître des études.

Documento impresso, preservado em [ARCHIVES NATIONALES DE FRANCE], cota F12 (comércio e indústria), dossiê [F/12/4867].

ele é um *forasteiro* que já chegou sendo chefe. Talvez os funcionários da EdA&M de Angers tenham feito boicote ao seu trabalho ou sonegado-lhe informações sobre a real situação da escola. Note que parece ser mesmo por falta de informações confiáveis que Bobillier insiste em encontrar Billet para uma conversa privada. Parece que ele quer ser leal ao ex-diretor Billet de Angers, fiando-se nos testemunhos do ex-diretor Labâte de Châlons. Certamente ele não estava se sentindo completamente à vontade na nova escola pois "o que ele viu lá em tão pouco tempo, já foi suficiente para deixá-lo atento".

Em mais uma de suas inconfidências, o orador do discurso obituário de Bobillier resume a passagem dele pela escola de Angers desse modo quase indelicado:

> [Na EdA&M de Angers] os laços de disciplina estavam frouxos, o mal-entendido reinava entre os chefes escolares, por mais de uma vez o Sr. Bobillier teve a necessidade de comprovar sua habilidade ou energia.[26]

Cabe registrar que no tempo em que trabalhou na EdA&M de Angers, Bobillier morava nas dependências da própria escola. Imagina-se quanto devia ser cansativo lidar com os problemas do cotidiano escolar sem poder *sair pra casa* no fim do expediente, já que sua a casa era o seu trabalho.

Bobillier na Guarda Nacional (na seção de Angers).

Passados cerca de sete meses da Bobillier morando em Angers, ocorreu então a insurreição dos "três dias gloriosos" em Paris. No espalhamento da revolução nas regiões provinciais, Bobillier se apresenta como voluntário da Guarda Nacional (na seção de Angers).

O orador do discurso obituário de Bobillier deixa a entender que ele se engajou na Guarda Nacional muito mais desmotivado pela situação institucional na EdA&M de Angers do que por alguma convicção política. Assim, durante um mês Bobillier participa de uma expedição militar contra os *chouans* (isto é, os partidários de Charles X e dos Bourbons nas regiões provinciais do noroeste da França), uma expedição que "não foi livre de perigos, nem foi inglória".[27]

[26] Les liens de la discipline étaient relàchés, la mésintelligence régnait entre les chefs de l'école, M. Bobillier eut plus d'une fois besoin de faire preuve d'adresse ou d'energie. [SEANCE PUBLIQUE de la MARNE 1840 b, p. 120].
[27] [SEANCE PUBLIQUE de la MARNE 1840 b, p. 120].

7.1.3 Um novo tempo para a Escola de Artes e Ofícios de Angers.

Passada a instabilidade nacional que agitou o ano de 1830, e após a adaptação inicial do rei Louis Philippe no trono francês, pouco a pouco as escolas de artes e ofícios puderam também gozar de um período mais pacífico. Como está dito em outro ponto deste trabalho,[28] sob a liderança do ministro Thiers, as escolas de artes e ofícios passaram por uma reorganização no início da Monarquia de Julho, seguida de uma expansão antes do fim do reinado de Louis Philippe.

Charles Dauban, o novo diretor da EdA&M de Angers.

Em fevereiro de 1831, um novo diretor para a EdA&M de Angers foi nomeado: trata-se de Charles Dauban. Ele nasceu em Paris em 24 de junho de 1790 e foi aluno da EdA&M de Châlons nos primeiros anos da escola. Imediatamente após "concluir" os estudos, se tornou um dos professores-fundadores da escola de Beaupréau/Angers, onde trabalhou de 1811 a 1816. Na sequência, ele trabalhou no prestigioso Colégio Real Henri IV (de Paris) de 1817 até 1830. Ali ele exerceu sucessivamente as funções de mestre de estudos, repetidor de matemáticas, censor, subdiretor e professor de matemáticas. Dauban volta à EdA&M de Angers em 1831 apadrinhado pelo rei Louis Philippe. O rei entronizado em 1830 lhe tinha estima, pois as crianças da família real tinham estudado no Colégio Henri IV na época em que Dauban foi subdiretor e professor ali. Dauban permaneceu como diretor da EdA&M durante toda a Monarquia de Julho, e em 1849 fez jus ao seu direito de aposentadoria.[29]

Redação do *Curso de Geometria*.

Provavelmente, na gestão de Dauban, Bobillier teve sossego e incentivo suficiente para dedicar-se à execução de um projeto institucional e pessoal: a redação da primeira versão do seu livro didático *Curso de Geometria*. Digo projeto *institucional*, porque os professores de matemáticas das EdA&M recebiam encomendas dos seus diretores para redigir seus cursos.[30] Mas também considero que a redação do *Curso de Geometria* seja um projeto *pessoal* de Bobilier, já que essa disciplina sempre foi o seu tema

[28] Estudamos na seção 3.1.1 desta tese uma breve histórico das escolas de artes e ofícios até a primeira metade do século dezenove.

[29] Algumas informações sobre Dauban podem ser encontradas em [GUETTIER 1865, p. 147]. Também nos [ARCHIVES NATIONALES DE FRANCE] cota F12 (comércio e industria), dossiês [F/12/5778] e [F/12/5781].

[30] Voltaremos a esse ponto mais adiante, na seção 7.2.1.

favorito de pesquisas.

Embora a primeira versão do *Curso de Geometria* tenha sido redigida em Angers, sua publicação (em edição manuscrita litografada) aconteceu apenas em 1832, quando ele já tinha retornado a Châlons.[31] Estudaremos essa edição (e outras) do *Curso de Geometria* oportunamente, por hora basta anotar que na primeira página do livro encontramos a seguinte dedicatória: "*Curso de Geometria* para uso dos alunos da Escola Real de Artes e Ofícios de Angers. Dedicado ao Sr. Dauban, diretor deste estabelecimento."[32]

Considerações finais sobre a temporada de Bobillier em Angers.

Além das duas cartas dirigidas ao diretor Billet e dos documentos ministeriais arquivados em Paris, não consegui reunir maiores ou mais interessantes informações sobre a passagem de Bobillier por Angers. Quero registrar, porém, o quanto essas cartas são preciosas, pois são os únicos documentos *mais pessoais* de Bobillier que consegui obter na pesquisa documental levantada para a redação desta biografia. Por documentos *mais pessoais*, aqui, entenda-se aqueles em que pude inferir impressões ou sentimentos do protagonista, a partir de um registro deixado pelo próprio.[33]

É certo que não haveria mesmo informações sobre turmas e disciplinas, por exemplo, já que na EdA&M de Angers, Bobillier foi apenas chefe de estudos. Observo que dentre as atribuições de um chefe de estudos não constava a tarefa de lecionar.[34] E finalmente, o fato de ele ter redigido a primeira versão do seu *Curso de Geometria* enquanto esteve ali, mostra que a instável temporada de Bobillier em Angers não foi de todo improdutiva.

[31] Esse precioso manuscrito encontra-se preservado integralmente em [ARCHIVES DÉPARTEMENTALES DE LA MARNE], setor biblioteca, cota [H/BIB/10711].

[32] O *Curso de Geometria* e os demais textos didáticos escritos na década de 1830 são estudados no próximo capítulo desta tese.

[33] Eu presumo que a preservação dessas cartas em bom estado deve-se ao fato de estarem encaixadas no dossiê dedicado a Billet nos Arquivos Nacionais (em Paris) que, como informei antes, é um dossiê volumoso e bem organizado.

[34] As atribuições gerais de um chefe de estudos para as escolas de artes e ofícios estão descritas na seção 3.1.2 desta tese.

7.2 A segunda temporada de Bobillier na cidade de Châlons-sur-Marne (1832-1840).

Quando Bobillier deixou a EdA&M de Châlons no final de 1829, a gestão era do visconde de Boisset, que nas palavras de André Guettier, foi um diretor "pouco simpático aos alunos, e que desapareceu da Escola, sem deixar atrás de si, nem lamentos nem lembranças."[35] No *dia seguinte* aos "três gloriosos", foi nomeado o general Maurice Louis de Saint Remy, que dirigiu a escola até outubro de 1832. De novo é André Guettier que dá as falas sobre Saint Remy, "um digno e excelente homem", que apenas teve o azar de "vincular seu nome [à escola] num período de agitação de um efeito moral deplorável sobre a situação da escola."[36]

7.2.1 As condições da volta de Bobiller a Châlons-sur-Marne.

Enquanto Bobillier estava na sua temporada em Angers, o diretor Saint Remy teve sucessivos problemas de preenchimento completo no quadro de vagas dos professores de matemáticas em Châlons. Conforme foi dito antes, o posto de 1º professor em Châlons, que ficou vazio na saída de Bobillier, deveria ter sido preenchido por Gaubert, com quem ele trocaria de posição reciprocamente ao assumir a chefia de estudos em Angers. Mas isso não aconteceu. Selado o "decreto de abril de 1830" confirmando Bobillier como mestre de estudos na EdA&M de Angers, decidiu-se por promover, em Châlons, Jules Gascheau na posição de 1º professor de matemáticas. Daí, no ano letivo de 1830 os professores de matemáticas em Châlons, em ordem, são os seguintes: Jules Gascheau, Malhère, Mosnier, Véret, Gicquel e Faron. Acontece porém que Malhère foi dispensado da escola em janeiro de 1831, por ter sido contratado para trabalhar na Universidade. Num rearranjo feito provisoriamente, o chefe de oficina Joseph Carrier foi levado à posição de segundo professor de matemáticas.[37]

Ao longo do ano de 1831, o general de Saint Remy trocou correspondências com o ministro Thiers dando conta do problema que era ficar sem professores devidamente qualificados nas primeiras posições. Numa correspondência ministerial de 11 de junho

[35] M. de Boisset, qui fut peu sympathique aux élèves, et qui disparut de l'École, ne laissant après lui ni regrets ni souvenirs. [GUETTIER 1865, p. 105].

[36] General Saint-Remy, digne et excellent homme, d'ailleurs, qui n'attacha son nom qu'à une période d'agitation d'um effet moral déplorable sur la situation de l'École. [GUETTIER 1865, p. 105].

[37] Todos os professores mencionados nesse parágrafo, bem como algumas dessa informações, já aparecem de antemão na seção 3.2.2 desta tese. A confirmação de Jules Gascheau na posição de 1º professor está registrada num documento manuscrito preservado em [ARCHIVES NATIONALES DE FRANCE] cota F12 (comércio e indústria), dossiê [F/12/4878].

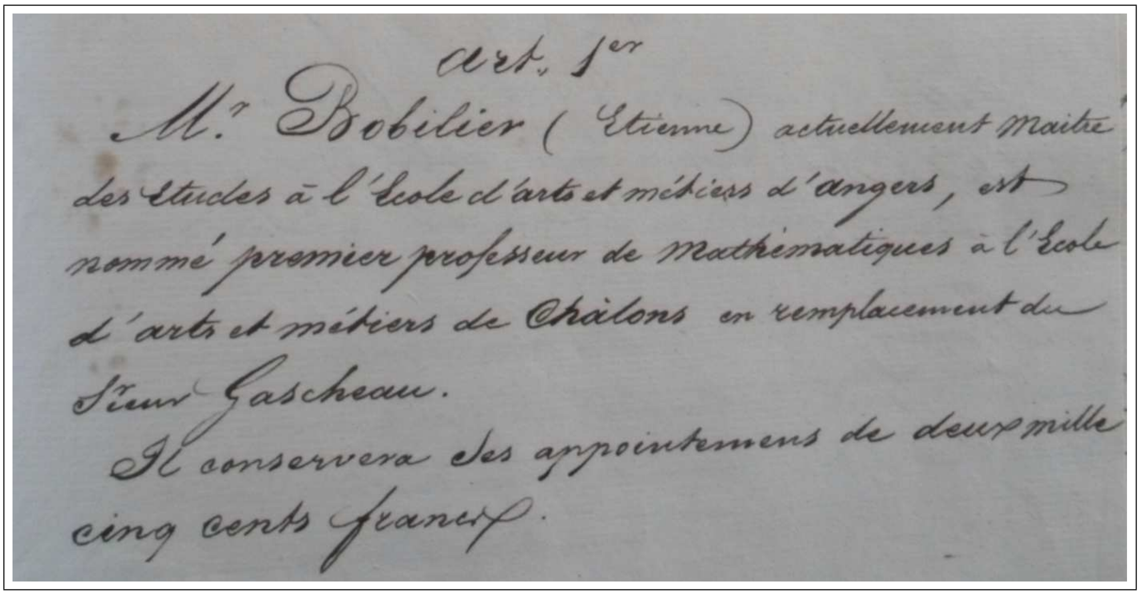
de 1831, Saint Remy comenta que os primeiros professores devem saber ensinar não apenas matemática, mas também noções de física e de química. Ele informa ao ministro que quando Malhère chegou, Bobillier era o 1º professor em Châlons e que com sua "superioridade incontestável" lecionava esses conteúdos, e também mecânica industrial, na classe dos veteranos. Por fim, ele disse ao ministro que o arranjo com Carrier no lugar de Malhère era apenas uma solução provisória.[38] Essa "solução provisória" persistiu por pouco mais de um ano, até que por um golpe do acaso o posto de 2º professor de matemáticas em Châlons vagou de novo, pois o professor Carrier veio a falecer.

Por outro lado, na reforma geral das escolas de artes e ofícios promovida pelo ministro Thiers em 1832, o posto de "chefe de estudos" foi suprimido. As atribuições dessa função são delegadas ao "chefe de trabalhos" que agora passa a se chamar "chefe de trabalhos e estudos". Essa supressão afetou as duas escolas, e portanto, Bobillier deveria deixar seu cargo de chefia. É certo que Bobillier poderia ter ocupado a nova posição em Angers (com muito mais tarefas), entretanto, decidiu-se por enviá-lo de volta a Châlons. A supressão do seu posto de chefia numa escola e a ausência de professores qualificados em outra foram acontecimentos que se encaixaram como uma mão se encaixa numa luva.

Assim, em 25 de setembro de 1832 é publicado um decreto ministerial com ordem de preenchimento das duas primeiras vagas de professores da EdA&M de Châlons. No primeiro artigo ordena-se isso: "Sr Bobillier (Etienne), atualmente mestre de estudos na Escola de artes e ofícios de Angers, está nomeado primeiro professor de matemáticas na Escola de artes e ofícios de Châlons, substituindo Sr Gascheau. Ele conservará os apontamentos de dois mil e quinhentos francos". No segundo, a ordem é que Jules Gascheau assuma a vaga de 2º professor, substituindo Joseph Aimé Carrier recém falecido, também conservando o seu salário que essa altura é uma cifra de dois mil francos. A figura 7.2 mostra um trecho deste decreto ministerial.[39]

[38] Esta carta (manuscrita) está preservada em [ARCHIVES DÉPARTEMENTALES DE LA MARNE], série 1T (fundos da escola), dossiê [1/T/2043].

[39] Para melhor clareza do documento, não mostro o decreto ministerial inteiro, mas apenas o trecho referente a Bobillier. Este decreto é um documento manuscrito preservado em [ARCHIVES DÉPARTEMENTALES DE LA MARNE], série 1T (fundos da escola), dossiê [1/T/2083]. O decreto é reproduzido integralmente no livro de controle interno dos funcionários da EdA&M de Châlons, outro documento manuscrito preservado no mesmo Arquivo Departamental de la Marne, sob a série 1T (fundos da escola), dossiê [1/T/2052].



Art. 1er
Mr Bobilier (Etienne) actuellement Maître
des Etudes à l'école d'arts et métiers d'angers, est
nommé premier professeur de Mathématiques à l'Ecole
d'arts et métiers de Châlons en remplacement du
Sieur Gascheau.
Il conservera ses appointemens de deux mille
cinq cents francs.

Figura 7.2: Decreto ministerial de 25 de setembro de 1832.

Vincent, diretor da EdA&M de Châlons.

Na continuação da renovação dos quadros dirigentes das escolas de artes e ofícios nos primeiros anos da Monarquia de Julho, em outubro de 1832 chega para dirigir a EdA&M de Châlons o engenheiro naval Jean Antoine AzaVincent (1793-1853). Nascido em Marseille, Vincent foi aluno da Escola Politécnica da promoção X1811. Exerceu por certo tempo sua atividade engenharia naval, até ser nomeado diretor da EdA&M de Châlons. Durante sua gestão de seis anos, ele morou nos alojamentos da escola. Em 1838 deixou a EdA&M para entrar no serviço da marinha. Mesmo após sai do direção, Vincent permaneceu vinculado à escola na função de inspetor geral e eventualmente ainda era convidado à EdA&M para exercer atividades de examinador externo na distribuição anual de prêmios.[40]

Retomada das atividades cotidianas na EdA&M de Châlons (1832-1834).

Novembro de 1832. Estando a escola de Châlons com diretor novo e com a lista de seis professores de matemáticas preenchida, Bobillier retoma suas atividades habituais enquanto primeiro professor.

Um primeiro ajuste a ser feito é decidir em qual folha de pagamento o salário

[40] As informações iniciais sobre Vincent podem ser encontradas nos [ARCHIVES NATIONALES DE FRANCE] cota F12 (comércio e industria), dossiês [F/12/5779] e [F/12/5781]. Vários comentários (quase sempre elogiosos) sobre a gestão de Vincent aparecem em [GUETTIER 1865] ou em [DAY 1991].

de outubro deveria ser pago. Após consulta do diretor Vincent, para "saber se o Sr Bobillier deve ser pago pela Escola de Angers ou pela de Châlons referente ao mês de outubro, o ministério autoriza pagá-lo em Châlons".[41] Esse pequeno documento permite inferir que a mudança efetiva de endereço de Bobillier, no seu retorno, deve ter acontecido em outubro de 1832. Outro evento de reinserção de Bobillier no cotidiano escolar acontece em novembro. Ele e outro professor são convocados para participar como suplentes na reunião mensal dos conselhos da EdA&M de Châlons. Assim, naquele mês Bobillier deliberou no Conselho de Oficinas e Alphonse Faron no Conselho de Despensa.[42]

Em 1833 os seis professores de matemáticas continuam sendo, pela ordem, Étienne Bobillier, Jules Gascheau, Benoit Mosnier, Alexandre Véret, Octave Marie Gicquel e Alphonse Faron. As mesmas tabelas 3.1, 3.2 e 3.3, que num capítulo anterior serviram para ilustrar a rotina escolar semanal dos alunos das escolas de artes e ofícios, agora servem para nos mostrar as turmas de cada um dos seis professores da EdA&M de Châlons.[43] Faron tem duas turmas na 3ª divisão. Gicquel também tem duas turmas, mas uma na 3ª e outra na 2ª divisão. Mosnier e Véret lecionam para os alunos 2ª divisão, cada um com uma turma. Jules Gascheau tem uma turma na 1ª divisão. Quanto a Bobillier, ele está na turma dos veteranos, lecionando disciplinas distintas em dias alternados: física e química nas 2as, 4as e 6as feiras, e matemática nas 3as, 5as e sábados.

Uma convocação do diretor da EdA&M de Châlons (1833).

Nos Arquivos Departamentais de Marne (em Châlons) encontram-se depositados vários livros de registros das ordens publicadas pelos diretores da EdA&M de Châlons. Essas ordens versam sobre diversos assuntos tais como: informes de recepção ou transferências de funcionários de uma unidade para outra da rede de escolas de artes e ofícios, premiações ou punições de alunos conforme o caso, nomeação de professores chefes de estudos ou de oficinas, etc. No livro que abrange o período de 1830 a 1858, encontramos uma convocação do diretor Vincent aos professores de matemática para

[41] Correspondência ministerial preservada em [ARCHIVES DÉPARTEMENTALES DE LA MARNE], série 1T (fundos da escola), dossiê [1/T/2052].

[42] Esta convocação é um documento manuscrito preservado em [ARCHIVES DÉPARTEMENTALES DE LA MARNE], série 1T (fundos da escola), dossiê [1/T/2083]. A função dos conselhos das escolas de artes e ofícios e as condições de participação de professores em alguns deles estão informadas na seção 3.1.2 deste trabalho.

[43] Essas tabelas aparecem na seção 3.1.2 e são transcrições de documentos preservados em [ARCHIVES DÉPARTEMENTALES DE LA MARNE], série 1T (fundos da escola), dossiê [1/T/2046].

tratar de assuntos do cotidiano escolar. A fotografia da figura 7.3 mostra o trecho que vai transcrito/traduzido abaixo:

> Reunião dos professores de matemáticas com o diretor para discutir, 1º a redação de um livro contendo as lições para as três divisões. 2º uniformização do modo de colocar as notas e as respostas dos alunos. 3º maneiras de acelerar o progresso dos alunos que estão atrasados, seja por meio de classes suplementares, seja fazendo com que os exames aconteçam durante as horas de estudo, chamando esses alunos [aos exames] um de cada vez. 08 de abril de 1833.[44]

Observa-se que no item 1º o diretor encomenda textos didáticos aos professores de sua escola. Na mesma escola de Châlons, numa gestão anterior, há um testemunho explícito de livro encomendado, e que pode ser lido, por exemplo, na apresentação do *Tratado de superfícies regradas*, de Gabriel Gascheau.[45] Essa prática de encomendar manuais didáticos aos professores não era exclusividade das escolas de artes e ofícios. A Escola Politécnica mesmo, por exemplo, também exigia isso de seus professores.

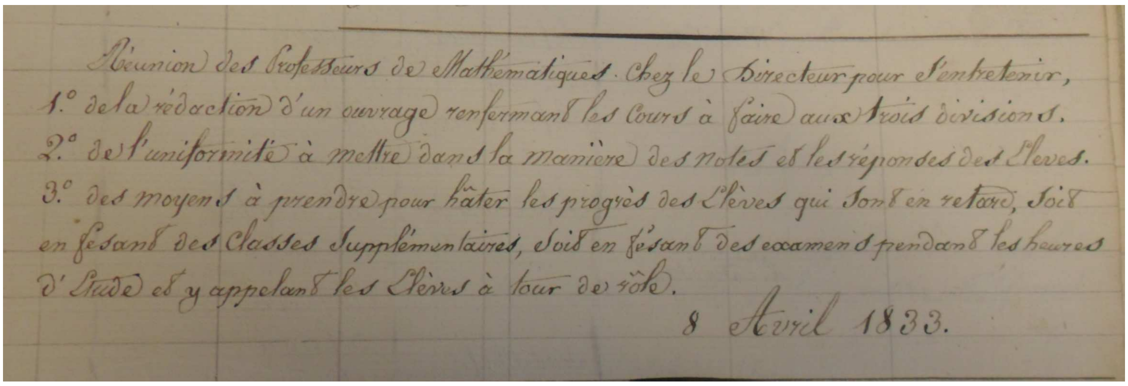

Réunion des Professeurs de Mathématiques chez le Directeur pour s'entretenir,
1.° de la rédaction d'un ouvrage renfermant les Cours à faire aux trois divisions.
2.° de l'uniformité à mettre dans la manière des notes et les réponses des Elèves.
3.° des moyens à prendre pour hâter les progrès des Elèves qui sont en retard, soit
en fesant des classes supplémentaires, soit en fesant des examens pendant les heures
d'Etude et y appelant les Elèves à tour de rôle.
8 Avril 1833.

Figura 7.3: Em 08 de abril de 1833, o diretor da EdA&M de Châlons-sur-Marne convoca os professores de matemática para uma reunião.

Quanto a essa convocação do diretor Vincent feita em 1833, pelo menos três professores atenderam-na logo nos anos seguintes. Gicquel, o 5º professor, redigiu um *Curso de Geometria* em 1834 e na folha de rosto do seu livro informa explicitamente que o texto é uma resposta à demanda do diretor: "*Curso de Geometria.* Feito pelo Sr O. M. Gicquel, professor na escola real de artes e ofícios de Châlons; redigido

[44] Rèunion des professeurs de Mathématiques chez le Directeur pour s'entretenir, 1º de la rédaction d'un ovrage renfermant les cours à faire aux trois divisions. 2º de l'uniformité à mettre dans la manière des notes et les reponses des Eleves. 3º des moyens à prendre pour hâter les progrès des Elèves qui sont en retard, soit en fesant des classes supplémentaires, soit en fesant des examens pendant les heures d'Etude et y appelant les Elèves à tour de rôle. 8 Avril 1833.

Livro manuscrito depositado em [ARCHIVES DÉPARTEMENTALES DE LA MARNE], série 1T (fundos da escola), dossiê [1/T/2046].

[45] Confira a seção 3.2.4 desta tese.

sumariamente à convite do senhor diretor Vincent. Dedicado a seus alunos."[46] Os outros autores de textos didáticos foram Véret e Faron, 4º e 6º professores respectivamente. Eles atenderam ao diretor redigindo juntos um *Curso de Aritmética*, cuja segunda edição estava sob prensa em 1837.[47]

Publicações do *Curso de Geometria* na década de 1830.

Bobillier também atendeu a uma convocação semelhante a essa, poucos anos antes, ao redigir o seu *Curso de Geometria* em Angers.

Um livro cujo tema fosse geometria era um projeto antigo de Bobillier, da época de sua primeira temporada em Châlons. Sabe-se disso, pois quando o editor Adolphe Quetelet da *Correspondência Matemática e Física* fez a avalição crítica dos *Princípios de Álgebra* em 1827, ele acrescentou de passagem essa informação: "Numa carta privada que este hábil professor [Bobillier] achou por bem de me enviar, ele anuncia a publicação para breve de um *Tratado puramente sintético de seções cônicas*."[48] Infelizmente o tal *Tratado puramente sintético de seções cônicas* jamais chegou a ser apresentado. Entretanto, há um tratamento elementar das seções cônicas na 3ª edição do *Curso de Geometria*. Em edições posteriores do mesmo livro, esse tratamento das cônicas é feito de maneira bastante atualizada e compatível com as pesquisas empreendidas por Bobillier.[49]

A primeira edição do *Curso de Geometria* foi publicada em manuscrito litografado e impresso em Châlons-sur-Marne em 1832. A segunda e a terceira edições saíram quando o autor ainda estava vivo, respectivamente em 1834 e 1837. A 3ª edição também foi publicada em manuscrito litografado e impresso em Châlons-sur-Marne. Enquanto que a 1ª edição foi dedicada a Charles Dauban, o diretor da EdA&M de Angers, dessa vez a 3ª edição é dedicada ao diretor Vincent como se lê na contracapa:

[46] *Cours de Géométrie.* Faire par M. O. M. Gicquel, professeur à l'école royale d'arts et métiers de Châlons ; redigé sommairement à l'invitation de Monsieur le Director Vincent. Dedié a ses Eléves. [GICQUEL 1834, p.1] em [ARCHIVES DÉPARTEMENTALES DE LA MARNE], biblioteca, cota [H/BIB/10702].

[47] O *Curso de Geometria* de Gicquel é apresentado e comentado na seção 8.2.2 deste trabalho, quando é comparado com o *Curso de Geometria* de Bobillier de 1832. Quanto ao *Curso de Aritmética* de Véret e Faron, confira a transcrição e a tradução do anúncio da figura I.3, no apêndice I.

[48] Dans une lettre particulière que cet habile professeur a bien voulu nous adresser, il annonce la publication prochaine d'un *Traité purement synthétique des sections coniques.* [CORRESPONDANCE MATHÉMATIQUE et PHYSIQUE 1827 b, p. 259].

[49] O *Curso de Geometria* (seu conteúdo, a evolução das edições, uma comparação com produtos semelhantes, etc) é o tema principal do próximo capítulo deste trabalho. Adianto que da 4ª edição em diante, as publicações são todas póstumas, mas mesmo assim sofrem modificações. Acrescento ainda que o *Curso de Geometria* chegou a alcançar 15 edições, sendo republicado até pelo menos 1880 (quarenta anos depois da morte do autor).

"Ao senhor A. Vincent, ex-aluno da Escola Politécnica, Oficial da Legião de Honra, Diretor da Escola Real de Artes e Ofícios de Châlons-sur-Marne, Engenheiro da Marinha, etc etc. Homenagem do autor E. E. Bobillier, ex-aluno da Escola Politécnica."

7.2.2 Ampliação das atividades docentes e profissionais de Bobiller.

No ano de 1833, Bobillier finalmente assume uma vaga no Colégio Real de Châlons-sur-Marne, na turma de *matemáticas especiais*. Lembramos que a solicitação dele (e a autorização do ministro) para assumir tal vaga tinha ocorrido entre o fim de 1828 e meados de 1829. Esse novo posto de trabalho ele acumula com a posição de professor da EdA&M.

Bobillier, professor de *matemáticas especiais* no Colégio Real de Châlons (1833-1840).

É bom registrar outra vez que ser professor de um Colégio Real era algo mais prestigioso do que lecionar numa EdA&M, isto porque o perfil dos alunos em cada escola é marcadamente diferente. Por um lado, as escolas de artes e ofícios eram "destinadas às crianças que queriam ser bons operários".[50] Por outro lado os Colégios Reais continham, entre outras coisas, as classes preparatórias para acessar as chamadas *grandes escolas* de nível superior (como por exemplo, a Escola Politécnica de Paris), o que se enquadra com precisão num sistema de formação para os filhos da burguesias provinciais emergentes.

Os currículos das duas escolas também eram diferentes. Como está dito em outros trechos deste trabalho,[51] os conteúdos lecionados nas classes de *matemáticas especiais* eram mais amplos e mais complexos do que os reservados às escolas de artes e ofícios. Sobretudo porque o concurso de entrada na Escola Politécnica ainda era um dos mais disputados pelos rapazes de toda França, e esse concurso era fortemente baseado em matemática.

Ao levar em consideração as inconfidências do orador do discurso obituário de Bobillier, esse posto de professor no Colégio Real (ou seja, na Universidade) é uma *realização de um sonho* para o protagonista desta tese. Este orador já tinha dito que "Bobillier não via futuro nas escolas de artes e ofícios" e que ele "queria entrar na Universidade". Agora ele completa dizendo que

[50] [EUVRARD 1895, p. 3].

[51] Confira, por exemplo, as seções 2.2.1 e 3.1.1 desta tese.

> O ensino de matemáticas especiais que [Bobillier] professava no colégio, agradava-lhe muito. Isso lhe parecia uma recreação. É o que ele me disse vinte vezes quando a gente voltava juntos das nossas turmas noturnas; e que, cansado eu mesmo, admirava a força desse homem indomável.[52]

Aproveito a citação acima e abro um parêntesis no assunto que estamos tratando, para chamar a atenção para uma informação que se captura indiretamente ali. É a relação entre Bobillier e o verborrágico orador do discurso obituário. Pelo modo como ele se pronuncia aqui, tudo indica que era um funcionário no mesmo Colégio Real de Châlons, bem como companheiro cotidiano de viagem de Bobillier após o fim do expediente escolar. Sobre a possível identidade deste nosso informante privilegiado, voltaremos mais adiante.[53]

O jovem Eugène Catalan, professor de matemática em Châlons-sur-Marne, colega de Bobillier.

Um professor de matemática a ser destacado no Colégio Real de Châlons-sur-Marne é Eugène Catalan (1814-1894), que ainda em vida tornou-se um matemático reconhecido pelos seus pares.

Eugène Charles Catalan nasceu na Bélgica, mas foi criado em Paris desde os 11 anos de idade. Ele foi aluno da Escola Politécnica na turma X1833. Em 1835, e por um curto período, foi professor no Colégio Real de Châlons-sur-Marne, onde foi colega de Étienne Bobillier. Essa foi a primeira escola na carreira do jovem Catalan. Na continuação de suas atividades docentes, Catalan teve uma carreira docente movimentada, sendo admitido e demitido em várias escolas diferentes, devido aos seus polêmicos engajamentos políticos. Entre as escolas pelas quais passou, foi repetidor de geodésias e máquinas e examinador de admissão na Escola Politécnica entre 1838 e 1843. Publicou vários artigos em teoria dos números, sua principal área de pesquisa e na qual ele é ainda hoje lembrado. Publicou também em geometria diferencial e em equações diferenciais. A maioria dos seus textos apareceu no *Journal de Liouville*.

Um fato interessante, e mais diretamente relacionado a Bobillier, é que seu ex-colega Catalan enviou o resumo de um artigo sobre integração, em 1840, para o

[52] L'enseignement des mathématiques spéciales qu'il professait au collége, plaisait beaucoup à M. Bobillier. Cela lui semblait un délassement. C'est ce qu'il m'a dit vingt fois lorsque nous revenions ensemble de nos classes du soir ; et que, fatigué moi-même, j'admirais la force de cet homme indomptable. [SEANCE PUBLIQUE de la MARNE 1840 b, p. 121].

[53] Uma hipótese sobre quem seja o orador do discurso obituário é levantada na seção 9.3.1 desta tese.

jornal local de Châlons-sur-Marne. Eram os primeiros anos da carreira acadêmica de Catalan em Paris. O texto de Catalan teve Bobillier como parecerista. Provavelmente este foi um dos últimos trabalhos de Bobillier em matemáticas, antes de vir a falecer.

A redação de textos didáticos na década de 1830.

Na década de 1830, além do *Curso de Geometria*, Bobillier redigiu (ou pelo menos planejou redigir) outros quatro textos didáticos: um de física-geométrica, um de físico-química e dois manuais didáticos de assuntos mais técnicos.[54] O orador do discurso obituário de Bobillier (provavelmente com certa dose de exagero dramático) relata-nos o modo estranho como ele concretizava seus livros somente após concebê-los: "Bobillier tinha a cabeça tão bem organizada que lhe era fácil abarcar toda uma ciência de vez só, sem fazer nenhuma anotação; ele só pegava a pluma quando sua obra estava inteiramente elaborada."[55]

Esse modo estranho de redigir seus textos acabou atrapalhando Bobillier de concluir um livro mais ambicioso que os demais. Trata-se de um texto que se chamaria *As leis geométricas do movimento*. Esse livro, do qual sobraram apenas alguns fragmentos, talvez não fosse planejado para ser um manual didático elementar, mas um tratado de pesquisa. O professor da Escola de Artes e Ofícios de Châlons planejava, através desse texto, sair do isolamento provincial. Ou pelo menos, tornar-se mais conhecido pelos matemáticos parisienses da Academia de Ciências:

> Quando a morte veio lhe surpreender, [Bobillier] meditava sobre *as leis geométricas da fsica*, um trabalho da maior importância. Ele via nisso uma lacuna, e queria preenchê-la. Este estudo lhe favorecia; estava a ponto de possuí-lo completamente, embora, segundo seu costume, ele ainda não tivesse nada escrito. Ele se propunha de apresentar esse trabalho à Academia de Ciências, ou seja, ele tinha a nobre ambição de ver abrir-se diante dele as portas do Instituto.[56]

Apenas à título de informação, os poucos fragmentos existentes deste livro não realizado foram incorporados ao *Curso de Geometria* à partir da 3ª edição (de 1837).

Nem esse livro e nem os outros três textos da década de 1830 lograram sucesso

[54] A apresentação destes textos é feita na seção 8.1.1 desta tese.

[55] [Bobillier] avait la tête si bien organisée qu'il lui était facile d'embrasser toute une science à la fois, sans prendre aucune note; il ne prenait la plume que lorsque son oeuvre était entiérement élaborée. [SEANCE PUBLIQUE de la MARNE 1840 b, pp. 121-122].

[56] Lorsque le mort est venue le surprendre, il méditait sur *les lois géométriques du mouvement*, un travail de la plus grande importance. Il voyait là une lacune, et voulait la combler. Cette étude lui souriait ; était sur le point de la posséder complètement, quoique, selon son habitude, il n'eût encore rien écrit. Il se proposait de présenter ce travail à l'Académie des Sciences ; c'est vous dire qu'il avait la noble ambition de voir s'ouvrir devant lui les portes de l'Institut. [SEANCE PUBLIQUE de la MARNE 1840 b, p. 122].

editorial. Na posteridade de Bobillier restaram apenas o *Princípios de Álgebra* (de 1825/1827) e o *Curso de Geometria* (de 1832/1837) como os seus textos didáticos mais amplamente difundidos e com sucessivas impressões (e reimpressões).

No ano de 1865, vinte e cinco anos depois da morte de Bobillier, André Guettier (o ex-aluno das escolas de artes e ofícios que redigiu uma história da instituição) comenta que seu ex-professor era habilidoso em teoria, que foi autor de livros didáticos que prestaram serviço aos estudos, e que, em grande parte, esses livros ainda eram utilizados nessas escolas. E mais, que "Bobillier deixou obras elementares que são modelos de concisão bastante preciosa em matéria semelhante. Sua geometria e sua álgebra, entre outros, podem ser alistados entre os livros clássicos a serem adotados para as escolas industriais."[57]

Bobillier, um professor que "lançava" estudantes provinciais para as grandes escolas francesas da capital.

Ainda sobre a atuação docente de Bobillier em Châlons, o orador do discurso obituário informa que ele era um homem "bom, generoso e prestativo" no dia-a-dia e no ambiente de trabalho. Ele estava sempre disposto a interromper suas atividades para receber qualquer pessoa que o procurasse para pedir conselhos, ajudas, carta de recomendação, etc. Em particular, ele dava esse tipo de atendimento a muitos de seus ex-alunos.[58] Além disso, Bobillier foi lembrado em dois depoimentos por ser um professor que "catapultava" rapazes chalonenses, seus alunos, para as grandes escolas de ensino superior em Paris e adjacências.

Num depoimento, em seu obituário publicado em 1840, o orador comenta entusiasmadamente os bons resultados de Bobillier como professor de *matemáticas especiais* no Colégio Real da cidade. "Sabe-se que imensos sucessos ele obteve ali. Poucos colégios reais oferecem resultados semelhantes."[59] Em alguns anos (entre 1833 e 1840), oito alunos de Colégio Real de Châlons foram recebidos na Escola Politécnica de Paris. Outros tantos foram recebidos na também prestigiosa Escola Militar de Saint-Cyr. Esta escola superior criada em 1802 por Napoleão Bonaparte, e que ao longo de todo o século dezenove esteve localizada na cidade de Yvelines (bem próxima a Paris e a Versalhes), oferecia aos seus alunos uma formação em engenharia militar.

[57] M. Bobillier a laissé des ouvrages élémentaires qui sont des modèles de concision très-précieuse en pareille matière. Sa géométrie et son algèbre, entre autres, peuvent être rangées parmi les livres classiques à adopter pour les Écoles industrielles. [GUETTIER 1865, pp. 108-109].

[58] [SEANCE PUBLIQUE de la MARNE 1840 b, p. 123].

[59] On sait quels immenses succès il y a obtenus. Peu de colléges royaux offrent de semblables résultats. [SEANCE PUBLIQUE de la MARNE 1840 b, p. 121].

Em outro depoimento, na sua *História das Escolas Imperiais de Artes e Ofícios* de 1865, André Guettier relata-nos que os sucessos de Bobillier na EdA&M.

> Tão erudito quanto modesto, devotado ao seu ensino que ele colocava acima de todas as coisas, Sr Bobillier tinha todos os elementos para se constituir um professor fora de série. Ex-aluno da Escola Politécnica, sua tendência era de catapultar rumo a essa Escola os alunos nos quais ele reconhecia a inteligência e o saber. (...) Ele fez receber, de 1832 a 1836, vários destes alunos que, hoje em dia, nas pontes e calçadas, na engenharia ou na artilharia ocupam posições importantes e gozam de uma consideração merecida.[60]

Docência e chefia na EdA&M de Châlons (1834-1840).

Além da atuação como professor, Bobillier exerceu alguns cargos de chefia na sua segunda temporada na EdA&M de Châlons-sur-Marne.

Em 26 de setembro de 1834, Étienne Bobillier é nomeado chefe adjunto de trabalhos e estudos na escola de Châlons. Note que Bobillier não era o titular nessa função de chefia e, portanto, suas tarefas não deveriam ser tão numerosas. Assim sendo, mesmo com a responsabilidade de chefia adjunta, ele não abriu mão de continuar lecionando suas disciplinas específicas e avançadas na turma dos veteranos (da 1ª divisão). Nesta posição de chefia adjunta, Bobillier teve um aumento salarial de 12%, passando de 2500 para 2800 francos.[61]

Note também que esse é o período em que, como já está dito em outro ponto deste trabalho, as atividades de "chefe de trabalho" e de "chefe de estudos" estão fundidas (por ordem do governo) numa única função. Na posição de titular da chefia de trabalhos e de estudos estava Benoit Theodore Mosnier, aquele que na década de 1820 era o 3º professor de matemáticas. Mosnier permaneceu na função de chefe de trabalhos e estudos de 1834 a 1838, após o que foi alçado à posição de diretor da EdA&M de Châlons em substituição à gestão de Vincent. Como diretor, trabalhou de 1838 até sua aposentadoria em 1846.

Em 1838 a função de "chefe de trabalhos e estudos" volta a se desdobrar em duas, e consequentemente o posto de chefe de estudos é reestabelecido nas EdA&M.

---

[60] Aussi savant que modeste, dévoué à son enseignement qu'il mettait au dessus de toutes choses, M. Bobillier avait tous les éléments pour constituer un professeur hors ligne. Ancien élève de l'École Polytechnique, sa tendance était de pousser vers cette École les élèves chez lesquels il reconnaissait de l'intelligence et du savoir. (...) Il fit recevoir, de 1832 à 1836, plusieurs de ces élèves qui, aujourd'hui, dans les ponts et chaussées, dans le génie ou dans l'artillerie occupent des positions importantes et jouissent d'une considération méritée. [GUETTIER 1865, pp. 108-109].

[61] [ARCHIVES DÉPARTEMENTALES DE LA MARNE], série 1T (fundos da escola), dossiês [1/T/2052] e [1/T/2085].

Daí, em 16 de agosto daquele ano, Bobillier é nomeado para esse posto. Agora o seu aumento salarial chegou ao valor máximo que ele angariou na EdA&M, um aporte de 3000 francos mensais.[62] A essa altura de sua carreira, Bobillier já acumulava uma experiência profissional de vinte anos nas escolas de artes e ofícios, e mais a chefia em Angers e a chefia adjunta em Châlons. Parece razoável, portanto, que a escolha para essa função recém (re)criada tenha recaído sobre ele.

Lembramos que quando ele teve de ir para Angers, seu grande lamento foi *deixar a sala de aula*, que ao que parece, era uma tarefa que lhe agradava mais do que a gestão. Dessa vez, ele conserva uma parte dos cursos do qual estava encarregado, segundo sua própria vontade.[63] O nosso indiscreto e principal informante, o orador do discurso obituário, revela que essa escolha não foi prudente para a vida pessoal de Bobillier. A sobrecarga de trabalho acarretou no agravamento dos problemas de saúde que ele já tinha começado a apresentar desde 1836. Sua chefia desde 1838, sua carreira desde 1818, como de resto sua própria vida, tudo cessou com sua morte em março de 1840.[64]

7.2.3 Por que Bobillier não publicou novas pesquisas matemáticas originais na década de 1830?

Como está dito em outros pontos deste trabalho,[65] a produção matemática original de Bobillier, quase toda restrita ao intervalo de tempo de 1826 a 1830, é interrompida subitamente e sem maiores explicações públicas. Trata-se de um fato estranho que, após quatro anos de intensa atividade em pesquisas, o geômetra Étienne Bobillier tenha *silenciado*, justamente quando ele já está bem estabelecido e reconhecido na comunidade matemática de sua geração. Sendo assim, é legitimo se perguntar o porquê disso ter acontecido. A documentação levantada para a pesquisa e a redação deste trabalho não dá essa resposta diretamente. Resta-nos, portanto, tentar levantar algumas hipóteses.

[62] [ARCHIVES DÉPARTEMENTALES DE LA MARNE], série 1T (fundos da escola), dossiê [1/T/2089].

[63] [SEANCE PUBLIQUE de la MARNE 1840 b, pp. 120-121].

[64] Alguns eventos dos últimos anos de vida de Bobillier (como por exemplo, sua doença, seu casamento e sua morte) são narradas no capítulo 9 desta tese.

[65] Confira, por exemplo, o final do capítulo 1 (na apresentação da estrutura desta tese), ou ainda as introduções do capítulo 3 (que trata da primeira temporada de Bobillier em Châlons) e do capítulo 4 (que dá uma ampla visão geral das suas pesquisas).

Por que Bobillier não publicou novas pesquisas matemáticas originais na década de 1830?

Uma resposta possível é que ele se sentiu *preso* às escolas de artes e ofícios. Demorou muito tempo entre seu pedido, a autorização e a efetiva execução de sua entrada na Universidade. Enquanto isso não acontecia, é possível que ele tenha ficado decepcionado, e por causa disso parou de publicar novidades. Já que as chances de entrar na Universidade não pareciam realizáveis, talvez ele achasse que não precisava mais mostrar produtividade acadêmica com pesquisa original.

Depois lhe foi concedido trabalhar numa escola que aparentemente lhe agradava (um colégio real na Universidade). Isso provocou uma *ampliação* na atividade docente, e não uma *mudança* nela. Observamos que as duas escolas, embora de tipos diferentes, não eram escolas de ensino superior. A produção matemática mais próxima desse tipo atividade profissional seria de textos didáticos e não de pesquisas originais.

Claro que as duas produções poderiam ser conciliáveis, mas acrescenta-se à dupla carreira docente de Bobillier outras responsabilidades para além do ensino: as diversas chefias de estudos (titular e adjunta) nas escolas de artes e ofícios. É bem possível que esse montante de responsabilidades lhe obrigavam a abrir mão de outras atividades, nas quais pode-se incluir, por exemplo, as pesquisas em geometria.

Mais uma hipótese para que as pesquisas de Bobillier tenham encerrado está simplesmente no fato da geometria de situação do fim dos anos 1820, enquanto área de pesquisa, aparentemente ter-se *esgotado* antes mesmo de começar os anos 1830. Não que as investigações de Bobillier versassem exclusivamente sobre esse tema, mas esse filão foi onde ele mais se engajou. Como já foi visto antes nessa tese, quando foi estudada a rede de textos em torno da geometria de situação,[66] comentou-se a desaparição súbita dessa rubrica editorial nos *Annales de Gergonne*, bem como dos textos da rede, após o volume 19 do periódico (que cobria o período de julho de 1828 a junho de 1929).

Finalmente, uma hipótese que não contraria as anteriores, é que após o encerramento dos *Annales de Gergonne*, a circulação de periódico especializado em matemática de ponta tenha ficado prejudicada nas regiões provinciais (o que inclui a cidade de Châlons-sur-Marne). Lembro aos leitores desta tese que o último volume dos *Annales* (o número 22) apareceu em 1831 e o primeiro volume do *Journal de Liouville* só apareceu em 1836. No contexto geral, foi um hiato de cinco anos sem

[66] Confira a seção 5.5.2 desta tese.

publicação especializada em matemáticas na França. Num contexto particular, em 1836 Bobillier já estava comprometido com outras atividades: sua carreira estava dividida entre duas escolas bem diferentes (a EdA&M e o Colégio Real) e sua saúde já começava a declinar com a doença que o derrotou quatro anos depois.

1832: o ano em que Chasles "mata" Bobillier.

Uma informação curiosa e significatica. O ano de 1832 é a data em que Chasles *mata* Bobillier. Dito mais claramente, em 1870 Michel Chasles publica um livro intitulado *Relatório Sobre os Progressos da Geometria*. Em seu livro, Chasles informa incorretamente a data da morte de Bobillier como tendo sido em 1832.[67] Essa *morte* tem um significado. Tomando Chasles como um representante típico do segmento dos *matemáticos profissionais* naquela geração, o sumiço do pesquisador-Bobillier só se explica pela morte do homem-Bobillier. Vê-se aqui que, já naquela época, *não aparecer* é praticamente *não ser*.[68]

[67] Esse erro será replicado em vários textos de história da matemática até ser finalmente corrigido pelo historiador Jean Itard cerca de uma centena de anos depois.

[68] Curiosamente, e talvez não por acaso, no idioma francês costuma-se usar a expressão *Fulano desapareceu em...* significando *Fulano faleceu em...*

Capítulo 8

O *Curso de Geometria* e outros textos didáticos de Étienne Bobillier da década de 1830.

A segunda temporada de Bobillier em Châlons-sur-Marne foi marcada por um deslocamento do tipo de sua produção matemática escrita. Se na Châlons anterior a Angers, a produção dele era muito maior em artigos de pesquisa; na Châlons posterior a Angers, sua produção é mais concentrada na elaboração e sofisticação dos seus cursos e textos didáticos.

Ao longo da preparação deste trabalho, consegui apurar a existência de seis cursos escritos por Étienne Bobillier para seus alunos, embora nem todos tenham sido impressos integralmente. Apenas dois desses textos, o de álgebra e o de geometria, foram publicados e alcançaram diversas edições. Quanto aos demais cursos, um deles foi encontrado em manuscrito completo, mas jamais impresso. Um segundo permaneceu inacabado, mas alguns fragmentos foram inseridos no texto publicado de geometria. Por fim, dois cursos parecem estar perdidos e suas existências são informadas por indicações indiretas em outro documento.

Neste capítulo é feita uma breve apresentação geral dos textos didáticos redigidos por Bobillier na década de 1830.[1] Muito especialmente, fixa-se as atenções no *Curso de Geometria*, que foi o maior sucesso editorial de Bobillier, um livro que alcançou diversas edições em até quarenta anos depois da sua morte. Para este importante livro na carreira docente do protagonista desta tese, é dado um panorama geral das

[1] Trata-se da seção 8.1.1.

sucessivas edições e da evolução da obra.[2] A seguir, são analisados mais detalhadamente o primeiro e o último *Curso de Geometria*, na expectativa de comparar os dois produtos.[3] Finalmente, são inseridos na discussão deste capítulo dois outros manuais didáticos de geometria, de autoria de outros autores, mas ainda dirigidos a alunos de artes e ofícios. Ao analisá-los comparativamente com a primeira e a última edição do *Curso de Geometria* de Bobillier, pretende-se saber qual eram, exatamente, as geometrias ensinadas nas escolas de artes e ofícios de Châlons e de Angers na primeira metade do século dezenove.[4]

Informo ainda que o outro livro impresso de Bobillier, o *Princípios de Álgebra*, redigido na década de 1820, já foi apresentado no capítulo que narra a primeira temporada do autor em Châlons.[5]

8.1 Os livros e as edições.

O principal livro didático redigido por Bobillier é o *Curso de Geometria*. Esse livro foi bem sucedido, alcançando 15 edições em quase cinco décadas (de 1832 a 1880). Além deste livro, pelo menos mais quatro textos didáticos foram produzidos por Bobillier em sua segunda temporada em Châlons-sur-Marne. Nas próximas seções veremos que textos são esses.

8.1.1 Cursos e manuais escritos na década de 1830.

Nesta seção, apresento sumariamente a produção didática de Bobillier entre 1832 e 1837. Temos a primeira edição do *Curso de Geometria* e um curso de física-geométrica inacabado, cujos trechos prontos foram incorporados às edições posteriores do *Curso de Geometria*. Temos ainda um curso inédito de físico-química e dois cursos de caráter mais técnicos e que infelizmente ainda estão *perdidos*.

A primeira edição do *Curso de Geometria* (1832).

Embora tenha sido redigido em Angers, a primeira edição do *Curso de Geometria* aparece publicada efetivamente em 1832 em Châlons-sur-Marne. Essa edição apresenta um título aumentado de *Curso de geometria para uso dos alunos da escola*

[2] Esta é a seção 8.1.2.
[3] Esse estudo está na seção 8.2.1.
[4] Esta é a seção 8.2.2 deste capítulo.
[5] O livro de álgebra de Bobillier é apresentado en seção 3.2.3 desta tese.

real de artes e ofícios de Angers. Esse livro foi publicado manuscrito e litografado, e contém 84 páginas no formato in-4º.[6] Tive acesso e obtive uma cópia autorizada desse livro nos Arquivos Departamentais de Marne (na cidade de Châlons), onde ele está depositado.[7]

Mais adiante volto a falar desta primeira edição do *Curso de Geometria.*[8] Por ora adianto que a geometria contida ali é bastante *clássica*, no sentido de manter-se ainda vinculada às tradições euclidianas. Neste livro não há inserção de temas ou de métodos modernos que enriqueceram a geometria a partir do século dezessete, e nem os sucessos alcançados pelos geômetras do início do século dezenove.[9]

Um livro inédito: a *Teoria do Calor* (1835).

O texto *Teoria do Calor* é um curso de Bobillier nunca estudado, comentado ou mesmo mencionado por nenhum outro estudioso dos seus trabalhos. O único a referir-se a esse texto, e mesmo assim só ao título, é o orador do discurso obituário, quando publica no jornal regional de Châlons em 1840 uma primeira lista das obras completas de Bobillier. Trata-se de um curso de físico-química de pouco mais de 150 páginas, jamais impresso, edição única, litografado em Châlons-sur-Marne em 1835. Eu encontrei esse manuscrito (até então *perdido*) depositado nos Arquivos Departamentais de la Marne (na cidade Châlons), onde obtive uma cópia autorizada.[10]

Eu não tenho formação em química que seja suficiente para avaliar plenamente o conteúdo ali contido. Mas acredito que *Teoria do Calor* é um precioso documento aos interessados em história da química (e de seu ensino) por pelo menos dois motivos. Primeiro porque Bobillier evoca em diversas passagens desse livro os trabalhos e resultados do seu ex-professor na Escola Politécnica, Gay Lussac, que é um célebre físico-químico na história das ciências. Segundo, porque o trabalho de Bobillier é escrito sob a perspectiva da teoria do *calórico*, um conceito químico que já não é mais usado nas teorias científicas de hoje em dia, mas que foi motivo de debates e controvérsia na passagem do século dezoito para o século dezenove.[11]

[6] O formato in-4º tem as dimensões de uma folha de papel A4: 210mm por 297mm.
[7] [ARCHIVES DÉPARTEMENTALES DE LA MARNE], série biblioteca, cota dossiês [H/BIB/10711].
[8] Veremos detalhes da estrutura e do conteúdo do primeiro *Curso de Geometria* na seção 8.2.1.
[9] Para uma imagem, bem como a transcrição e a tradução da primeira página do *Curso de Geometria* de 1832, consulte a figura I.1 que está no apendice I.
[10] [ARCHIVES DÉPARTEMENTALES DE LA MARNE], série biblioteca, cota [H/BIB/2249].
[11] Há uma imagem da primeira página da *Teoria do Calor* na figura I.2, no apêndice I. Ali também se lê a transcrição e a tradução desta página.

Um livro inacabado: ***As Leis Geométricas do Movimento*** **($\sim$ 1837).**

Esse texto é um livro inacabado de Bobillier, segundo informa o orador do seu discurso obituário: "Quando a morte veio à surpreendê-lo, [Bobillier] meditava sobre *as leis geométricas do movimento*, um trabalho da maior importância. Ele via nisso uma lacuna e queria preenchê-la."[12] Alguns trechos desse trabalho que já estavam prontos até 1837, foram inseridos pelo próprio autor na terceira edição do seu *Curso de Geometria*.[13]

Dois livros "perdidos" ($\sim$ 1837).

Há dois textos que nunca foram sequer mencionados por nenhum outro estudioso dos trabalhos de Bobillier. Um deles chama-se *Máquinas à Vapor* e o outro é *Resistência de Madeiras e Metais*. No entanto, só tenho a lamentar que esses dois cursos estejam perdidos até agora. É interessante destacar o título desses dois cursos. Eles permitem inferir que tratam-se de textos com conteúdo bem mais prático/aplicado do que teórico/científico, ou seja, um conteúdo compatível com o que se espera de uma escola de artes e ofícios.

A única informação disponível sobre esses cursos está num anúncio na contracapa da edição de 1837 do *Curso de Geometria*. O anúncio alista as obras publicadas pela Escola de Artes e Ofícios de Châlons-sur-Marne naquele ano e informa que esses dois cursos estão *sob prensa*. Pode-se deduzir que Bobillier realmente os escreveu. Ou pelo menos que informou ao editor dos cursos da EdA&M de Châlons as suas pretensões de escrevê-los. Após a informação de que estavam sob prensa, não consegui obter mais nenhuma outra informação sobre esses cursos e muito menos os próprios textos.[14]

8.1.2 As diversas edições do *Curso de Geometria*.

Como já foi informado antes, o *Curso de Geometria* de Bobillier teve pelo menos 15 edições entre 1832 e 1880. Tive acesso a oito dessas edições. A primeira edição (1832) é manuscrita e tem 84 páginas. A seguir, acessei a 3ª edição (1837), manuscrita,

[12] Lorsque le mort est venue le surprendre, il méditait sur *les lois géométriques du mouvement*, un travail de la plus grande importance. Il voyait là une lacune, et voulait la combler. [SEANCE PUBLIQUE de la MARNE 1840 b, p. 122].

[13] Esse trecho (bem como outros inseridos na passagem da 1ª para a 3ª edição do *Curso de Geometria*) é visivelmente mais sofisticado do que os conteúdos *ingênuos* que aparecem no livro de 1832. Voltaremos a essa discussão na seção 8.2.1.

[14] O anúncio desses livros pode ser conferido na figura I.3 que está no apêndice I, acompanhada de sua transcrição e tradução.

litografada em Châlons, última edição com o autor ainda vivo. Acessei ainda as edições póstumas e impressas em Paris: 10ª (1850), 11ª (1857) e 12ª (1861). Apesar das semelhanças, as cinco edições apontadas acima têm algumas diferenças fundamentais, tanto na forma quanto no conteúdo. Por fim, acessei ainda as edições 13ª (1865), 14ª (1870) e 15ª (1880), que não diferem em nada da edição de 1861.

Há outras sete edições que não consegui acessar. Começando pela 2ª (1834) publicada enquanto o autor ainda estava vivo. Após sua morte seguem-se a 4ª (1841) e a 9ª (1849). Por fim, para as edições 5ª, 6ª, 7ª e 8ª, não consegui sequer apurar as datas de publicação.

Uma comparação simples entre as diversas edições que eu pude acessar é suficiente para perceber que elas sofrem modificações de *estrutura*, de *tamanho* e de *conteúdo* ao longo do tempo. Por *estrutura* entenda-se a organização geral dos conteúdos em partes, seções, subseções, capítulos e parágrafos. Por *tamanho* quero dizer não somente da quantidade de páginas que há nos livros, mas também da quantidade de elementos que aparecem neles (tais como proposições, exercícios, figuras, etc). Finalmente, por *conteúdo* entenda-se os assuntos e as geometrias que são abordadas nos referidos livros. As modificações no conteúdo dizem respeito, sobretudo, ao acréscimo ou supressão ou ainda reacréscimo, etc, de trechos do livro que trata daquilo que o geômetra Michel Chasles apelidou de "geometria moderna".[15]

Por fim, em face dessas informações, duas perguntas saltam imediatamente aos olhos: quem interferiu nos conteúdos do *Curso de Geometria* em suas edições póstumas? E com que interesse isso foi feito? Embora essa seja uma investigação relevante, até onde eu pude apurar para a redação desta tese, não encontrei as respostas.

A terceira edição (1837).

A terceira edição do *Curso de Geometria* é significativa porque foi a última publicada com Bobillier ainda vivo. Trata-se ainda de um texto manuscrito, mas impresso de forma litografada, e com 236 páginas (no formato in-4°), publicado em Châlons-sur-Marne. Tive acesso e obtive uma cópia autorizada dessa edição rara que está depositada nos "fundos antigos" da Biblioteca Nacional de França (em Paris).[16]

[15] Voltaremos à questão da "geometria moderna" de maneira mais precisa no início da parte 8.2 deste capítulo.

[16] Este livro está disponível gratuitamente a partir do site *Gallica* desde julho de 2012, quando eu mesmo, pessoalmente, solicitei o serviço de cópia digital autorizada e a sua disponibilização *on line*. O custo dessa prestação de serviço por parte dos conservadores dos arquivos da BNF ficou por minha própria conta.

Nesta edição já se percebe o acréscimo de bastante conteúdo por comparação com a primeira edição. Particularmente, aparecem ali trechos dedicados aos estudos de curvas cônicas, incluindo alguns resultados que aparecem nos seus artigos de pesquisa publicados na década anterior. Observe que essas mudanças são feitas ainda em vida do Bobillier, justamente no período em que ele deixa de ser professor apenas na Escolas de Artes e Ofícios e passa a ser professor também no Colégio Real de Châlons. Essa atualização do livro e esses acréscimos de conteúdos parecem ser consequência direta da ampliação do público estudantil do professor Bobillier. Esse público agora incluia os *gadzarts* e os filhos da burguesia provincial, candidatos às *grandes escolas* parisienses.

A edição parisiense (1850).

Dentre as publicações póstumas do *Curso de Geometria*, temos a importante e misteriosa décima edição, de 1850. A importância está em que ela foi a primeira edição parisiense, isto é, foi a primeira em que o livro deixa de ser publicado na província e passa a ser publicado e distribuído por um grande livreiro na capital. O mistério é que nesta edição eu identifique que vários conteúdos de geometria *moderna* que constavam na terceira edição foram completamente suprimidos aqui.[17]

Sobre a publicação e distribuição do *Curso de Geometria* de Bobillier a partir de um livreiro parisiense, creio que isso contribuiu para tornar um pouco mais ampla a circulação do livro. Apenas a título de ilustração, tomo o exemplo do leitor Michel Chasles. Foi exatamente essa edição parisiense, a décima, que o geômetra da Faculdade de Ciências de Paris usou para referendar alguns resultados mostrados no seu verbete dedicado a Bobillier no *Relatório sobre os progressos da geometria* de 1870. Além do mais, a edição parisiense também contribuiu para fixar a imagem de Bobillier como alguém ligado às escolas de artes e ofícios provinciais. Observe que na menção de Chasles em seu *Relatório*, a frase que aparece ali diz exatamente assim: "Esta obra, escrita para as *Escolas de artes e ofícios*, onde Bobillier era professor de mecânica, é bastante bem feita."[18]

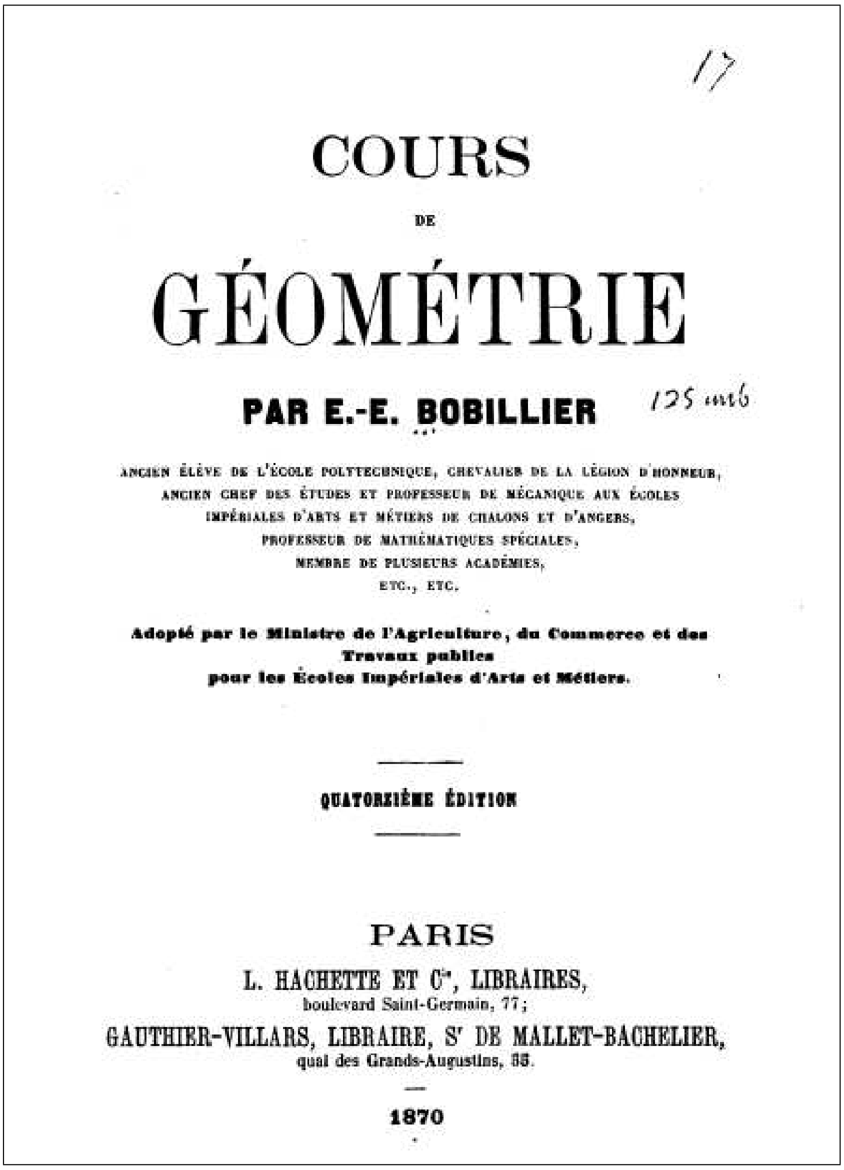
Quanto às ausências de conteúdos observadas na passagem da terceira edição para a décima, elas restam, para mim, inexplicáveis. Entretanto cabe registrar que as edições póstumas seguintes vão pouco a pouco sendo reacrescentadas do que já

[17] A décima edição do *Curso de Geometria* também está disponível gratuitamente a partir do site *Gallica* desde julho de 2012. Este serviço foi encomendado e custeado por mim, no mesmo momento em que encomendei a disponibilização da terceira edição.

[18] Cet ouvrage, écrit pour les *Écoles d'arts et métiers*, où Bobillier était professeur de Mécanique est fort bien fait. [CHASLES 1870, p. 67].

existia em 1837 e que foi suprimido em 1850.

Outras edições póstumas e impressas em Paris são a 11ª (1857) e a 12ª (1861). E mais as edições 13ª (1865), 14ª (1870) e 15ª (1880), que não tem mais nada de diferente em relação à 12ª edição. Dito mais claramente, a décima segunda edição pode ser considerada como a *definitiva* já que é a última a sofrer modificações de conteúdo, estrutura e quantidade de páginas.



17

COURS

DE

GÉOMÉTRIE

PAR E.-E. BOBILLIER

125 mb

ANCIEN ÉLÈVE DE L'ÉCOLE POLYTECHNIQUE, CHEVALIER DE LA LÉGION D'HONNEUR,
ANCIEN CHEF DES ÉTUDES ET PROFESSEUR DE MÉCANIQUE AUX ÉCOLES
IMPÉRIALES D'ARTS ET MÉTIERS DE CHALONS ET D'ANGERS,
PROFESSEUR DE MATHÉMATIQUES SPÉCIALES,
MEMBRE DE PLUSIEURS ACADÉMIES,
ETC., ETC.

Adopté par le Ministre de l'Agriculture, du Commerce et des Travaux publics pour les Écoles Impériales d'Arts et Métiers.

QUATORZIÈME ÉDITION

PARIS
L. HACHETTE ET Cie, LIBRAIRES,
boulevard Saint-Germain, 77;
GAUTHIER-VILLARS, LIBRAIRE, Sr DE MALLET-BACHELIER,
quai des Grands-Augustins, 55.

1870

Figura 8.1: Folha de rosto da 14ª edicão do *Curso de Geometria* (1870).

A décima quarta edição (1870).

Para efeitos de estudo nessa tese, tomei a 14ª edição como representante da *edição definitiva*, mesmo que a última edição a ter sofrido modificações tenha sido a 12ª.

Essa escolha faço por motivos práticos. Primeiro, simplesmente porque a 14ª edição é a mais fácil de ser encontrada na *internet* em sites que disponibilizam livros.[19] Segundo, porque esta foi a primeira edição que obtive e a que mais manuseei ao longo da preparação desta tese.[20] Uma imagem da folha de rosto da edição de 1870 aparece na figura 8.1.

Mais adiante volto a falar mais detalhadamente desta décima-quarta edição do *Curso de Geometria* destacando alguns de seus aspectos inovadores, na expectativa de compará-la com a primeira.[21] Entretanto já adianto que a geometria contida ali vai da *clássica* à *moderna*, no sentido de inserir temas ou métodos praticados pelos geômetras a partir do século dezessete, e principalmente a geometria atualizada do início do século dezenove. Informo também que todas as seções do *Apêndice* da edição definitiva (onde se concentra a maioria das novidades) já aparecem na 3ª edição, ainda que não completamente em detalhes. Essas seções que aparecem reunidas e anexadas no fim do livro da 14ª edição, lá na 3ª aparecem espalhadas no corpo do texto principal, alocadas nas posições em que, digamos, *deveriam estar*. Assim, a 3ª tem aparentemente o mesmo conteúdo (embora não o mesmo detalhamento) que a edição definitiva tem, apenas fora da ordem.

A tabela 8.1 destaca algumas das edições que acessei, indicado em cada uma a principal característica.

Edição	**Ano**	**Cidade**	**Observações**
1ª	1832	Châlons	Edição manuscrita redigida em Angers e publicada em Châlons
3ª	1837	Châlons	Última edição com o autor ainda vivo
10ª	1850	Paris	Primeira edição parisiense
12ª	1861	Paris	Edição "definitiva", isto é, a última a sofrer modificações ou aumentos
14ª	1870	Paris	Edição mais facilmente encontrada disponível na *internet*

Tabela 8.1: Algumas edições do *Curso de Geometria*.

[19] Essa edição pode ser baixada da internet em formato PDF em sites oficiais que disponibilizam livros antigos, como por exemplo o *Gallica*. Também é bem fácil encontrá-la em sites populares de buscas colocando as chaves de procura mais óbvias, como "Cours de Géométrie, Bobillier, PDF" por exemplo.

[20] A menos que seja dito explicitamente o contrário, em contextos bem específicos, todas as referências ao *Curso de Geometria* feitas nessa tese são tomadas na 14ª edição e indicadas por [BOBILLIER G].

[21] A estrutura e o conteúdo da edição definitiva do *Curso de Geometria*, bem como suas novidades e seus destaques são estudados na seção 8.2.1 deste capítulo.

O *Curso de Geometria* no Rio de Janeiro.

Como informação final desta seção, quero registrar que atualmente há pelo menos dois volumes do *Curso de Geometria* de Bobillier em bibliotecas da cidade do Rio de Janeiro. Considerando-se a dificuldade de encontrar as impressões originais deste livro até mesmo nas bibliotecas francesas do século vinte-e-um, trata-se realmente de algo notável que a antiga capital imperial brasileira guarde essa raridade do século dezenove.

Um dos volumes está no Real Gabinete Português de Leitura, uma biblioteca pública fundada em 1837 e localizada no bairro da Praça Tiradentes. Ali encontra-se um volume da 9ª edição (de 1849). O outro volume está depositado na Biblioteca de Obras Raras, no Centro de Tecnologia da Universidade Federal do Rio de Janeiro. Trata-se de um volume da 13ª edição (de 1865). Observo que a Biblioteca de Obras Raras do CT/UFRJ conserva o antigo acervo da Escola Politécnica do Rio de Janeiro, fundada em 1810 pelo governo do Príncipe Regente dom João VI. Esse acervo é majoritariamente de obras científicas dos séculos dezoito ao vinte, e em idioma francês. A Escola Politécnica brasileira, por sua vez, atualmente é um departamento da mesma Universidade Federal do Rio de Janeiro.[22]

8.2 O primeiro e o último *Curso de Geometria*.

Na próxima seção acompanharemos a *evolução* do *Curso de Geometria* da primeira edição à última. Pretendo mostrar que o conteúdo do primeiro livro, que a princípio trata de uma geometria mais clássica, pouco a pouco passa a englobar também uma geometria moderna. Para começar a discussão, é bom registrar que as palavras *clássica* e *moderna* não aparecem no texto de Bobillier, mas são utilizadas por mim para dar uma idéia geral do conteúdo e das modificações do livro. Então agora cabe a pergunta: neste caso, o que é *clássico* e o que é *moderno*?

O apelido de "geometria moderna" para os temas tratados no início do século dezenove foi inventado por Michel Chasles. Para ele, as geometrias, quanto aos métodos, são classificadas como "análise aplicada" (o que hoje chamaríamos de geometria analítica) e "geometria pura" (a princípio, a geometria sintética). A geometria pura, por sua vez, é dividida ainda em dois grupos: a "geometria antiga" e a "geometria moderna". Chasles inclui em geometria antiga tanto a geometria clássica

[22] Um breve histórico do Real Gabinete Português de Leitura e da Escola Politécnica do Rio de Janeiro podem ser obtidos nos sites oficiais das referidas instituições.

dos gregos, quanto a geometria das considerações infinitesimais (o que chamaríamos hoje em dia de geometria diferencial). Já o que ele chama de geometria moderna é uma mistura de técnicas inventadas (ou resgatadas) nos primeiros anos do século dezenove, e que teve entre seus criadores o próprio Chasles, além de Bobillier, entre outros: involuções, elementos ideais, pontos e retas no infinito, pontos e retas complexos, princípio da continuidade, teoria das projeções, teoria das polares recíprocas, transformações de figuras, etc.[23]

Inspirado em Chasles, e modificando ligeiramente suas concepções, estabeleço o que significa clássico e moderno na análise que vem a seguir. Para mim, a geometria dos antigos restringe-se à geometria dos gregos cujo padrão de referência são os *Elementos* de Euclides. No contexto desta tese, isso é o que pretendo chamar de *geometria clássica*. Já o que pretendo chamar de *geometria moderna* contém o que Chasles assim o designou, mas eu incluo aí a geometria das considerações infinitesimais e a geometria dos sistemas de coordenadas, ambas praticadas sistematicamente pelos matemáticos à partir do século dezessete.

8.2.1 O *Curso de Geometria* de Bobillier: comparação entre a primeira edição (1832) e a 14ª edição (1870).

No que se segue, pretendo comparar a primeira edição do *Curso de Geometria* com a última.[24] A primeira diferença óbvia é que a primeira edição é curta, contendo 84 páginas manuscritas. Em contrapartida a última edição é bem mais volumosa, contendo 403 páginas de texto impresso (sem contar folha de rosto e índice). Porém a comparação que pretendo fazer vai além disso, embora ainda comece pelo item *tamanho*.

Comparação de "tamanho" entre o primeiro e o último *Curso de Geometria*.

Nas duas edições, a exposição geral das matemáticas nos parágrafos numerados segue um esquema tradicional: definições seguidas de teoremas, suas demonstrações e corolários, eventuais observações e eventuais exercícios propostos. Dentre os ele-

[23] Para mais detalhes sobre as concepções disciplinares de Chasles, principalmente essa que separa a geometria entre "a moderna" e "a dos antigos", confira o seu *Relatório sobre os progressos da geometria*. [CHASLES 1870, pp. 4-5; 375-381].

[24] Lembro que da 12ª até a 15ª edições, são todas iguais entre si, lembro também que estou tomando a 14ª edição (publicada em 1870) como a edição *definitiva* nesta seção do trabalho, por ser a mais comumente acessível a qualquer pessoa interessada em ler o livro de Bobillier. Finalmente, mesmo estando bem consciente da existência da 15ª edição (de 1880), eventualmente chamo a 14ª edição de *última* ao longo do texto, sem me considerar impreciso por causa disso.

mentos que compõem o texto, pretendo contar os seguintes: as definições iniciais, as proposições principais (teoremas ou problemas), os enunciados consequentes, os exercícios propostos e as figuras. Os termos "Proposição", "Teorema" e "Problema" são definidos e empregados pelo próprio Bobillier. Os demais são termos que escolhi para melhor identificar ou agrupar certos elementos. A tabela 8.2 informa a quantidade desses elementos contidos na primeira e na última edição do *Curso de Geometria*.

	1ª edição (1832)	**14ª edição (1870)**
Definições	124	$124 + 130 = 254$
Proposições / Teoremas	202	$202 + 140 = 342$
Proposições / Problemas	87	$87 + 43 = 130$
Enunciados consequentes	98	$98 + 203 = 301$
Exercícios propostos	Não há	45
Figuras	Cerca de 500	Cerca de 1190

Tabela 8.2: Os "tamanhos" das duas edições do *Curso de Geometria*.

Para começar, tanto na edição de 1832 quanto na de 1870, cada parágrafo alista inicialmente as *definições* que ainda não foram introduzidas até então e que serão necessárias para a teoria ali exposta. Essas definições aparecem quase sempre numeradas em algarismos romanos. Cada definição numerada pode conter as definições de vários objetos, estritamente falando. Todas as definições que aparecerem sob uma única numeração são contadas na tabela 8.2 como se fosse uma definição só. A primeira definição do livro de 1832 é "a *geometria* é uma ciência que tem por objeto a medida do espaço" e a última é "dois sólidos são *equivalentes* quando eles contém o mesmo número de unidades de volume". De uma definição a outra, o livro encerra um total de 124. Na edição de 1870, a primeira definição é "o *espaço* é a extensão imensa na qual todos os corpos da natureza estão colocados" e as últimas explicam o que é uma reciprocidade polar e o que é potência de um ponto em relação a uma circunferência. Esta edição contém 254 definições.

Ao longo do texto, outras definições podem surgir. O caso mais comum é de um objeto novo cuja existência aparece em decorrência de um teorema ou de uma demonstração. Então imediatamente após a demonstração, esse objeto ganha um *nome*. Essas definições, digamos, *consequentes*, não foram computadas na tabela 8.2. A maioria dessas definições consequentes aparece sob uma rubrica que o autor chama de "Escólio" (sobre a qual falarei mais adiante).

Em cada seção, feitas as definições o autor passa às *proposições* que também aparecem em listas numeradas (em algarismos arábicos). Após escrever o número da proposição, e antes de enunciá-la, Bobillier classifica-a em "Teorema", "Lema", "Recíproca" ou "Problema". É o próprio autor que esclarece na introdução a diferença entre as classificações.

> **I.** Um *teorema* é uma verdade que se torna evidente por meio de uma série de arrazoados que se chama *demonstração.* O *enunciado* de um teorema compreende sempre uma *suposição* e uma *conclusão.* **II.** Um *problema* é uma questão proposta que exige uma resposta denominada *solução.* (...) **III.** Um *lema* é uma verdade pouco saliente, que serve para estabelecer um teorema ou resolver um problema. **IV.** Dá-se indistintamente o nome de *proposição* aos teoremas, lemas e problemas.[25]

Cada teorema ou problema vem seguido de sua demonstração ou solução, conforme o caso. Na contagem de elementos que aparece na tabela 8.2, reuni na linha "Proposições/Teoremas" aquelas que o autor chamou de "Proposição/Teorema", "Proposição/Recíproca" ou "Proposição/Lema". O número desses elementos no livro de 1832 é 202, e esse número passa para 342 no livro de 1870. Quanto ao número de problemas, que na primeira edição é de 87, isso aumenta em mais 43 até a última edição.

Após cada demonstração ou solução, podem aparecer outros enunciados não numerados. Quase todos esses enunciados aparecem sob as nomenclaturas de "Recíproca", "Corolário" ou "Escólio". Na contagem desses enunciados, eu considero quase exclusivamente o que Bobillier denomina de "Corolário" ou "Recíproca", denominando esse agrupamento como *enunciados consequentes.* Mais uma vez, é o próprio autor que esclarece na introdução o significado dessas nomenclaturas:

> Uma *recíproca* é uma proposição inversa de outra, de sorte que, no enunciado, a conclusão toma o lugar de suposição e a suposição o da conclusão. [Nem] todas as recíprocas não são verdadeiras. (...) Um *corolário* é uma consequência que decorre de uma ou de várias proposições.[26]

Observo que nem todos os enunciados consequentes tem demonstração explicitamente apresentada. De 98 enunciados consequentes contados na primeira edição, Bobillier pouco mais que triplica a quantidade na última edição.

E quanto aos escólios? A quantidade de enunciados apresentados no texto sob esse título é bastante grande. No entanto, a definição estabelecida por Bobillier

[25] **I.** Un *théorème* est une vérit qui devient évident au moyen d'une série de raisonnements que l'on appelle *démonstration.* L'énoncé d'un théorème comprend toujours une *supposition* et une *conclusion.* **II.** Un *problème* est une question proposée que exige une réponse nommée *solution.* (...) **III.** Un *lemme* est une vérité peu salliante, qui sert à établir un théorème ou à résoudre un problème. **IV.** On donne indistinctement le nom de *proposition* aux théorèmes, aux lemmes et aux problèmes. [BOBILLIER G, p. 5].

[26] Une *réciproque* est une proposition inverse d'une autre, en sorte que, dans l'énoncé, la conclusion prend la place de la supposition et la supposition celle de la conclusion. Toutes les réciproques ne son pas vrais. (...) Un *corollaire* est une conséquence qui découle d'une ou de plusieurs propositions. [BOBILLIER G, p. 5].

na sua introdução não parece ser suficientemente precisa: "Um *escólio* é a mesma coisa que uma observação."[27] De fato, nos enunciados apresentados sob o título de "Escólio", o autor às vezes registra definições consequentes a um teorema. Outras vezes são pequenas proposições demonstráveis, para as quais ele apresenta, ou não, essa demonstração. Certos escólios exibem um cálculo aritmético relacionado ao teorema que acabou de ser demonstrado. Em alguns aparece registrado o enunciado de algo que se encaixaria na sua categoria de problemas, seguido de sua solução ou não. Por fim, alguns escólios são informações extras que ficariam bem encaixadas numa nota de rodapé. Assim, considerando essa heterogeneidade de tipos distintos de enunciados apresentados sob uma definição vaga, e considerando ainda que esses mesmos tipos de enunciados às vezes são registrados sem título nenhum, decidi não contar os "Escólios" na categoria que designei como "enunciados consequentes".

Alguns enunciados são deixados por Bobillier como exercícios para o leitor. No texto, esses enunciados são apontados claramente como "Corolário (a demonstrar)" ou "Recíproca (a demonstrar)". Embora eles apareçam vinculados a uma proposição principal, não os conto na categoria dos "enunciados consequentes", mas numa nova categoria que denomino *exercícios propostos*. Outros exercícios aparecem sob a denominação de "Problema (a resolver)". Geralmente estes são apresentados em listas ao final do parágrafo. Assim, na linha de "exercícios propostos" da tabela 8.2, conto indistintamente os corolários, as recíprocas e os problemas assinalados pelo autor. Mas a bem da verdade, esses elementos são bem poucos. Na última edição há apenas 45 e na primeira não há nenhum.

Por outro lado, as *figuras* são abundantes em todas as edições do *Curso de Geometria*. Para se ter uma idéia dessa quantidade, na primeira edição há figuras em todas as páginas. E das mais de 400 páginas de texto impresso na última edição, em apenas 12 não há figura alguma. Em cada página encontramos pelo menos uma, mas há páginas onde esse número ultrapassa duas ou três.

As figuras ilustram definições, proposições, demonstrações e exercícios. As imagens são todas típicas de um livro escolar de geometria: retas, ângulos, polígonos, circunferências, planos, poliedros, superfícies, etc. Alguns desses desenhos parecem ser feitos à mão livre com o objetivo de servir como suporte visual para formação da intuição do objeto geométrico tratado. Outros desenhos são mais *técnicos*, digamos assim, quando acompanham instruções de construções geométricas feitas com régua e compasso.

Nas duas edições que estão sendo comparadas, todas as figuras aparecem do lado

[27] Un *scholie* est la même chose qu'une remarque. [BOBILLIER G, p. 5].

esquerdo das páginas, em espaços retangulares, de comprimento e largura variável. Esses espaços são encaixados de tal forma a sempre permitir que haja porções do texto escrito ao lado dos desenhos.

Nenhuma das figuras é emoldurada e quase todas elas aparecem sem título ou sem referência específica. Mas isso não dificulta completamente a contagem, pois as figuras são facilmente compreendidas no contexto, mesmo quando há várias numa página só. E na última edição, a maioria das figuras tem como margem (superior ou inferior, e lateral) o texto que ela ilustra. Algumas poucas figuras aparecem com referência específica do tipo "Fig. 1", "Fig. 2", etc, para que o autor fale delas sem que haja dúvidas. Bobillier registra essa referência em duas situações. A primeira delas é exatamente quando o desenho está *longe* do texto que lhe corresponde, isto quer dizer, quando o desenho está em outra página (anterior ou posterior). O outro caso em que o autor registra referência é quando há vários desenhos distintos, cada um deles correspondendo a situações distintas descritas num mesmo enunciado. Nestas condições, a edição de 1832 tem cerca de 500 figuras, e esse número mais do que dobra até a última edição do *Curso de Geometria*.

Estrutura geral do *Curso de Geometria* de 1832.

O primeiro *Curso de Geometria* tem uma estrutura geral bem simples. O livro não tem uma folha de rosto *tradicional*. A primeira página contém o título completo do livro, uma dedicatória, a data 1832 e uma assinatura de Bobillier. Logo após esse cabeçalho, segue-se o texto principal que corre da página 1 até a metade da página 83. No final há um índice, ocupando uma página e meia, com os títulos (e a indicação das páginas) das partes do texto principal e dos parágrafos.

O texto principal é composto de quatro partes. A primeira é uma curta introdução, embora não seja assim denominada pelo autor. As três partes seguintes são claramente inspiradas nas dimensões das figuras geométricas tratadas, pois se chamam *Primeira parte – As linhas*, *Segunda parte – As superfícies* e *Terceira parte – Os sólidos*. Essas três últimas partes são compostas por parágrafos numerados de § 1 a § 38, cada um deles tendo seu próprio título e ocupando em média de 2 a 3 páginas do texto principal.

No corpo do texto, os títulos das três grandes partes são escritos com letras grandes após um traço indicando que uma nova parte vai começar. Os números e título dos parágrafos são escritos centralizados, mas sem nenhum destaque. Não há *pular linha* e nem *página em branco* que facilite a diagramação do texto.

A distribuição dos parágrafos e a quantidade de páginas em cada parte são informadas na tabela 8.3 abaixo.

Curso de Geometria (edição de 1832)	**Parágrafos**	**Páginas**
(Introdução)	(único)	da 1 a 2
Primeira parte – As linhas	do 1 ao 17	da 2 a 42
Segunda parte – As superfícies	do 18 ao 33	da 42 a 75
Terceira parte – Os sólidos	do 34 ao 38	da 75 a 83
TOTAL do LIVRO	1 + 38 parágrafos	84 páginas

Tabela 8.3: Estrutura geral da primeira edição do *Curso de Geometria*.

Conteúdos: o primeiro *Curso de Geometria* é notadamente "clássico".

Na introdução da edição de 1832, Bobillier apresenta dezesseis definições e noções preliminares da geometria. A seguir ele alista seis axiomas e define os principais termos usados num texto em geometria (tais como "teoremas", "corolário", etc).

Na *Primeira parte – As linhas*, o conteúdo ensinado é retas, ângulos, triângulos, quadriláteros, polígonos em geral e circunferências. Bobillier também se ocupa de teorias de paralelismo ou de perpendicularidade entre retas, proporcionalidade de segmentos e semelhança de triângulos. Com circunferências, Bobillier apresenta propriedades de cordas, secantes e tangentes, traçado de uma circunferência a partir de três condições dadas, inscrição e circunscrição de polígonos. O autor encerra essa primeira parte calculando a razão da circunferência pelo diâmetro, isto é, ele dá uma aproximação para o valor de π.

A *Segunda parte – As superfícies*, contém lições sobre medidas de áreas de superfícies planas e relação entre as áreas de figuras semelhantes. Além disso, Bobillier dá um salto de geometria plana para geometria espacial fazendo considerações sobre determinação de um plano no espaço, teoria de perpendiculares e de oblíquas a um plano, paralelismo entre figuras no espaço, ângulos diedros e triedros. Esta parte termina com propriedades de superfícies poliédricas e superfícies curvas, quadraturas de superfícies poliédricas e de superfícies curvas e semelhança de corpos.

Finalmente na *Terceira parte – Os sólidos*, os temas tratados são os cálculos de volumes de figuras espaciais: prismas, pirâmides, troncos (de prismas e de pirâmides), cilindro, cone e esfera.

Estrutura geral do *Curso de Geometria* de 1870.

Apresento agora o último *Curso de Geometria*, que ao contrário da edição de 1832, tem a estrutura do texto principal bem mais complexa.

A parte pré-textual começa com a folha de rosto contendo o título do livro. Segue o nome do autor e uma breve apresentação: "antigo aluno da Escola Politécnica, cavaleiro da Legião de Honra, antigo chefe de estudos e professor de mecânica nas escolas imperiais de artes e ofícios de Châlons e de Angers, professor de matemáticas especiais, membro de várias academias, etc". Logo abaixo a aprovação do ministro: "adotado pelo ministro da agricultura, do comércio e de obras públicas para as escolas imperiais de artes e ofícios". Por fim, os dados da edição (14ª, cidade de Paris, os nomes dos livreiros Hachette e Gauthier-Villars e o ano 1870).[28] Segue-se o índice completo, em quatro páginas não numeradas, apresentando os títulos (e a indicação das páginas) das partes do texto principal, das seções e das subseções. Após o fim do índice, segue uma advertência contra cópias não autorizadas ("Todo exemplar desta obra não revestida de minha assinatura será considerada ilegal") e a impressão de uma assinatura do autor. A figura 8.2 mostra a advertência e a assinatura de Étienne Bobillier.

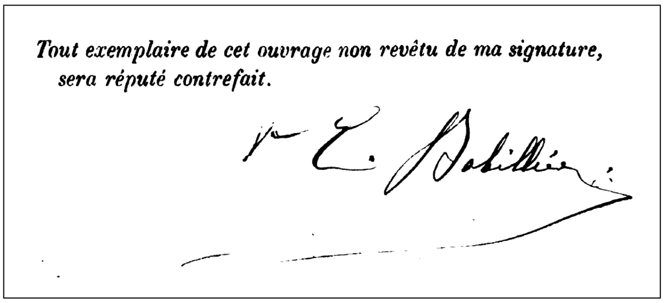

Tout exemplaire de cet ouvrage non revêtu de ma signature, sera réputé contrefait.

Figura 8.2: Advertência e assinatura de Bobillier.

O texto principal percorre 403 páginas numeradas e é composto de seis partes: uma curta introdução, duas grandes partes dedicadas à geometria plana, seguido de duas grandes partes dedicadas à geometria do espaço e por fim a última parte, de porte médio, contendo um apêndice à geometria plana. Cada uma das seis partes é dividida em seções (numeradas e intituladas) que funcionam como se fossem os capítulos do livro. Essas seções, por fim, são divididas em parágrafos (também numerados e intitulados). Os tamanhos das seções e de seus parágrafos variam, conforme o assunto tratado.

[28] Não confunda o livreiro Louis Hachette com o matemático Jean Nicolas Pierre Hachette. Para precisão dos personagens consulte a seção 5.3.2 desta tese, na subseção intitulada "As intervenções de Saigey e de Augoyat no *Bulletin de Ferussac*".

Dito mais detalhadamente, o texto principal começa pela *Introdução*, com apenas uma seção. A seguir vem a *Geometria Plana (primeira parte)*, contendo cinco seções. Nas páginas seguintes há a *Geometria Plana (segunda parte)*, contendo cinco seções. Depois o livro avança na *Geometria Espacial (primeira parte)*, que tem três seções. Na sequência vem a *Geometria Espacial (segunda parte)* com duas seções. A última parte é o *Apêndice à Geometria Plana*, contendo quatro seções. A tabela 8.4 a seguir apresenta o número de seções, parágrafos e páginas em cada parte do texto principal.

Curso de Geometria (edição de 1870)	**Seções**	**Número de parágrafos**	**Número de páginas**
Introdução (pp. 1 - 5)	(única seção)	4 parágrafos	5 páginas
Geometria Plana (primeira parte) (pp. 7 - 190)	Seção Iª	7	58
	Seção IIª	4	25
	Seção IIIª	6	37
	Seção IVª	8	36
	Seção Vª	6	28
Total nesta parte	5 seções	31 parágrafos	189 páginas
Geometria Plana (segunda parte) (pp. 191 - 233)	Seção Iª	4	10
	Seção IIª	3	14
	Seção IIIª	7	19
Total nesta parte	3 seções	14 parágrafos	43 páginas
Geometria Espacial (primeira parte) (pp. 235 - 340)	Seção Iª	8	36
	Seção IIª	5	40
	Seção IIIª	6	30
Total nesta parte	3 seções	19 parágrafos	106 páginas
Geometria Espacial (segunda parte) (pp. 341 - 366)	Seção IIª	5	17
	Seção IIIª	2	9
Total nesta parte	2 seções	7 parágrafos	26 páginas
Apêndice à Geometria Plana (pp. 367 - 403)	IIª da 1ª parte	1	7
	IIIª da 1ª parte	3	11
	IVª da 1ª parte	2	9
	IIª da 2ª parte	2	9
Total nesta parte	4 seções	8 parágrafos	36 páginas
TOTAL do LIVRO	18 seções	83 parágrafos	400 páginas

Tabela 8.4: Estrutura geral da 14ª edição do *Curso de Geometria* (1870).

Conteúdos do *Curso de Geometria* de 1870: uma geometria que vai da "clássica" à "moderna".

Na curta *Introdução*, o autor faz o mesmo que já tinha aparecido na primeira edição: informa os objetivo e a divisão da geometria, estabelece axiomas e define os termos que serão usados no texto.

Sobre os assuntos abordados, a *Geometria Plana (primeira parte)* contém praticamente os mesmos assuntos de geometria plana que já aparecem no livro de 1832: figuras retilíneas, ângulos, teoria de perpendiculares e de paralelas, triângulos, quadriláteros, polígonos em geral e semelhança de figuras. E ainda: circunferência, diâmetros, secantes, tangentes, arcos e cordas, polígonos inscritos e circunscritos na circunferência e posições relativas de duas circunferências. Finalmente, considerações sobre medidas de áreas de figuras planas.

A *Geometria Plana (segunda parte)*, trata de temas que não apareciam no livro inicial. Aqui temos noções e considerações gerais sobre as curvas, curvatura, contato, osculação de curvas, envolventes e envoltórias. Na sequência ele apresenta e dá as propriedades das seções cônicas: a elipse, a hipérbole e a parábola. Por fim, ele avança nos estudos de diversas curvas particulares notáveis.

Na *Geometria Espacial (primeira parte)*, outra vez temos assuntos já abordados na edição de 1832: planos e retas no espaço, determinação de um plano, perpendicularidade, paralelismo e ângulos sólidos. Ainda: poliedros, simetria, poliedros regulares, medidas de áreas e volumes de poliedros. E finalmente, áreas e volumes de corpos redondos, esfera, cilindros, cones e corpos de revolução.

A *Geometria Espacial (segunda parte)* volta a estudar temas que são novidades em relação à primeira edição. Começa com noções e considerações gerais sobre as superfícies curvas, geração de superfícies, superfícies de revolução, superfícies planificáveis e superfícies torcidas. Essa parte também contém lições sobre planos tangentes em geral, e sobre planos tangentes a superfícies de revolução, torcidas e planificáveis em particular.

Finalmente, temos os conteúdos no *Apêndice à Geometria Plana*, que são enormemente inovadores: transversais retilíneas, teoria de pólos e polares recíprocas, teoria dos eixos e dos centros radicais, traçado de circunferência tangente a três circunferências dadas e estudo das propriedades gerais de cônicas demonstradas pela teoria das polares recíprocas.

Os conteúdos dos dois livros *Curso de Geometria*, alistados acima, já são suficientemente eloquentes para mostrar que o primeiro está contido no último. Mas este último é um livro bem maior. As novidades no livro de 1870, por comparação com o livro de 1832, aparecem concentradas em *Geometria Plana (segunda parte)* e *Geometria Espacial (segunda parte)* e apenas residualmente nas outras partes de geometria plana e espacial. Já a pesquisa de Bobillier, sobretudo as que são diretamente influenciadas pelas práticas difundidas por Poncelet no seu *Tratado das propriedades projetivas das figuras* (tais como eixo e centro radical, teoria das polares recíprocas, teoria das transversais, etc) aparecem marcadamente no *Apêndice à Geometria Plana*. A seguir destaco alguns itens que considero os mais relevantes ou inovadores na edição de 1870.

Comentários, demonstrações e soluções para alguns teoremas e problemas clássicos.

Um dos problemas de geometria abordado por Bobillier é o cálculo aproximado de π. Inicialmente o autor estabelece que "a razão entre a circunferência e o diâmetro é invariável para qualquer círculo".[29] Mais adiante o cálculo de π é feito no parágrafo intitulado *Determinação da razão entre a circunferência e o diâmetro*.[30] O método utilizado é o da inscrição e circunscrição sucessiva de polígonos regulares cujos números de lados são potências de 2, começando com o quadrado e parando no polígono com 2048 lados. A aproximação obtida é exata até a quinta casa decimal: $\pi = 3,14159....$

Dois dos três problemas de construção geométrica com régua e compasso da antiguidade clássica merecem comentários no *Curso de Geometria*. Um deles é o "famoso problema da *quadratura do círculo*". Bobillier explica corretamente que esta solução só pode ser obtida aproximadamente, e não "rigorosamente", usando o valor aproximado de π calculado nas páginas anteriores.[31] O outro é o "problema da *duplicação do cubo*, famoso entre os antigos", cuja solução, Bobillier explica, também só pode ser obtida aproximadamente.[32]

O célebre resultado que conhecemos hoje como *Teorema de Pitágoras* também consta no *Curso de Geometria*, no seguinte formato mais geral: "se três polígonos semelhantes tem por lados homólogos a hipotenusa e os lados do ângulo reto de um triângulo retângulo, [então] o primeiro é igual à soma dos dois outros".[33] A demonstração é feita inicialmente para o caso do quadrado, e é idêntica à demonstração por

[29] Proposição 3 em [BOBILLIER G, p. 121].
[30] Trata-se do parágrafo § 8 da IVª Seção da *Geometria Plana (primeira parte)*, [BOBILLIER G, pp. 158-162].
[31] Proposição 7 em [BOBILLIER G, p. 179].
[32] Escólio IV em [BOBILLIER G, p. 293].
[33] Proposição 5 em [BOBILLIER G, p. 182].

comparação de áreas que aparece nos *Elementos* de Euclides, contendo inclusive a mesma figura euclidiana clássica. Após isso, e em poucas linhas, ele generaliza o teorema, utilizando resultados já estabelecidos sobre áreas de figuras semelhantes. O nome "Pitágoras" não é registrado em momento algum, mas o teorema no caso de um quadrado é chamado por Bobillier de "fundamental".

As seções cônicas recebem atenção em pelo menos três trechos do livro de Bobillier. Na primeira abordagem, ainda elementar, as três curvas são definidas como lugares geométricos. Ali se apresenta seus principais elementos (eixos de simetria, focos, centro etc) e é ensinado o traçado de retas tangentes a essas curvas.[34] Mais adiante, no parágrafo em que se estuda as propriedades dos cones,[35] é enunciado o teorema que diz que "em um cone reto circular, toda seção que não passa pelo vértice é uma elipse, uma hipérbole ou uma parábola", e após sua demonstração, Bobillier observa: "eis porque a *elipse*, a *hipérbole* e a *parábola* são designadas sob o nome comum de *seções cônicas*, ou simplesmente de *cônicas*".[36] Por fim, as seções cônicas voltarão a ser tema de estudo na última seção do *Apêndice à Geometria Plana* (que é, de fato, a última seção do livro), dessa vez tratadas indistintamente e sob os métodos da teoria das polares recíprocas.

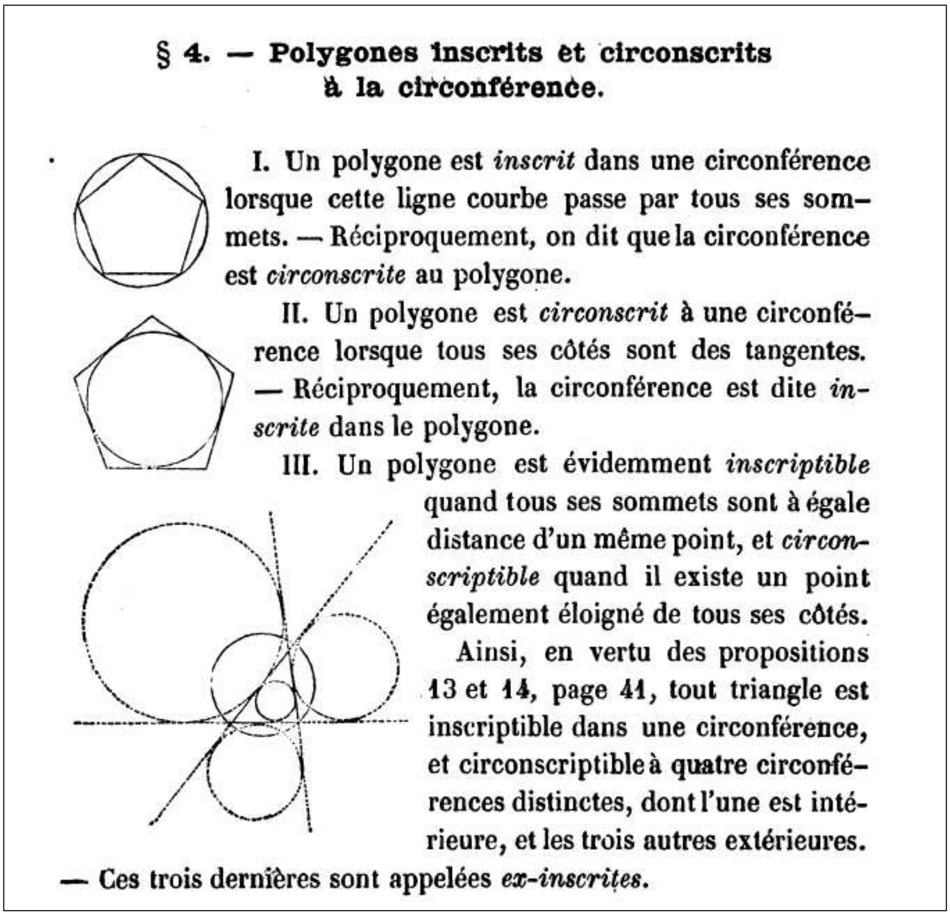
Além dos temas clássicos alistados acima, há também alguns bonitos resultados de geometria elementar, que não se vêem comumente nos livros didáticos de hoje em dia. Esses resultados aparecem espalhados aqui e acolá ao longo do livro. Para ilustrar, escolhi enunciar este que aparece no parágrafo intitulado *Polígonos inscritos e circunscritos à circunferência*.[37]

Proposição. *Dado um triângulo qualquer, considere essas cinco circunferências: a inscrita (de raio r), a circunscrita (de raio R) e as três circunferências ex-inscritas (de raios r_a, r_b e r_c). Nessas circunstâncias vale a fórmula $r_a + r_b + r_c = 4R + r$.*

A figura 8.3 mostra um trecho de uma página do *Curso de Geometria*, onde o terceiro desenho ilustra as definições de circunferências *inscrita*, *circunscrita* e *ex-inscritas* a um triângulo.

---

[34] Trata-se da IIª Seção da *Geometria Plana (segunda parte)*, [BOBILLIER G, pp. 201-214].
[35] Este é o parágrafo § 3 da IIIª Seção da *Geometria Espacial (primeira parte)*, [BOBILLIER G, pp. 319-324].
[36] [BOBILLIER G, pp. 323-324].
[37] A versão aqui apresentada é uma adaptação da versão registrada originalmente no texto de Bobillier. O resultado aparece no Escólio III da Proposição 4 no parágrafo § 4 da IIIª Seção da *Geometria Plana (primeira parte)*, [BOBILLIER G, pp. 110].



§ 4. — Polygones inscrits et circonscrits à la circonférence.

I. Un polygone est *inscrit* dans une circonférence lorsque cette ligne courbe passe par tous ses sommets. — Réciproquement, on dit que la circonférence est *circonscrite* au polygone.

II. Un polygone est *circonscrit* à une circonférence lorsque tous ses côtés sont des tangentes. — Réciproquement, la circonférence est dite *inscrite* dans le polygone.

III. Un polygone est évidemment *inscriptible* quand tous ses sommets sont à égale distance d'un même point, et *circonscriptible* quand il existe un point également éloigné de tous ses côtés.

Ainsi, en vertu des propositions 13 et 14, page 41, tout triangle est inscriptible dans une circonférence, et circonscriptible à quatre circonférences distinctes, dont l'une est intérieure, et les trois autres extérieures. — Ces trois dernières sont appelées *ex-inscrites*.

Figura 8.3: Trecho da página 108 de [BOBILLIER G].

Apresentação, estabelecimento e comentários de alguns temas e práticas modernas.

Dentre os temas e as práticas das geometrias dos séculos dezessete, dezoito e dezenove, há este que aparece no *Curso de Geometria*: demonstrações usando considerações infinitesimais. É comum encontrar no livro afirmações como "um círculo pode ser considerado como um polígono regular com número infinito de lados infinitamente pequenos, de modo que o raio e o apótema se confundem".[38] Considerações desse tipo são usadas, sobretudo, para o cálculo de áreas e volumes de corpos redondos (círculo, cone, cilindro, esfera).

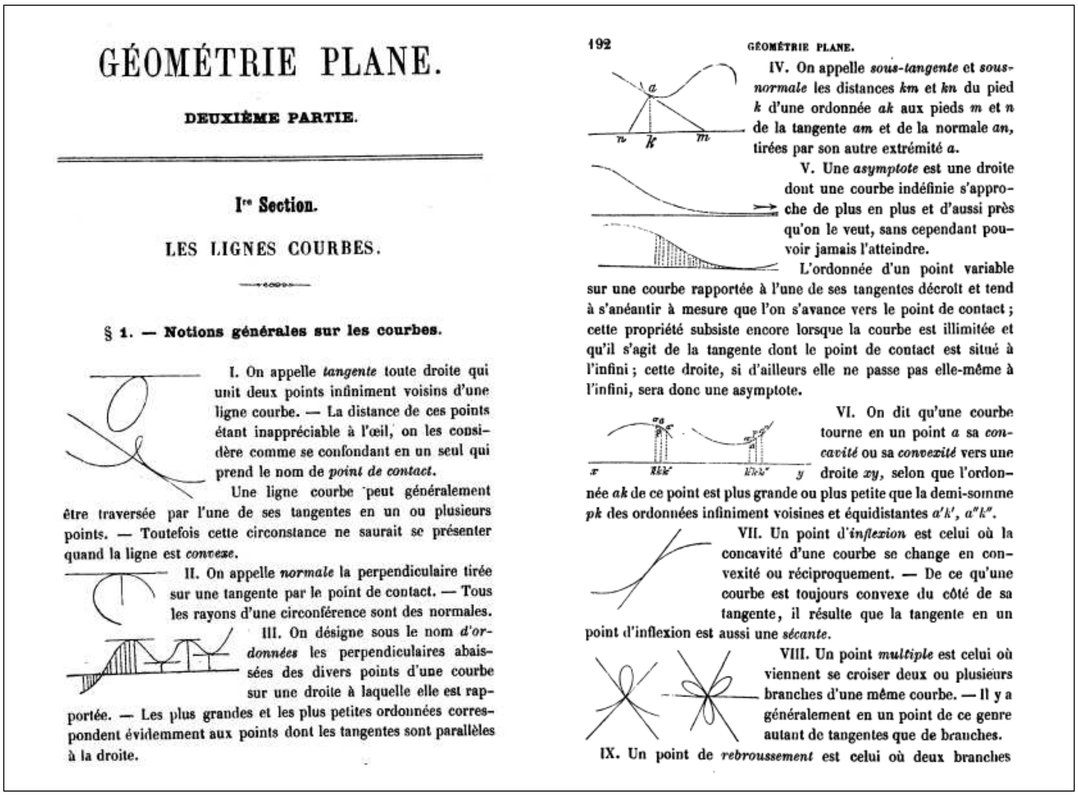
Bobillier resolve ainda (aproximadamente) o problema de calcular a área de uma região do plano contida entre uma curva qualquer, uma base retilínea e duas perpendiculares a essa base.[39] As considerações utilizadas são ainda infinitesimais e os re-

[38] [BOBILLIER G, p. 172]

[39] Proposição 15 em [BOBILLIER G, p. 174]

sultados obtidos se parecem com versões preliminares do que hoje em dia poderíamos encontrar em livros textos de cálculo numérico com o nome de *regra do trapézio*.

Outro tema de interesse são as curvas, que Bobillier começa abordando de um modo geral e depois destaca várias em particular.[40] Nas propriedades gerais de uma curva, Bobillier se esforça para definir conceitos como retas tangentes, retas normais, retas assíntotas, pontos de inflexão, pontos múltiplos, etc. E ainda, a noção de continuidade e curvatura de uma curva qualquer, pontos de contato entre curvas, osculação, etc. Em seu discurso Bobillier não usa em momento algum as ferramentas do cálculo diferencial e integral que encontraríamos facilmente em livros didáticos de introdução à geometria diferencial de hoje em dia. Todos os raciocínios de Bobillier são desdobramentos da idéia de elementos infinitesimais, e seus textos são recheados de muitos desenhos para fazer apelo à intuição. A figura 8.4 mostra as duas primeiras páginas da *Geometria Plana (segunda parte)*, onde as curvas são ensinadas.



GÉOMÉTRIE PLANE.

DEUXIÈME PARTIE.

Ire Section.

LES LIGNES COURBES.

§ 1. — Notions générales sur les courbes.

I. On appelle *tangente* toute droite qui unit deux points infiniment voisins d'une ligne courbe. — La distance de ces points étant inappréciable à l'œil, on les considère comme se confondant en un seul qui prend le nom de *point de contact*.

Une ligne courbe peut généralement être traversée par l'une de ses tangentes en un ou plusieurs points. — Toutefois cette circonstance ne saurait se présenter quand la ligne est *convexe*.

II. On appelle *normale* la perpendiculaire tirée sur une tangente par le point de contact. — Tous les rayons d'une circonférence sont des normales.

III. On désigne sous le nom *d'ordonnées* les perpendiculaires abaissées des divers points d'une courbe sur une droite à laquelle elle est rapportée. — Les plus grandes et les plus petites ordonnées correspondent évidemment aux points dont les tangentes sont parallèles à la droite.

192 GÉOMÉTRIE PLANE.

IV. On appelle *sous-tangente* et *sous-normale* les distances *km* et *kn* du pied *k* d'une ordonnée *ak* aux pieds *m* et *n* de la tangente *am* et de la normale *an*, tirées par son autre extrémité *a*.

V. Une *asymptote* est une droite dont une courbe indéfinie s'approche de plus en plus et d'aussi près qu'on le veut, sans cependant pouvoir jamais l'atteindre.

L'ordonnée d'un point variable sur une courbe rapportée à l'une de ses tangentes décroît et tend à s'anéantir à mesure que l'on s'avance vers le point de contact ; cette propriété subsiste encore lorsque la courbe est illimitée et qu'il s'agit de la tangente dont le point de contact est situé à l'infini ; cette droite, si d'ailleurs elle ne passe pas elle-même à l'infini, sera donc une asymptote.

VI. On dit qu'une courbe tourne en un point *a* sa *concavité* ou sa *convexité* vers une droite *xy*, selon que l'ordonnée *ak* de ce point est plus grande ou plus petite que la demi-somme *pk* des ordonnées infiniment voisines et équidistantes *a'k'*, *a"k"*.

VII. Un point d'*inflexion* est celui où la concavité d'une courbe se change en convexité ou réciproquement. — De ce qu'une courbe est toujours convexe du côté de sa tangente, il résulte que la tangente en un point d'inflexion est aussi une *sécante*.

VIII. Un point *multiple* est celui où viennent se croiser deux ou plusieurs branches d'une même courbe. — Il y a généralement en un point de ce genre autant de tangentes que de branches.

IX. Un point de *rebroussement* est celui où deux branches

Figura 8.4: *Geometria plana (segunda parte)* em [BOBILLIER G].

Passando a curvas planas particulares, Bobillier seleciona algumas para apresentar. São elas: a oval de Cassini, as espirais (de Arquimedes, hiperbólica e logarítmica), as ciclóides e epiciclóides (ordinária, alongada e encurtada), as lemniscatas e as

[40] O tratamento geral das curvas aparece nos parágrafos § 1 e 2 da Iª Seção da *Geometria Plana (segunda parte)*, [BOBILLIER G, pp. 191-197].

conchóides. Todas são descritas e tratadas como lugar geométrico ou a partir de uma construção mecânica. Para cada curva, apresenta-se a definição, alguns elementos e propriedades básicas, e é abordado o problema de traçado de retas tangentes.

Alguns fragmentos de um livro inacabado e previamente intitulado de *As leis geométricas do movimento* aparecem no parágrafo *As trajetórias e os envelopes: as lemniscatas e as conchóides.*[41] O ponto de partida de Bobillier são as definições de trajetórias e de envelopes. As *trajetórias* são curvas descritas pelos vértices de um triângulo móvel qualquer no plano. Já os *envelopes* são as curvas constantemente tangenciadas pelos lados do mesmo triângulo móvel. O parágrafo é composto por dois teoremas, um problema resolvido e seis enunciados consequentes (contando os corolários e um "elegante teorema" enunciado no corpo do texto).[42]

Outro tema que Bobillier aborda são as superfícies, tratadas de um modo geral.[43] Suas primeiras considerações sobre o assunto são pouco claras. Em sua tentativa de definição ele fala de dois conjuntos distintos de curvas contidas nas superfícies. O primeiro conjunto são as *curvas geratrizes* que se movem "apoiando-se" nas curvas do segundo conjunto, estas chamadas de *curvas diretrizes*. Daí, qualquer superfície pode ser gerada de uma infinidade de maneiras diferentes pelo movimento de geratrizes e diretrizes "segundo uma lei determinada".[44]

Após gastar três páginas nessa tentativa de descrição, ele anuncia que "para esclarecer o que essas considerações gerais têm de abstratas" ele pretende mostrar a geração de algumas "superfícies particulares". As superfícies particulares mencionadas são apresentadas ainda nesse parágrafo: elipsóides, parabolóides (elíptico ou hiperbólico) e hiperbolóides (de uma ou duas folhas). O que elas têm em comum é o fato de que suas seções planas são sempre as linhas cônicas. Outras famílias de curvas, as superfícies de revolução, as superfícies planificáveis e as superfícies torcidas, cada uma delas é objeto de um parágrafo específico na sequência da seção.

Há que se destacar o esforço didático de Bobillier de tratar, em nível médio, um assunto já devidamente bem tratado em nível superior pelos professores da Escola Politécnica. Veja, por exemplo, o tratamento dado por Monge ao assunto no seu livro

[41] Este é o parágrafo § 7 da III^{a} Seção da *Geometria Plana (segunda parte)*, [BOBILLIER G, pp. 228-233].

[42] Esse é exatamente o trecho do livro de Bobillier que é destacado e elogiado por Chasles em seu *Relatório*, conforme vimos na seção 8.1.2 desta tese.

[43] O parágrafo § 1 da I^{a} Seção da *Geometria Espacial (segunda parte)* dá o tratamento geral das superfícies. [BOBILLIER G, pp. 341-345].

[44] A *superfície geral* de Bobillier poderia ser descrita na linguagem da geometria diferencial contemporânea assim: uma superfície é a imagem de uma função contínua $X : (u,t) \in I \times J \mapsto X(u,t) \in \mathbb{R}^3$, onde $I \subseteq \mathbb{R}$ e $J \subseteq \mathbb{R}$ são intervalos. Assim, as famílias de *geratrizes* e *diretrizes* seriam, digamos, as curvas $\varphi_{t_0} : I \to \mathbb{R}^3$; $\varphi_{t_0}(u) = X(u,t_0)$ e $\psi_{u_0} : J \to \mathbb{R}^3$; $\psi_{u_0}(t) = X(u_0,t)$.

Aplicação da análise à geometria. À diferença de Monge, o texto de Bobillier evita o uso da notação diferencial, mesmo que ela já seja corrente entre os matemáticos da época e até apareça em vários memoriais de pesquisa publicados por ele.

Destaque-se ainda que as superfícies planificáveis ou torcidas (de segunda ordem), mais do que quaisquer outras categorias ou exemplos particulares, são objetos recorrentes nas pesquisas de Bobillier. Para essas famílias de superfícies, as curvas geratrizes são sempre retas que se movimentam, sejam deslizando-se sobre uma curva fixa (a diretriz), sejam constantemente contendo um ponto fixo previamente marcado.

O *Apêndice à geometria plana* enquanto lugar para inserir temas e métodos atualizados, bem como alguns resultados de sua pesquisa.

A primeira seção do *Apêndice à geometria plana*, intitulada *As transversais retilíneas*,[45] apresenta alguns resultados sobre feixes harmônicos e sobre transversais em triângulos quaisquer. Os teoremas ali demonstrados têm ligações com os teoremas ditos de Menelaus. Esse parágrafo retoma alguns temas e métodos estudados no início do século por Lazare Carnot em seu famoso livro *Ensaio Sobre a Teoria de Transversais* (de 1806).

Já a teoria das polares recíprocas aparece estabelecida em relação a uma circunferência, na seção do apêndice intitulada exatamente *Teoria dos pólos e polares recíprocas.*[46] Esta seção é fortemente baseada num dos artigos de pesquisa de Bobillier publicado em janeiro de 1828.[47] Muitos teoremas demonstrados (ou simplesmente enunciados) no referido artigo são cuidadosamente retomados e apresentados completamente aqui. Tanto no artigo de 1828 quanto nesse parágrafo da última edição do *Curso de Geometria*, os resultados demonstrados servirão para aplicar ao estudo das cônicas, feito algumas páginas depois.

No *Apêndice à geometria plana* aparecem duas demonstrações para o Teorema de Pascal: uma via teoria de transversais e outra via teoria de pólos e polares. Há também algumas variantes como o teorema dual (Teorema de Brianchon), e uma versão para triângulos, ao identificar os vértices do hexágono dois a dois. E mais, versões do Teorema de Pascal para pentágonos e para quadriláteros. Observo, porém, que em nenhum momento do livro aparecem os nomes próprios "Pascal" ou "Brianchon" associados aos teoremas e nem há o emprego da palavra "dual".

[45] [BOBILLIER G, pp. 369-374].
[46] [BOBILLIER G, pp. 374-379].
[47] Trata-se de [BOBILLIER 21]. Sobre esse texto de Bobillier, consulte a figura 4.4 e um breve comentário na seção 4.2.2 deste trabalho.

Quero chamar a atenção para a *versão para triângulos* do Teorema de Pascal. Esse teorema aparece duas vezes na obra de Bobillier. A primeira vez em 1828, com demonstração analítica, como aplicação do método da notação abreviada.[48] A segunda vez aqui no *Curso de Geometria*, com demonstração sintética, deduzido como consequência da teoria de transversais apresentadas pouco antes.[49]

Também no *Apêndice à geometria plana* aparece uma solução para o clássico *Problema de Apolônio*. Neste problema pede-se a construção geométrica de uma circunferência que seja simultaneamente tangente a três outras circunferências quaisquer dadas inicialmente. Para resolver este problema, Bobillier antes faz uma breve teoria sobre o eixo radical e o centro radical de duas (ou três) circunferências.

Lembramos que um *eixo radical* entre duas circunferências é o lugar dos pontos cuja potência em relação a essas duas circunferências consideradas simultaneamente é constante. O *centro radical* entre três circunferências, por sua vez, é o ponto de concorrência entre os três eixos radicais tomando as circunferências duas a duas.[50] Bobillier define ainda o centro de similitude e o eixo de similitude de duas (ou três) circunferências. Um *centro de similitude (direto)* entre duas circunferências é o ponto de concorrência das retas determinadas pelas extremidades de diâmetros (em cada uma) paralelos (entre si). E um *eixo de similitude (direto)* entre três circunferências é a reta na qual estão alinhados os três centros de similitude (direto) calculados a partir de tomar as circunferências duas a duas.

Dadas essas definições, e tendo demonstrado algumas propriedades básicas de eixos e centros radicais e de similitude, o resumo da solução de Bobillier para o Problema da Apolônio é o seguinte. Dadas as três circunferências, constrói-se o eixo de similitude direto entre elas. A seguir, constroem-se os três pólos desse mesmo eixo, cada um em relação a uma das circunferências dadas. Liga-se cada pólo ao centro radical das circunferências. Cada reta dessa intersecta cada circunferência em dois pontos (refiro-me de cada reta à sua circunferência correspondente, segundo o pólo obtido antes). Esses seis pontos serão os pontos de contato das circunferências dadas com a circunferência pedida (de Apolônio).[51] A figura 8.5 mostra uma das páginas do *Curso de Geometria* com um diagrama super elaborado ocupando metade

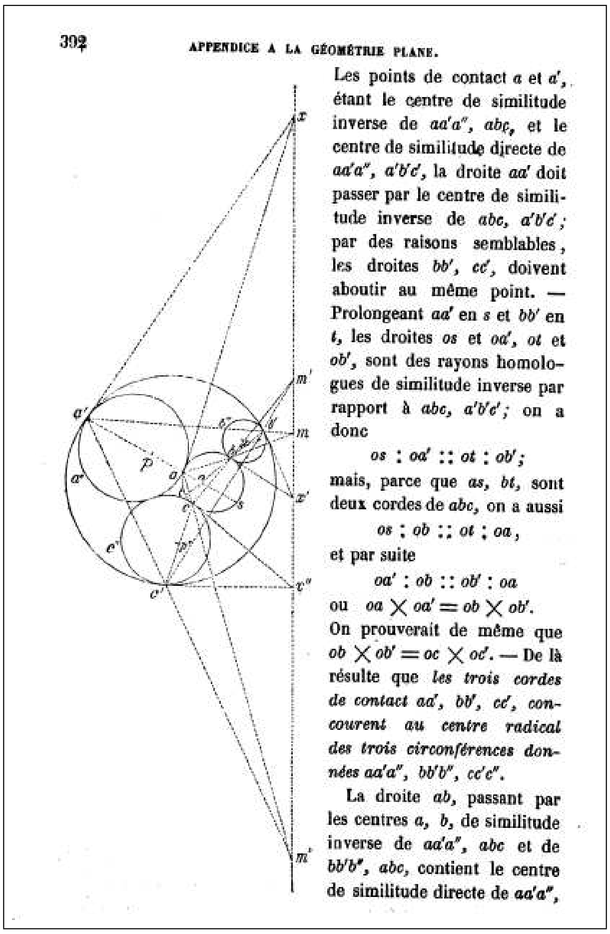
48 Teorema da seção I de [BOBILLIER 25]. Esse importante artigo, o mais famoso de Bobillier, mencionado dezenas de vezes nesta tese, é estudado detalhadamente na seção 6.3.1.

49 Proposição 1 em [BOBILLIER G, p. 379].

50 Essas definições matemáticas estão fornecidas na seção 6.2.4 desta tese. Ali também é apresentada uma demonstração (analítica) de Plücker para o concorrência dos três eixos radicais no centro radical.

51 Observe que ao escolher um entre dois pontos de cada uma das três circunferências, o problema de Apolônio em geral tem $2^3 = 8$ soluções.

da página, e que consiste exatamente no traçado da construção geométrica descrita acima. Registro que, assim como no caso de Pitágoras e de Pascal, o teorema (ou o problema) aparece no livro, mas o nome próprio do matemático associado, não.



392 APPENDICE A LA GÉOMÉTRIE PLANE.

Les points de contact a et a', étant le centre de similitude inverse de $aa'a''$, abc, et le centre de similitude directe de $aa'a''$, $a'b'c'$, la droite aa' doit passer par le centre de similitude inverse de abc, $a'b'c'$; par des raisons semblables, les droites bb', cc', doivent aboutir au même point. — Prolongeant aa' en s et bb' en t, les droites os et oa', ot et ob', sont des rayons homologues de similitude inverse par rapport à abc, $a'b'c'$; on a donc

$$os : oa' :: ot : ob';$$

mais, parce que as, bt, sont deux cordes de abc, on a aussi

$$os : ob :: ot : oa,$$

et par suite

$$oa' : ob :: ob' : oa$$

ou $oa \times oa' = ob \times ob'$.
On prouverait de même que $ob \times ob' = oc \times oc'$. — De là résulte que *les trois cordes de contact aa', bb', cc', concourent au centre radical des trois circonférences données $aa'a''$, $bb'b''$, $cc'c''$.*

La droite ab, passant par les centres a, b, de similitude inverse de $aa'a''$, abc et de $bb'b''$, abc, contient le centre de similitude directe de $aa'a''$,

Figura 8.5: Solução do Problema de Apolônio em [BOBILLIER G].

Reprises de teoremas já enunciados em alguns de seus artigos.

Algumas proposições que aparecem na edição de 1870 do livro de Bobillier são reprises ou variantes de enunciados publicados em artigos de pesquisas. Por variantes aqui quero dizer, enunciados que não necessariamente sejam reprises exatas, mas que sejam reescritas, reprises parciais ou casos particulares de enunciados anteriores. A tabela 8.5 identifica alguns desses resultados.

Sobre os livros ***Curso de Geometria*** **de 1832 a 1870: considerações finais.**

Como pudemos verificar, a evolução do *Curso de Geometria* da primeira edição à última é enorme. Em *Geometria Plana (primeira parte)* e *Geometria Espacial* *(primeira parte)* da edição de 1870, a geometria apresentada é majoritariamente *clássica*. Nessas partes, a última edição nada mais é do que uma versão aumentada e melhorada da primeira. Já em *Geometria Plana (segunda parte)* e *Geometria Espacial (segunda parte)*, a geometria ali contida pouco a pouco se apresenta como *moderna*. Há uma tentativa por parte do autor de inserir em seu livro, ainda que de maneira elementar, algumas questões e métodos das geometrias dos séculos dezessete, dezoito e dezenove. Finalmente, no *Apêndice à geometria plana* há a inserção de temas e de métodos modernos de maneira ainda mais sofisticada. Também há a inserção de vários resultados e teoremas que aparecem em alguns textos de pesquisa.

Eu conjecturo que o livro de Bobillier sofreu essas modificações e melhoramentos, da edição de 1832 para a de 1870, mais por causa do ensino de *matemáticas especiais* no Colégio Real do que por causa das lições ministradas na EdA&M. De todo modo, o enriquecimento do manual após 1832 indica que Bobillier bem *trocou as roupas de pesquisador pelas de ensinador*.

Como registro final, aponto uma ausência significativa no último *Curso de Geometria*. Ali não há nenhuma geometria analítica, um tema onde Bobillier revelou-se bastante habilidoso nos seus principais artigos de *geometria de situação* e de *filosofia matemática*. Particularmente, não há a contribuição que o tornou célebre no século dezenove, o método da notação abreviada, e nem mesmo noções iniciais do uso da álgebra na geometria.

O enunciado que aparece no *Curso de Geometria* relaciona-se com o seguinte enunciado publicado anteriormente.
O "elegante teorema" em [BOBILLIER G, p. 231] é um caso particular do Teorema I em [BOBILLIER 39, p. 321].
A proposição 1 em [BOBILLIER G, p. 379] é uma reprise parcial do Teorema em [BOBILLIER 25, p. 323].
A proposição 2 em [BOBILLIER G, p. 398] é uma reprise parcial do resultado enunciado em destaque em [BOBILLIER 21, p. 189].
O corolário em [BOBILLIER G, p. 403] é uma reescrita do Teorema 3 em [BOBILLIER 26, p. 361].

Tabela 8.5: Algumas reprises de teoremas das pesquisas de Bobillier.

8.2.2 Que geometrias para que alunos de artes e ofícios?

Depois de ter visto a primeira e a última edição do *Curso de Geometria* de Bobillier, quero apresentar agora mais dois livros de geometria redigidos para estudantes de artes e ofícios. Trata-se da *Geometria e mecânica de artes e ofícios e belas artes (tomo I: geometria)* do matemático Charles Dupin, publicado em 1826 e do *Curso de Geometria* do professor Octave Marie Gicquel, publicado em 1834. No que se segue, pretendo comparar os dois novos livros com as edições dos livros de Bobillier. Antes, porém, é necessário justificar a escolha desses novos livros.

Quatro livros na biblioteca da EdA&M de Châlons: Dupin (1826), Bobillier (1832), Gicquel (1834) e Bobillier (1870).

Para começar os livros de Gicquel e de Dupin são contemporâneos à primeira edição do *Curso de Geometria* de Bobillier: os três foram redigidos entre o fim dos anos 1820 e início dos anos 1830. Lembramos que o próprio Bobillier faz um comentário de passagem que indica que essa foi uma época em que apareceram diversos manuais de geometria aplicada às artes.[52]

Como segunda justificativa, está o fato de serem livros destinados a um público que a princípio é mais ou menos o mesmo de Bobillier, já que os três autores têm passagens por escolas ou estabelecimentos de artes e ofícios. Sobre Octave Marie Gicquel, trago outra vez a informação de que ele é o quinto professor de matemáticas na EdA&M de Châlons nas duas temporadas em que Bobillier esteve ali como o primeiro professor.[53] Sobre Dupin, um esboço de sua longa vida pública na França do século dezenove é apresentado logo mais adiante. Por hora, adianto que ele trabalhou por três décadas como professor no Conservatório de Artes e Ofícios de Paris, oferecendo cursos noturnos para formação e atualização de operários de fábricas e indústrias.

Confirma-se a pretendida semelhança do público alvo de cada livro, lendo na folha de rosto (ou na primeira página) os registros feitos pelos autores (ou pelos seus editores) de qual é o leitorado esperado. O livro de Dupin, de 1826, foi escrito e publicado em Paris "para artistas e operários, chefes e subchefes de oficinas de manufaturas". A edição de 1832 do livro de Bobillier foi escrita "para uso dos alunos da escola de artes e ofícios de Angers". O livro de 1834 de Gicquel foi escrito "para uso dos alunos da escola de artes e ofícios de Châlons". E a edição de 1870 do livro de Bobillier foi "adotada pelo ministro de agricultura, comércio e obras públicas para

[52] Esse testemunho de Bobillier aparece em [BOBILLIER 46, p. 75]. Confira essa informação na seção 4.2.3 desta tese.

[53] Há uma apresentação de Gicquel na seção 3.2.2 desta tese.

as escolas de artes e ofícios".

Se os motivos acima não fossem suficientes, acrescentaria mais esse. Os Arquivos Departamentais de la Marne mantém uma parte da antiga biblioteca da EdA&M de Châlons. Um levantamento feito pelo Sr René Gandilhon, conservador dos Arquivos nos anos 1970, indicam que os quatro livros apresentados faziam parte dessa biblioteca no século dezenove. De certo modo isso mostra que pelo menos os alunos e professores de artes e ofícios de Châlons daquele século tinham acesso aos quatro livros a partir da biblioteca da escola.[54]

Pierre Charles François Dupin (1784-1873).

Antes de mostrar o livro de Dupin, apresento o autor. Isto porque seus engajamentos políticos dizem muito sobre o seu livro texto que será analisado a seguir.

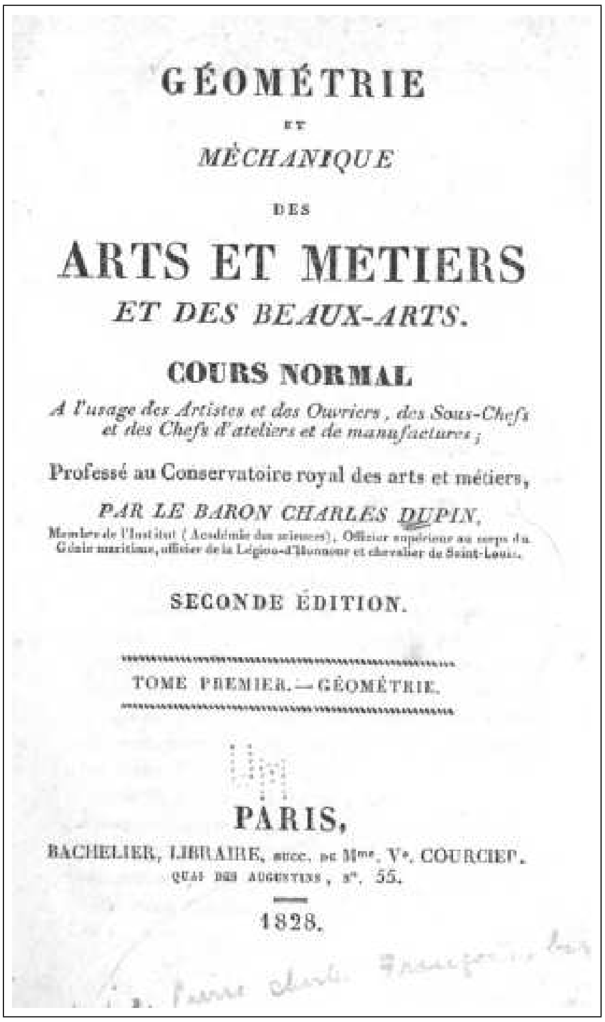
Pierre Charles François Dupin foi matemático, engenheiro naval, professor e político. Sua formação matemática se deu na Escola Politécnica na turma X1801. Ele foi fortemente marcado, em suas pesquisas geométricas, pelo seu professor Gaspard Monge. Em 1813 publicou um livro intitulado *Os desenvolvimentos de geometria*, dedicado ao seu professor, onde ele faz o que hoje em dia chamaríamos de *geometria diferencial clássica*. Em 1819 publica o *Ensaio histórico sobre os serviços e os trabalhos científicos de Gaspard Monge*. Lembramos que o professor admirado por Dupin tinha morrido no ano anterior.

No mesmo ano de 1819 foi nomeado professor no Conservatório de Artes e Ofícios de Paris, atividade que exerceu por 35 anos (até 1854). Em seu posto de trabalho, recebeu do rei Louis XVIII o encargo de fomentar "um ensino público e gratuito para a aplicação das ciências às artes industriais". O historiador Jean Dhombres observa que Dupin trabalhou sem parar pela educação científica e técnica dos operários, mantendo-se, também em política educacional, fiel ao espírito de Monge. Um dos resultados do seu trabalho no Conservatório de Artes e Ofícios de Paris foi a publicação em 1826 do livro *Geometria e mecânica de artes e ofícios e belas artes (tomo I: geometria)*. Como informação complememtar, essa série de livros prossegue com o tomo II sobre mecânica e o tomo III sobre dinâmica. A figura 8.6 mostra a folha de rosto da 2ª edição do *tomo I: geometria* (de 1828).

Além dessas atividades técnico-científicas e pedagógicas, Dupin também se engajou numa longa carreira política. Como viveu por quase 90 anos, sua carreira política atravessou diversos regimes de governo: a Restauração, a Monarquia de Julho, a Se-

54 [GANDILHON 1972, pp. vii-lxi].

gunda República e o Segundo Império. Mesmo sendo um parlamentar de tendência liberal, foi respeitado ao longo do regime da Restauração, chegando a ser nomeado barão em 1824. A retórica de Dupin era bastante conhecida, ele tinha fama de ser um bom orador tanto como professor, quanto como político. No parlamento francês foi companheiro de militância do duque de La Rochefoucauld, principalmente quando o tema em pauta era a defesa, a manutenção e o orçamento para as escolas de artes e ofícios provinciais.[55]



GÉOMÉTRIE

ET

MÉCHANIQUE

DES

ARTS ET METIERS

ET DES BEAUX-ARTS.

COURS NORMAL

A l'usage des Artistes et des Ouvriers, des Sous-Chefs et des Chefs d'ateliers et de manufactures;

Professé au Conservatoire royal des arts et métiers,

PAR LE BARON CHARLES DUPIN,

Membre de l'Institut (Académie des sciences), Officier supérieur au corps du Génie maritime, officier de la Légion-d'Honneur et chevalier de Saint-Louis.

SECONDE ÉDITION.

TOME PREMIER. — GÉOMÉTRIE.

PARIS,

BACHELIER, LIBRAIRE, SUCC. DE Mme. Ve. COURCIER,

QUAI DES AUGUSTINS, no. 55.

1828.

Figura 8.6: Folha de rosto do livro de Dupin (1828).

55 Mais informações sobre o barão Charles Dupin podem ser obtidas nas seguintes fontes. Para um relato feito por contemporâneos seus, de sua matemática e de sua atuação política, consulte [CHASLES 1870, pp. 20-27] e [GUETTIER 1865, pp. 350-351] respectivamente. Um esboço biográfico resumido pode ser encontrado em [DHOMBRES 1987 b, p. 162]. Mais recentemente, o livro coletivo [CHRISTEN e VATIN 2009] tenta dar conta das diversas facetas de Dupin na história francesa do século dezenove.

Características gerais do livro *Geometria e mecânica de artes e ofícios e belas artes (tomo I: geometria)* **de Dupin.**

A característica principal desse livro de geometria para alunos de cursos profissionalizantes é que a matemática ali apresentada é menos abstrata, com poucas demonstrações e com abundância de exemplos de aplicação prática. Este volumoso livro contém 15 lições de geometria como texto principal. Antes do texto principal, há uma dedicatória intitulada *Aos operários franceses* seguida de uma *Nota preliminar*. Após o texto principal o livro contém a transcrição de um discurso feito na Sociedade de Incentivo à Indústria Nacional. O livro encerra com um índice detalhadíssimo do conteúdo do livro (que ocupa nada menos que vinte e sete páginas).[56]

Na dedicatória, Dupin oferece "aos operários franceses, seus amigos" a obra "que lhe deu o maior prazer em compor". A mais importante recomendação de Dupin aos seus amigos nesta página é

> Se vocês estudarem a aplicação da geometria e da mecânica à suas artes, aos seus ofícios, encontrarão neste estudo um modo de trabalhar com mais regularidade, precisão, inteligência, facilidade e rapidez. Vocês farão melhor e mais rápido; vocês aprenderão a arrazoar seus trabalhos e suas invenções.[57]

Uma visão geral e atualizada (em 1825) do ensino de artes e ofícios no reino da França aparece na *Nota preliminar*, cujo longo título completo é *Nota preliminar sobre os progressos do ensino da geometria e da mecânica aplicadas às artes e ofícios, em favor da classe industrial, na hora em que se encerra o trabalho nas oficinas.* Ali Dupin informa que o seguinte: "Começamos este ensino em novembro de 1824 no Conservatório de Artes e Ofícios. Mais de seiscentos chefes de oficinas e de fábricas, artistas ou simples operários de todas as idades e profissões, seguiram [este ensino] com um zelo e com uma atenção dignas dos maiores elogios."[58]

Dupin também faz questão de mostrar que o ensino de artes e ofícios não se restringia às escolas de Châlons e de Angers ou ao Conservatório na capital, mas avança por outras cidades e estabelecimentos. Na *Nota preliminar*, o autor menciona (em apenas

[56] Informo que embora o livro de Dupin tenha sido publicado em 1826, a edição que disponho é a segunda, de 1828, sobre a qual tomarei as referências ao longo desta seção.

[57] Si vous étudiez l'application de la géométrie et de la méchanique à vos arts, à vos métiers, vous trouverez dans cette étude un moyen de travailler avec plus de régularité, de précision, d'intelligence, de facilité et de rapidité. Vous ferez mieux et plus vîte ; vous apprendrez à raisonner vos travaux et vos inventions. [DUPIN, 1828, p. v-vi].

[58] Nous avons commencé cet enseignement en novembre 1824, au Conservatoire des arts et métiers. Plus de six cents personnes, chefs d'ateliers et de manufactures, artistes et simples ouvriers de tout âge et de toute profession, l'ont suivi avec un zèle et une attention dignes de plus grandes éloges. [DUPIN, 1828, p. 1].

duas páginas) o nome de dezesseis pessoas: oito são professores de geometria ou de mecânica (quase todos são ex-politécnicos), seis são industriais e dois são políticos. Entre as pessoas mencionadas aparecem o geômetra Poncelet e o "ilustre" duque de La Rochefoucauld. Dupin também menciona os nomes de pelo menos vinte cidades francesas onde esse ensino de artes e ofícios está acontecendo.

O discurso pronunciado por Dupin na Sociedade de Incentivo à Indústria Nacional, e encartado ao final do livro, intitula-se *Sobre os progressos do novo ensino da geometria e da mecânica aplicadas às artes e ofícios, em favor das classes industriais.* Nesse discurso ele explica os objetivos dos seus cursos e do livro que ele redigiu. Para começar, os cursos que ele preparou para lecionar no Conservatório de Artes e Ofícios tinham como público alvo homens adultos, já inseridos nas indústrias e fábricas. As lições eram ministradas no turno da noite e deveriam ser gratuitas para os estudantes.[59] O custeio desses cursos ficava por conta dos industriais mencionados na *Nota preliminar* e de outro filantropos. O pré-requisito (em termos de formação escolar básica) para assistir às lições pretendia-se bem pouco: "O caráter essencial deste ensino é o de não supor, para ser seguido, de outros conhecimentos preliminares do que o das quatro regras da aritmética."[60]

Já o livro, propriamente dito, não necessariamente era para ser lido pelos alunos operários, mas para aqueles que fossem colocados como professores nessas turmas.

> Tendo, nos últimos vinte anos (...) recolhido as principais aplicações da geometria (...) eu considerei que pudesse, com algum fruto, compor e publicar um curso normal que os professores de matemáticas repetissem facilmente.[61]

Observamos que os leitores esperados por Dupin, que são adultos (ou mais exatamente professores de adultos), são bem diferentes dos leitores de Bobillier, que são adolescentes em formação inicial.

E agora, qual é e como é a geometria que aparece no texto principal de Dupin? Aqui respondo *como* é a geômetra ensinada nas quinze lições. Mais adiante informo *qual* é essa geometria.

Como já foi dito, o índice é minucioso. Percebe-se logo que a numeração das páginas dos temas contidos no livro avançam lentamente ao longo dele. Pelo índice dá

---

[59] [DUPIN, 1828, p. 401].

[60] Le caractère essentiel de cet enseignement est de ne supposer, pour être suivi, d'autres connaissances préliminaires que celles des quatre règles de l'arithmétique. [DUPIN, 1828, p. 393].

[61] Ayant depuis vingt années (...) recueilli les principales applications de la géométrie (...) j'ai pensé que je pourrais, avec quelque fruit, composer et publier un cours normal que des professeurs de mathématiques répéteraisent aisément. [DUPIN, 1828, p. 396].

pra perceber o quanto os assuntos “teóricos” e os assuntos “práticos” estão misturados no livro. Para dar uma idéia do que foi dito acima, reproduzo o conteúdo da *Segunda Lição* conforme aparece no índice:

A mistura entre teoria e prática é ainda mais difícil de desembaraçar no próprio texto. Não há a marcação de todos os subtítulos nas lições. Muitas vezes fica difícil de identificar onde o autor terminou de dar uma informação geométrica e onde começou a falar de uma aplicação daquela informação. O texto de Dupin é bastante discursivo, faz pouco uso de fórmulas ou símbolos matemáticos. As matemáticas ali apresentadas são feita de maneira informal. O autor enuncia um teorema ou uma fórmula e nem sempre a justifica, passando imediatamente para uma aplicação prática daquilo.

De modo geral, parece que o livro funciona melhor como um vetor político ou um manual de consulta rápida do que como um livro de formação matemática.

A parte teórica do livro de Dupin.

A partir de uma leitura atenta do índice, eu mesmo fiz a seleção do que parecia ser “geometria teórica”, descartando o que pareciam ser as “aplicações”. Assim, consegui identificar o seguinte conteúdo no livro do barão Charles Dupin.

Da primeira a sexta lição, a geometria apresentada é plana. Na primeira lição, a linha reta, os ângulos, as perpendiculares, as oblíquas, o plano e suas relações com a reta e os ângulos. A segunda lição trata de linhas paralelas, de suas combinações com perpendiculares e oblíquas. Mostra-se que as paralelas estão sempre à igual distância

[62] [DUPIN 1828, pp. 406-407].

e que paralelas encerradas entre (outras) paralelas são iguais. Mostram-se ainda aplicações de paralelas ao desenho da geometria descritiva e o método das projeções. A terceira lição fala do círculo, da circunferência, do centro, de raios e de diâmetros. Trata ainda de cordas e de tangentes, relação entre circunferência e raio, arcos, medidas de ângulos por graus, minutos e segundos. Na quarta lição, Dupin dedica-se aos triângulos, triângulos simétricos, figuras de quatro lados, trapézio, paralelogramo, losango, retângulo, quadrado. Informa-se que é a soma dos ângulos internos de um polígono e apresenta-se propriedades dos polígonos regulares. O tema da quinta lição é proporcionalidade, o autor fala de figuras iguais, de figuras simétricas e de figuras proporcionais. Ele mostra a propriedades de linhas proporcionais, comenta regra de três e fala de triângulos semelhantes. Na sexta lição o assunto é áreas de superfícies de figuras planas, limitadas por linhas, retas ou circulares. Nesta lição mostra-se que num triângulo retângulo, o quadrado construído sobre o maior lado é igual à soma dos quadrados construídos sobre os outros dois lados (o teorema de Pitágoras). Calcula-se a área do retângulo, do paralelogramo, do triângulo, do trapézio, de um polígono regular. Comenta-se a impossibilidade da quadratura do círculo.

Da lição sétima em diante, a geometria ensinada é a espacial. A sétima lição trata dos sólidos limitados por planos, prismas, paralelepípedos, cubos e pirâmides. Calcula-se os volumes dessas figuras. Na oitava lição o assunto é cilindro, a superfície redonda do cilindro, a superfície total e o volume. A lição nona trata de cones, suas arestas, seu vértice, sua superfície curva. Calculam-se os volumes do cone e do tronco de cone. As três lições seguintes falam de superfícies. Superfícies planificáveis e torcidas na décima lição. Superfícies de revolução ou geradas pelo movimento de uma reta e ainda a esfera na décima primeira lição. Superfícies espirais na décima segunda lição. A décima terceira lição ensina os meios que a geometria descritiva oferece para determinar e representar a interseção de superfícies. Mostram-se as interseções entre planos, e as interseções do cone com o plano e as seções cônicas (elipse, parábola e hipérbole). Na décima quarta lição Dupin ensina a desenhar retas tangentes e planos tangentes às curvas e às superfícies. Finalmente na décima quinta lição comenta-se a curvatura de linhas e de superfícies.

Um debate sobre o ensino das artes e dos ofícios fomentado a partir do livro *Geometria e Mecânica das Artes e Ofícios e das Belas Artes*.

Claramente que um livro como o de Dupin causaria controvérsias. Em junho de 1826, o astrônomo J. G. Garnier, co-editor da *Correspondência Matemática e Física*, anuncia um livro diferente dos que ele já tinha visto, porque se pretendia um livro adequado para o novo ensino das artes e dos ofícios.

> Numa época onde as escolas de artes e ofícios se propagam com a rapidez das idéias novas, é uma de nossas obrigações anunciar as obras próprias a servir de textos a este novo ensino já generalizado na França e na Inglaterra, ensino sobre o qual não existia até aqui nenhum tratado especial, pelo menos que nós soubéssemos. Citaremos então o único que chegou ao nosso conhecimento, o do barão *Charles Dupin*, ex-aluno da Escola Politécnica, membro da Academia real de ciências de Paris, e professor no Conservatório de artes e ofícios desta cidade.[63]

Poucos meses depois, o mesmo editor J. G. Garnier republicou as opiniões de dois editores (e de dois jornais) diferentes sobre o livro de Dupin. Num texto único, ele reúne essas republicações, as suas próprias opiniões sobre o livro de Dupin e mais as suas opiniões sobre as opiniões alheias. Essa polifonia aparece concentrada em apenas duas páginas do fascículo de outubro de 1826 da *Correspondência Matemática e Física*, e por isso o pequeno texto é ligeiramente confuso. Os envolvidos nesse estranho *debate* são Joseph Diaz Gergonne, que comentou o livro de Dupin numa contracapa de fascículo recente dos *Annales*; e Claude Joseph Ferry, que falou do ensino de geometria para artes e ofícios num jornal chamado *Revista Enciclopédica*.

Garnier diz que leu com surpresa, no fascículo setembro de 1826 dos *Annales*, esta opinião de Gergonne:

> Se tivéssemos um desejo a emitir, seria este, o de ver substituir na maioria das nossas escola a obra de Dupin [no lugar] desses *tratados eruditos e severos* que se poderia chamar de *sapatos grandes para pés pequeninos*.[64]

Note que a surpresa de Garnier foi que o comentário de Gergonne tenha sido uma espécie de elogio. É que Garnier parece não ter gostado do livro de Dupin, ao afirmar que:

> ali, a *[a prática e a teoria]* se encontram engatadas, ou melhor, misturadas de um tal modo que parece uma espécie de bazar científico. (...) [O livro] não contém nem a aritmética, nem a álgebra, nem as trigonometrias, nem as seções cônicas, quando a leitura de dois

---

[63] À une époque où les écoles d'arts et métiers se propagent avec la rapidité des idées nouvelles, c'est une de nos obligations d'annoncer les ouvragens propres à servir de texte à ce nouvel enseignement déjà généralise en France et en Angleterre (...) enseignement sur lequel il n'avait existé jusqu'ici aucun traité spécial, du moins que nous sachions. Nous citerons donc le seul qui soit venu à notre connaissance, celui de M. le baron *Charles Dupin*, ancien élève de l'Ecole Polytechnique, membre de l'Académie royale des sciences de Paris, et professeur au Conservatoire des arts et métiers de cette ville. [CORRESPONDANCE MATHÉMATIQUE et PHYSIQUE 1826, p. 62].

[64] Si nous avions un voeu à emettre, ce serait celui de voir substituer dans la plupart de nos Ecoles (...) l'ouvrage de M. Dupin (...) à ces *traités savans et sévères* qu'on peut appeler (...) de *grands souliers pour de petit pieds.* [CORRESPONDANCE MATHÉMATIQUE et PHYSIQUE 1826, p. 302].

terços da obra requer continuamente os conhecimentos agrupados sob esses títulos.[65]

Quanto a Ferry, ele comenta na *Revista Enciclopédica* a introdução de uma geometria descritiva menos teórica no ensino de artes e ofícios. Para Ferry isso não seria possível em escolas de artes na Inglaterra, por causa do modo inglês de insistir num ensino mais tradicional de matemática:

> Não se poderia introduzir [a geometria descritiva] no ensino [de artes e ofícios], se se tivesse conservado o empilhamento de teoremas, corolários e escólios, além dos fatigantes e quase sempre inúteis demonstrações de proposições inversas. Os ingleses, que persistem num tipo de obstinação nos velhos hábitos de instrução matemática, não poderiam redigir um manual de *geometria das artes*.[66]

Outra vez Garnier discorda do seu interlocutor, e encerra o estranho *debate* comparando (ironicamente) o ensino na França com o da Inglaterra: "Quanto aos ingleses, salvo melhor opinião, eu penso que eles começaram pelo começo, enquanto que se quer nos fazer começar pelo fim."[67]

Comparação de conteúdos entre o livro de Dupin e as edições do livro de Bobillier.

Já vimos em seções anteriores que o primeiro *Curso de Geometria* de Bobillier está contido no último. Agora podemos notar que o primeiro *Curso de Geometria* de Bobillier também está contido na "parte teórica" do livro de Dupin. Mas o último *Curso de Geometria* de Bobillier e a "parte teórica" do livro de Dupin não são coincidentes. Identificamos que no livro de Dupin aparecem métodos de projeções, regras de três, superfícies espirais e estudo de interseção de superfícies, que não aparecem no livro de Bobillier. Em contrapartida, a maioria das novidades que aparecem no livro de Bobillier nas partes *Geometria Plana (segunda parte)* e *Geometria Espacial (segunda parte)*, e sobretudo os temas inovadores no *Apêndice à geometria plana*, são

[65] Dans [le livre], *[la pratique et la théorie]* se trouvent engrémées ou plutôt mêlées de manière à faire une espèce de bazar scientifique. (...) [Le livre] ne contient ni l'arithmétique, ni l'algèbre, ni les trigonométries, ni les sections coniques, quand cependant la lecture des deux tiers de l'ouvrage, requiert continuellement les connaissances groupées sous tous ces titres. [CORRESPONDANCE MATHÉMATIQUE et PHYSIQUE 1826, p. 303].

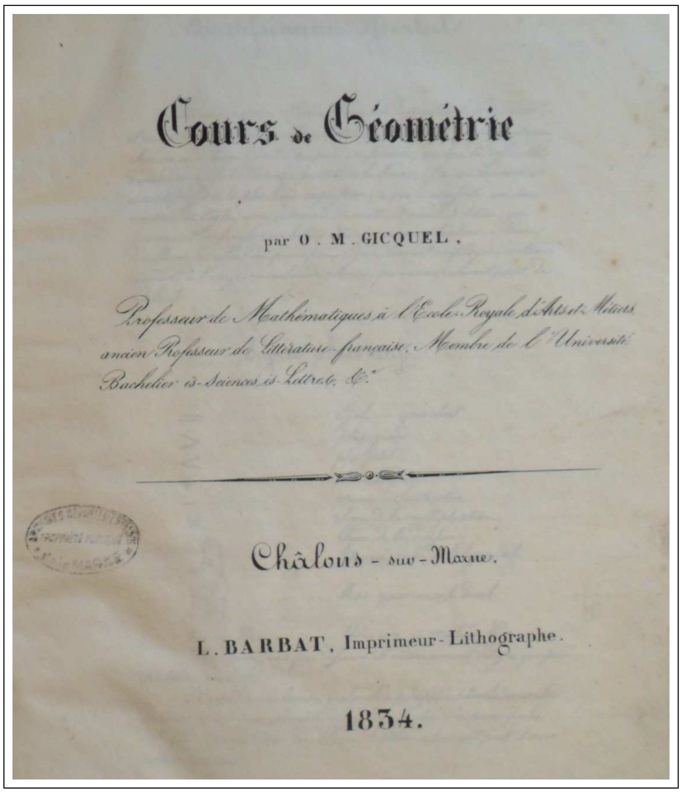
[66] On n'aurait pu introduire [la géométrie descriptive] dans l'enseignement [d'arts et métiers], si l'on avait conservé l'échafaudage des théorèmes, corollaires et scolies, ainsi que les fatigantes et presque toujours inutiles démonstrations des propositions inverses. (...) Les Anglais qui ont persisté avec une sorte d'obstination dans les vielles habitudes d'instruction mathématique, n'ont point rédigé la *Géométrie des arts*. [CORRESPONDANCE MATHÉMATIQUE et PHYSIQUE 1826, p. 303].

[67] Quant aux Anglais, je pense, sauf meilleur avis, qu'ils ont commencé par le commencement, et qu'on veut nous faire commencer par la fin. [CORRESPONDANCE MATHÉMATIQUE et PHYSIQUE 1826, pp. 303-304].

completamente ausentes no livro de Dupin.

O livro *Curso de Geometria* de Gicquel: estrutura geral.

Agora apresento o *Curso de Geometria* do quinto professor de matemáticas da EdA&M de Châlons, Octave Marie Gicquel, publicado em 1834. Este livro manuscrito tem 102 páginas no total e está preservado nos Arquivos Departamentais de Marne.[68] A figura 8.7 mostra a folha de rosto do livro de Gicquel.



Cours de Géométrie

par O. M. GICQUEL.

Professeur de Mathématiques à l'École Royale d'Arts et Métiers, ancien Professeur de Littérature française, Membre de l'Université, Bachelier ès-Sciences ès-Lettres, &c.

Châlons-sur-Marne.

L. BARBAT, Imprimeur-Lithographe.

1834.

Figura 8.7: Folha de rosto do *Curso de Geometria* de Gicquel (1834).

O livro de Gicquel tem uma estrutura geral simples. O texto principal ocupa 97 páginas numeradas e, assim como no caso do livro de Bobillier, é repleto de figuras. Antes do texto principal, o livro começa com uma folha de rosto e segue com uma espécie de introdução. A folha de rosto é "tradicional", isto é, informa o título da obra, o nome e uma apresentação do autor, a cidade e a data de publicação. Já a introdução ocupa duas páginas e contém uma "advertência essencial", uma lista de sinais e abreviações e uma errata. Após o texto principal há um índice, ocupando duas páginas, com os títulos (e a indicação das páginas) das partes do texto principal e das lições.

[68] [ARCHIVES DÉPARTEMENTALES DE LA MARNE], biblioteca, cota [H/BIB/10702].

O texto principal, em si mesmo, é dividido em 48 lições curtas (de apenas duas páaginas cada uma), agrupadas em três grandes partes, salvo a *1ª lição* que vem antes do início da *Primeira parte*. A distribuição das lições e a quantidade de páginas em cada parte são informadas na tabela 8.6 abaixo.

O *Curso de Geometria* de Gicquel	**Lições**	**Páginas**
(Introdução)	1ª	de 1 a 2
Primeira parte	da 2ª a 22ª	de 3 a 44
Segunda parte	da 23ª a 34ª	de 45 a 68
Terceira parte	da 35ª a 48ª	de 69 a 97
TOTAL do LIVRO	48 lições	97 páginas

Tabela 8.6: Estrutura geral do *Curso de Geometria* de Gicquel (1834).

Conteúdos lecionados no *Curso de Geometria* de Gicquel.

Na *Primeira parte* do *Curso de Geometria* de Gicquel, as lições se concentram em figuras formadas por linhas. Ali se ensina os ângulos e as retas perpendiculares, oblíquas e paralelas, os triângulos e os polígonos em geral. E mais, linhas proporcionais, semelhança de triângulos, proporcionalidade de linhas num círculo, semelhança de polígonos, circunferências e diâmetro.

A *Segunda parte* do livro enfoca em áreas e superfícies. Começando por quadriláteros, as lições avançam por medida de superfícies planas e comparação de áreas planas. Saltando para o espaço, vem as lições sobre plano, posições de retas em relação a um plano, ângulo diedro, posições relativas de planos considerados entre eles, paralelismo e ângulos poliedros.

Por fim, na *Terceira parte* do texto didático de Gicquel, a ênfase está em figuras espacial que ocupam volume. As lições falam de classificação de sólidos, poliedros, corpos redondos, superfícies poliédricas, sólidos semelhantes, superfícies comparadas, propriedades de medidas de volumes, semelhança e comparação de volumes.

O *Curso de Geometria* de Gicquel enquanto "testemunha" da geometria ensinada nas escolas de artes e ofícios.

Espalhados ao longo do livro de Gicquel há diversos pequenos comentários que indicam o uso efetivo dessas notas nas lições orais em classe. Apresento aqui apenas dois exemplos. No final da *16ª lição*, que trata de inscrição de quadrados e de hexágonos em circunferências, há um argumento esboçado, mas não redigido completamente. Gicquel informa na última frase do parágrafo o seguinte: "Explicação na lição oral."[69] Outro exemplo encontra-se na página inicial da *23ª lição*, que trata do diferentes tipos de quadriláteros. Nesta página não há nenhum desenho na margem do livro, que fica vazia, mas há uma nota de rodapé que informa que "todas as figuras que vão se repetir são feitas e explicadas no quadro."[70]

Outros trechos indicam um caráter eventualmente informal do ensino nas escolas de artes e ofícios. Um exemplo pode ser conferido na *8ª lição* que trata de paralelismo entre retas no plano: "A teoria das paralelas não está demonstrada em nenhum lugar com exatidão rigorosa, ainda que tudo o que está estabelecido nesta teoria seja de uma veracidade gritante na prática. Concordando com Bézout, Vincent e vários outros bons espíritos, não procuraremos demonstrar a evidência."[71] Observamos que Gicquel menciona dois "bons espíritos" que são autores de manuais didáticos de matemáticas elementares correntes no início do século dezenove. Um deles é o já falecido Étienne Bézout (1730-1783), célebre nas escolas francesas pela sua coleção de livros didáticos que foram utilizados por muito tempo como livros textos nas turmas preparatórias para as grandes escolas. O outro é Alexandre Joseph Hidulphe Vincent (1797-1868), ex-aluno da Escola Normal Superior, professor no Colégio Real de Saint Louis (em Paris) e autor de um livro texto de geometria elementar que teve cinco edições entre 1826 e 1844. Ora, se nem Bézout e nem Vincent se aprofundam nas delicadas questões em torno do tema do paralelismo em seus livros, muito menos Gicquel ousará fazê-lo nas suas lições.[72]

Esses trechos e comentários selecionados dão a impressão de que o livro de Gicquel parece muito mais um esboço do que o professor fazia em sala de aula do que exatamente um livro acabado. Lembre-se que, *na prática*, quem lecionava os conteúdos de geometria básica na EdA&M de Châlons era realmente Gicquel, na 3ª e 2ª divisão (enquanto que Bobillier era o privilegiado professor atuante nas turmas dos veteranos da 1ª divisão). Por isso mesmo, o livro de Gicquel *dá uma pista* de qual era a geometria realmente ensinada nas escolas de artes e ofícios na década de 1830.

---

[69] Explication à la leçon orale. [GICQUEL 1834, p. 32] em [ARCHIVES DÉPARTEMENTALES DE LA MARNE], biblioteca, cota [H/BIB/10702].

[70] N.B. Toutes les figures qui vont se répéter, sont faites et expliquées au tableau. [GICQUEL 1834, p. 45] em [ARCHIVES DÉPARTEMENTALES DE LA MARNE], biblioteca, cota [H/BIB/10702].

[71] La théorie des parallèles n'est nulle part démontrée avec une exactitude rigoureuse, bien que tout ce que l'on y établit sont d'une vérité frappante en pratique. D'acord avec Bezout, Vincent, et plusiers autres bons esprits, nous ne cherchons pas à démontrer l'évidence. [GICQUEL 1834, p. 15] em [ARCHIVES DÉPARTEMENTALES DE LA MARNE], biblioteca, cota [H/BIB/10702].

[72] Chamo a atenção para que não se confunda este autor Vincent com o diretor da EdA&M de Châlons na década de 1830, Jean Antoine Aza Vincent. Quanto a Bézout, ele é um matemático do século dezoito que é lembrado pelos geômetras algebristas de hoje em dia pelo famoso *Teorema de Bézout*, um resultado fundamental que conta a quantidade de interseções entre duas curvas planas.

Conclusões parciais: que geometria para que alunos?

As diferenças e semelhanças que há entre os quatro livros poderiam servir como mote para discutir um problema pedagógico que se coloca nas escolas e nos programas de ensino de cursos profissionalizantes: *quais*, *quanto* e *como* devem ser as matemáticas que se ensinam para estes alunos? Sem pretender me engajar nesse importante debate, limito-me a responder simplesmente a essa pergunta: a partir dos quatro livros avaliados acima, é possível saber qual realmente é a geometria ensinada nas escolas de artes e ofícios?

O último *Curso de Geometria* de Bobillier é um livro inovador, não apenas porque contém novos conceitos ou novos métodos, mas também porque ele se esforça em inserir no ensino secundário, de um modo didático e *correto*, alguns dos métodos e dos resultados da geometria moderna dos anos 1820/1830.[73] Mas trata-se de um livro que vai muito além de um ensino básico numa escola que valoriza mais as oficinas do que a instrução teórica. Assim, esse livro parece mais adequado a outros públicos do que aos *gadzarts* dos anos 1830.

O livro *Geometria e mecânica de artes e ofícios e belas artes (tomo I: geometria)* de Charles Dupin não é para a formação nas escolas de artes e ofícios. Além disso, porque trata-se de um produto para ser repetido por professores de operários adultos nas diversas cidades da França, talvez nem mesmo seja um livro para o Conservatório de Artes e Ofícios de Paris. De resto, em termos de desenvolvimento da matemática sua contribuição parece nula, e em termos de ensino de matemática sua contribuição é polêmica desde sua publicação.

Finalmente, vimos que o *Curso de Geometria* do professor Gicquel de 1834 parece ser um produto direto e indissociável de suas práticas docentes no cotidiano escolar. Observa-se também que os livros de Bobillier e Gicquel têm semelhanças que vão além do que portar o mesmo título: os conteúdos abordados no livro de Gicquel (para os alunos de Châlons) e no primeiro *Curso de Geometria* de Bobillier (para os alunos de Angers) não são muito diferentes entre si. Assim sendo, esses dois textos são os que melhor retratam o ensino básico de geometria nas escolas de artes e ofícios francesas durante o período da Monarquia de Julho.

[73] Observo que a palavra *correto* empregada por mim nessa frase significa que o texto não despreza a estrutura e o rigor esperado de um texto matemático: estabelecer as definições necessárias e provar (ou pelo menos argumentar sobre) todos os teoremas enunciados.

Capítulo 9

Anos finais de Étienne Bobillier (1836-1840).

Este capítulo encerra a biografia de Étienne Bobillier, ao narrar os últimos episódios de sua vida. O foco dos relatos reservados para este capítulo final está menos na carreira docente, científica ou profissional. Aqui, veremos o Bobillier doméstico, o Bobillier social, o Bobillier que causa comoção quando morre.

Na sua vida pessoal há o surgimento de uma doença crônica em 1836, da qual ele vai sucumbir quatro anos depois. Mas há, em contrapartida, o desfrute da “fonte dos sentimentos mais doces”, quando em 1837 Bobillier se casa com a filha de uma família chalonense.[1] Esse também é um período de grande inserção de Bobillier na sociedade local (como membro participativo da Sociedade de la Marne) e mesmo de um certo reconhecimento nacional (pela condecoração como Cavaleiro da Ordem da Legião de Honra).[2] A maior parte dos fatos narrados neste capítulo está registrada no discurso obituário para Bobillier, pronunciado por um membro da Sociedade de la Marne e publicado no periódico regional seis meses após sua morte.[3] A situação das escolas onde Bobillier trabalhava, após sua morte, é descrita brevemente no fim do capítulo.[4]

[1] Estas são as seções 9.1.1 e 9.1.2.
[2] Como veremos nas seções 9.2.1 e 9.2.2.
[3] Tanto esse discurso obituário, quanto um segundo, aparecem na seção 9.3.1.
[4] Esta é a seção 9.3.2.

9.1 Vida doméstica.

Nas seções a seguir acompanhamos o relato sobre a doença letal de Bobillier e informações sobre o seu casamento tardio

9.1.1 A doença de Bobillier (a partir de 1836).

Em 1836, Bobillier começa a ter problemas de saúde. Segundo as palavras do orador do seu discurso obituário, são problemas "muito graves".

> Morando longe de sua família, inteiramente entregue aos seus trabalhos, Sr Bobillier ignora por muito tempo as doçuras da vida doméstica. Uma doença bastante grave que ele teve em 1836, lhe mostra seu isolamento.[5]

No ano seguinte, quando ele parecia ter melhorado, a mesma doença volta. Tratase de uma enfermidade cíclica, com fase de melhoras alternadas com fases muito ruins. Apesar de recorrentemente doente ao longo dos quatro últimos anos de sua vida, Bobillier se recusa licenciar-se e mantém-se trabalhando.

> Quando ele sentiu os primeiros sintomas do mal sob o qual ele sucumbiu, Bobillier não lhes deu atenção, ele não interrompeu nenhum de seus trabalhos; mas logo ele foi interrompido inteiramente; os aborrecimentos suscitados agravaram o mal; entretanto, uma primeira vez, a força da sua constituição pareceu triunfar. Consultando apenas sua coragem, impulsionado por um zelo imprudente, Bobillier retomou suas funções; mas a doença reapareceu; e fez progresso assustadores.[6]

9.1.2 O casamento de Bobillier (03 de agosto de 1837).

Em 03 de agosto de 1837, Bobillier se casa com uma moça chamada Pome Idalie Pavier, filha de um recebedor municipal de Châlons. A essa altura ele já está com 39 anos de idade. Sua esposa tem 24 anos e é "sem profissão, domiciliada nesta cidade, aqui nascida em doze de outubro de mil oitocentos e doze".[7] O casamento parece

[5] Vivant loin de sa famille, livré tout entier à ses travaux, M. Bobillier ignora long-temps les douceurs de la vie domestique. Une maladie assez grave, qu'il fit en 1836, lui montra son isolement. [SEANCE PUBLIQUE de la MARNE 1840 b, p. 122].

[6] Lorsqu'il ressentit les premières atteintes du mal sous lequel il succomba, M. Bobillier n'en tint pas compte, il n'interrompit aucun de ses travaux ; mais bientôt il fut arrété tout-à-fait ; des contrariétés qu'on lui suscita aggravèrent le mal ; cependant, une première fois, la force de sa constitution parut triompher. Ne consultant que son courage, entraîné par un zèle imprudent, M. Bobillier reprit ses fonctions ; mais la maladie reparut ; et fit d'effrayants progrès. [SEANCE PUBLIQUE de la MARNE 1840 b, p. 122].

[7] Informações tomadas em [ARCHIVES MUNICIPALES À CHALONS-EN-CHAMPAGNE], (Casamentos em Châlons 1837), cota [E/1/146].

ter feito bem ao professor Bobillier. Pelo menos é a impressão que fica na leitura do depoimento do orador do discurso obituário, que comenta (e lamenta) assim:

> O amor de sua jovem esposa, a afeição com que sua nova família lhe cobre, abre para ele a fonte dos sentimentos mais doces. Ele começava uma vida nova que deveria, ah!, durar tão pouco.[8]

O registro civil de casamento está no número 62 do livro *Casamentos em Châlons (1837).*[9] Trata-se de um longo texto manuscrito que se estende por três páginas do referido livro.[10] Ali encontramos algumas informações sobre a cerimônia de matrimônio ocorrida no Cartório de Châlons. O oficiante foi o subprefeito da cidade, o Sr Jacques Maucourt. A mãe de Bobillier, Sra Marie Rollet, ainda morava em Lons-le-Saunier. À essa altura ela tinha a idade de setenta anos aproximadamente, e não pode se deslocar para acompanhar a cerimônia. Ele enviou por escrito, por intermédio de um procurador, o seu "consentimento ao casamento de seu filho". Os pais de Pome Idalie Pavier chamavam-se Louis Joseph Pavier e Eléonore Louvrignat, e eles deram o consentimento ao casamento de sua filha presencialmente.

Quatro pessoas serviram de testemunhas ao enlace matrimonial. Pelo lado de Bobillier, um deles é Jean Antoine Aza Vincent, o diretor da EdA&M de Châlons. Ainda pelo lado de Bobillier, a outra testemunha é Louis Camarat que era inspetor honorário da Universidade em Châlons, ou seja, um funcionário diretamente ligado ao Colégio Real da cidade. Pelo lado de Pome Idalie, as duas testemunhas são tios seus: Nicolas Louvrignat, que era comerciante em Châlons, e Charlen de Marville, recebedor de impostos na cidade de Montmirail. É bem interessante notar que os dois padrinhos de Bobillier são pessoas ligadas às escolas em que ele trabalhava, o que caracteriza o noivo como *um homem de trabalho.* Por outro lado, os padrinhos de Pome Idalie são familiares próximos, o que caracteriza a noiva como *uma moça de família.*

---

[8] L'amour de sa jeune épouse, l'affection dont l'entoura sa nouvelle famille, ouvrit pour lui la source des sentiments les plus doux. Il commençait une vie nouvelle qui devait, hélas! durer trop peu. [SÉANCE PUBLIQUE de la MARNE 1840 b, p. 122].

[9] Este livro é um documento manuscrito preservado nos Arquivos Municipais da cidade, precisamente em [ARCHIVES MUNICIPALES À CHALONS-EN-CHAMPAGNE], (Casamentos em Châlons 1837), cota [E/1/146]. Uma cópia microfilmada do mesmo documento encontra-se nos Arquivos Departamentais, precisamente em [ARCHIVES DÉPARTEMENTALES DE LA MARNE], (registros de estado civil), cota [2E119/284]. Esta cópia também está disponível para consulta *on line* no site dos Arquivos Departamentais, cujo link é informado na última seção da bibliografia desta tese.

[10] Algumas imagens desse registro civil do casamento de Bobillier com Pome Idalie, encontram-se nas figuras J.3, J.2, J.1, que estão no apêndice J, junto com a transcrição e a tradução integral do documento.

9.2 Vida em sociedade.

Bobillier, tendo nascido, trabalhado e vivido quase toda sua vida em cidades de província, foi membro de algumas sociedades *savantes* regionais.[11] Uma típica sociedade *savante* provincial francesa no início do século dezenove era um agrupamento de especialistas e/ou de amadores cultos de uma determinada região. Nesse agrupamento eles promoviam encontros para leituras públicas, estudos e discursos dos assuntos do seu interesse. Majoritariamente, a diretriz dos temas tratados nessas sociedades era a cultura, os costumes, a história e a geografia local. Estas sociedades incluíam entre seus membros professores, artistas, comerciantes, industriais, produtores locais, médicos, magistrados, clérigos, entre outros cidadãos ilustres das burguesias provinciais.

9.2.1 A Sociedade de Agricultura, Comércio, Ciências e Artes do Departemento de Marne.

Uma das sociedades onde Bobillier era mais ativo participante foi a *Sociedade de Agricultura, Comércio, Ciências e Artes do Departamento de la Marne*, da qual ele era membro desde sua primeira temporada na cidade de Châlons. O que esta Sociedade fazia? Quem nos responde é um senhor chamado Maupassant, chalonense, que na gestão de 1839/1840 era o secretário da Sociedade de la Marne. Na *Prestação de contas dos trabalhos da Sociedade durante o ano de 1840*, ele abre suas falas assim:

> Senhores, o primeiro dever das Sociedades acadêmicas é de assinalar ao reconhecimento público, e de propor à imitação de tudo o que se faz de útil em torno delas. Também, o que nos preocupa em nossas assembléias solenes, é menos de vos dizer o que nós pudemos produzir por nós mesmos, do que chamar vossa atenção para os trabalhos, para os progressos alcançados pelos nossos compatriotas. Popularizar as descobertas da ciência em benefício da arte, dizer quais melhorias podem ser introduzidas na prática, naturalizar em nossas comunidades todos os gêneros de explorações susceptíveis de ter sucesso ali; esta é a missão da nossa Sociedade.[12]

[11] A palavra *savant(e)* em francês, pode ser traduzida por erudito(a), versado(a), culto(a), etc.

[12] Messieurs, le premier devoir des Sociétés académiques est de signaler à la reconnaissance publique, et de proposer à l'imitation de tous ce qui se fait d'utile autour d'elles. Aussi ce qui nous préoccupe dans ces assemblées solennelles, c'est moins de vous dire ce que nous avons pu produire nous-mêmes, que d'appeler votre attention sur les travaux, sur les progrès accomplis par nos compatriotes. Populariser les decouvertes de la science au profit de l'art, dire quelles améliorations peuvent être introduites dans la pratique, naturaliser dans nos localités tous les genres d'exploitations susceptibles d'y réussir ; telle est la mission de notre Société. [SÉANCE PUBLIQUE da la MARNE 1840, p. 71].

A maioria dessas sociedades patrocinava publicações anuais que continham as prestações de contas, assinada pelo secretário, além de anúncios de interesse regional e textos versando sobre os mais diferentes assuntos. O tipo mais comum de texto que aparecia nesses anuários eram transcrições dos discursos ou leituras proferidas nas reuniões públicas das sociedades. O anuário da Sociedade de la Marne se chamava *Seção pública da sociedade de agricultura, comércio, ciências e artes do Departamento de Marne* (eventualmente apelidado por alguns historiadores de *Almanaque de la Marne*). Para dar uma idéia do tipo de assuntos que interessava a Sociedade de la Marne, bem como do tipo de textos que um almanaque regional podia publicar, vejamos rapidamente o que apareceu na *Seção Pública da Sociedade de la Marne*, nos volume de 1826 e de 1834, respectivamente os anos do primeiro e do último artigo de Bobillier ali.

Haviam as colunas *fixas* do almanaque: o discurso do presidente anual da Sociedade, as prestações de contas das atividades da Sociedade no ano que passou, o resumo das observações meteorológicas ao longo do ano transcorrido, o catálogo dos novos livros recebidos na biblioteca da Sociedade naquele ano e a chamada para o concurso anual de dissertações. O discurso do presidente anual de 1826, que era um vigário da região, foi sobre a importância e os modos de ensinar a história da França em estabelecimentos de instrução pública. Já o discurso do presidente anual de 1834, que era um médico em Châlons, foi sobre a utilidade moral das cadernetas de poupança. Sobre os concursos regulares de dissertações, em cada ano eram propostos muitos temas. Em 1826, alguns dos temas foram "a superioridade da moral do evangelho sobre a moral das filosofias antigas e modernas" e "biografias de homens célebres nascidos no departamanto de la Marne". E em 1834, os temas que apareceram foram "aperfeiçoamentos da guarda nacional no interesse do povo e das liberdades políticas" e "seguridade social para pessoas cegas", entre outros. E havia os textos eventuais, redigidos pelos membros titulares da Sociedade ou por visitantes ilustres que passassem pela cidade (normalmente representantes do governo). Em 1826 houveram cinco textos desse tipo. Além do artigo de matemática de Bobillier, apareceram: um estudo sobre as desordens nas vilas da zona rural por comparação com as vilas da zona urbana, um discurso de um representante público do rei sobre quais devem ser as atribuições das sociedades *savantes* provinciais, um relatório de um professor da Escola de Artes e Ofícios sobre a possível construção de uma nova máquina trituradora mecânica na cidade, e um comentário sobre um texto de filosófico que tinha sido publicado recentemente em Paris. Já em 1834 houve o artigo de matemática de Bobillier e outros três textos eventuais: uma dissertação biográfica, assinada por um conselheiro da prefeitura, narrando a vida de um militar de alta patente nascido na região de la Marne, um texto literário dramático em prosa e uma comédia literária em versos.

Bobillier, membro da Sociedade de la Marne.

Étienne Bobillier foi nomeado membro titular ali em 1826, imediatamente após publicar no Almanaque de la Marne um texto de matemática, o seu artigo científico de estréia. Trata-se de um texto onde Bobillier aplica cálculos de geometria elementar para resolver problemas envolvendo formato e construção de roldanas para poços.[13] O artigo tem um caráter *prático* e sua publicação é recebida com muito boa vontade e com elogios por parte do redatores do almanaque regional. Todo esse movimento – o assunto do artigo, o anuário onde foi publicado e sua recepção – indica uma boa integração de Bobillier com a sociedade local de Châlons.

Em sua segunda temporada em Châlons, ele participou ainda mais efetivamente da Sociedade de la Marne. No ano de 1838, Bobillier é eleito vice-presidente do agrupamento. No ano seguinte, em setembro de 1839, ele é escolhido o presidente anual. Isso mostra o prestígio de Bobillier na comunidade chalonense e um certo reconhecimento pelos seus pares, os homens ilustres da região. A figura 9.1 mostra uma página do anuário de 1839, com a *Composição do gabinete para 1839/1840.* Entre os membros da diretoria vemos Bobillier presidente e seu colega Jules Gascheau como vice-secretário arquivista. Como a gestão de um gabinete na Sociedade de la Marne corria de um setembro a outro, a presidência de Bobillier não cumpriu um mandato completo, pois em março de 1840 ele veio a falecer.

Ainda sobre sociedades *savantes* regionais, acrescento a informação de que Bobillier pertenceu a pelo menos mais quatro, até onde pude apurar. Na cidade de Angers, ele pertenceu como membro residente a *Sociedade Industrial de Angers* e depois manteve-se associado como membro correspondente. Também foi membro correspondente da *Sociedade de Emulação do Departamento de Jura*, cuja sede ficava na sua cidade natal, Lons-le-Saunier. Pertenceu ainda a *Sociedade de Emulação do Departamento de Vosgues* (sediada em Vosgues, na região de Lorraine) e a *Sociedade de Ciências Físicas, Químicas e Artes Agrícolas da França.*

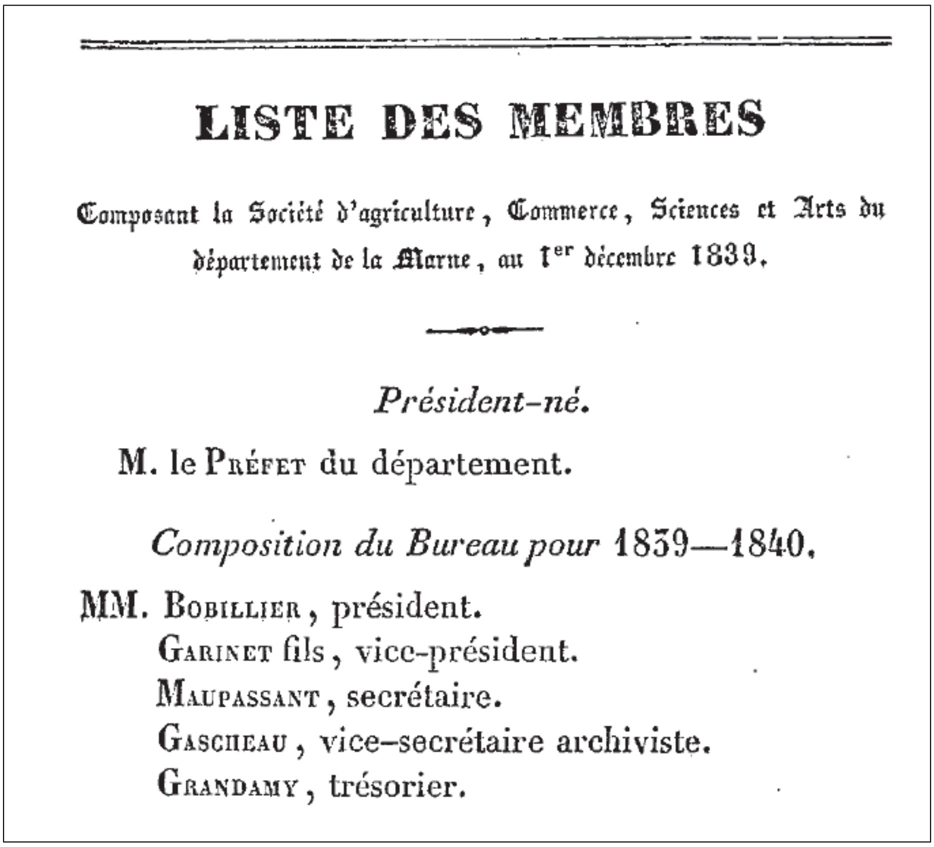
Bobillier parecerista do Almanaque de Marne.

Um dos aspectos da participação de Bobillier na Sociedade de la Marne é a sua função de parecerista de textos científicos que porventura fossem enviados para leitura nas

[13] Este artigo de estréia é comentado na seção 4.2.1 deste tese.

reuniões públicas.

Na *Seção pública de la Marne* de 1840, por exemplo, há a menção de duas leituras de textos de Catalan. É bom lembrar que Catalan é um ex-aluno da Escola Politécnica (da turma X1833) e que a essa altura é repetidor de geodésias e máquinas na mesma EP. Mas alguns anos antes tinha sido professor de matemáticas especiais justamente no Colégio Real de Châlons, tendo sido ali colega de trabalho de Bobillier por algum tempo.[14] Catalan "não se esqueceu de Châlons após deixar seus muros", e por isso ainda mantinha vínculo com a cidade sendo membro correspondente da Sociedade de Agricultura, Comércio, Ciências e Artes do Departamento de la Marne. Assim, apesar de frequentar a elite matemática parisiense, Catalan não se furtava de enviar textos para Châlons, provavelmente motivado por esse antigo vínculo empregatício (e por que não dizer, afetivo) com a cidade provincial.



LISTE DES MEMBRES

Composant la Société d'agriculture, Commerce, Sciences et Arts du département de la Marne, au 1er décembre 1839.

Président-né.

M. le PRÉFET du département.

Composition du Bureau pour 1839—1840.

MM. BOBILLIER, président.
GARINET fils, vice-président.
MAUPASSANT, secrétaire.
GASCHEAU, vice-secrétaire archiviste.
GRANDAMY, trésorier.

Figura 9.1: Gabinete da Sociedade de la Marne para a gestão de 1839/1840.

Os textos de Catalan enviados para Marne tinham como título *A redução de uma classe de integrais múltiplas* e *Nota relativa à uma integral definida.* Os pareceristas para o primeiro texto foram Étienne Bobillier e Jules Gascheau, "seu colega e amigo".

[14] [SEANCE PUBLIQUE de la MARNE 1841, p. 61].

No segundo texto, apenas Gascheau fez o trabalho, pois quando a *Nota* de Catalan chegou, Bobillier já tinha falecido.[15]

Outro trabalho de interesse científico/matemático enviado para leitura na Sociedade de la Marne em 1839/1840 foi de Alexandre Joseph Vincent, professor de matemática no Colégio Real de Saint Louis (em Paris). Ele enviou três dissertações históricas, uma das quais intitulava-se *Sobre a origem dos algarismos e sobre o ábaco de Pitágoras* e foi justamente Bobillier o parecerista do texto.[16] Informo que uma versão dessa dissertação histórica de Vincent aparece publicada integralmente 12 anos depois, no periódico *Nouvelles Annales*.[17]

9.2.2 Cavaleiro da Legião de Honra (05 de maio de 1839).

A *Ordem Nacional da Legião de Honra* é uma condecoração estabelecida por Napoleão Bonaparte em 1802. Esta honraria, que ainda existe até os dias de hoje, é destinada a homenagear cidadãos franceses considerados de méritos iminentes nos mais diversos setores da sociedade civil ou militar. A Ordem da Legião de Honra é concedida por decreto pelo governo francês. A distinção consiste inicialmente de um título, uma medalha e um prêmio em dinheiro. Os condecorados passam a ser chamados de *legionários* e tem sua titulação promovida de tempos em tempos conforme sejam considerados ainda mais merecedores da homenagem. O primeiro desses títulos é Cavaleiro da Legião de Honra. Os demais quatro, em ordem crescente de promoção, são Oficial, Comandante, Grande Oficial e Grande Cruz.

Bobillier foi indicado para receber a Ordem Nacional da Legião de Honra em 1837, no mesmo ano do seu casamento e da sua terceira edição do *Curso de Geometria*. Uma pessoa comum aos três episódios desse ano feliz é Jean Antoine Aza Vincent. Esta amizade de Bobillier com Vincent parece ser de alta estima, afinal foi a ele que o geômetra dedicou a 3ª edição do seu livro didático. E também foi ele um dos padrinhos do casamento de Bobillier. Os documentos de arquivos mostram que entre junho e dezembro de 1837, Vincent trocou pelo menos seis cartas confidenciais com o prefeito de Châlons-sur-Marne e com o ministro do comércio e da indústria, solicitando e intermediando a indicação de Bobillier para receber o título de Cavaleiro da Legião de Honra.[18]

---

[15] [SEANCE PUBLIQUE de la MARNE 1840 a, pp. 104-105].

[16] [SEANCE PUBLIQUE de la MARNE 1840 a, p. 115].

[17] O texto é *Carta sobre o teorema de Pitágoras*, publicado em *Nouvelles annales de mathématiques*, 1er série, tome 11 (1852), pp. 5-22.

[18] Confira a correspondência ministerial e os documentos manuscritos preservados em [ARCHIVES NATIONALES DE FRANCE] cota F12 (comércio e indústria), dossiê [F/12/5092].

Étienne Bobillier foi nomeado Cavaleiro da Legião de Honra em 05 de maio de 1839. Como era de se esperar, sua indicação veio por parte da seção de *Comércio e Indústria* e não na seção de *Instrução pública.* A leitura da correspondência ministerial envolvendo o diretor Vincent e as outras autoridades políticas indica que o mérito de Bobillier para fazer jus à condecoração foi o de ser docente na EdA&M por duas décadas, e por ter redigido ali o seu *Curso de Geometria.* De certa forma isso é um reconhecimento nacional pelo trabalho de Bobillier nas escolas de artes e ofícios. Assim sendo, é de se satisfazer que Bobillier tenha sido reconhecido ainda em vida, em sua comunidade provincial e em seu país. Em sua comunidade, ao ser eleito presidente anual da Sociedade de la Marne. E em seu país, ao ser condecorado com a Ordem Nacional da Legião de Honra.

Apenas para informação complementar, diversos outros personagens que aparecem nessa tese também são legionários. Eis alguns deles, acompanhados da data de seus títulos mais altos: Marie André Bobillier, Cavaleiro em 1839; Joseph Diaz Gergonne, Oficial em 1839; Gabriel Gascheau, Cavaleiro em 1845; Jean Victor Poncelet, Grande Oficial em 1853; Gabriel Lamé, Oficial em 1861 e Michel Chasles, Comandante em 1866.[19]

9.3 Morte de Bobillier (22 de março de 1840).

No início de 1840 Bobillier está gravemente doente. Em 16 de fevereiro ele se esforçou por conduzir uma reunião pública da Sociedade de la Marne, a qual ele presidia. Entretanto ele não conseguiu manter-se na reunião até o final. Essa foi a última vez que ele saiu de casa. Bobillier faleceu pouco menos de uma semana depois, precisamente na madrugada do dia 22 de março de 1840. Faltava menos de um mês para ele completar 42 anos de idade.[20]

O registro do óbito de Bobillier foi conduzido por duas testemunhas.[21] Um deles é um homem chamado Ernest Louvrignat, primo da viúva Pome Idalie e vizinho do casal. O outro é um senhor chamado Isidore Louis Richard, mais um dos tios da jovem viúva. Esse atestado de óbito está registrado sob o número 110 do livro *Óbitos*

[19] Os dossiês (pastas de documentos) dos legionários falecidos antes de 1954 estão depositados nos Arquivos Nacionais da França (em Paris) e são consultáveis pela internet na base de dados *on line* Leonore.

[20] Relembro ao leitor deste trabalho que a data de seu aniversário é 17 de abril, tendo nascido em 1798.

[21] Uma fotografia do registro de óbito aparece na figura J.4, que está no apêndice J, acompanhada da transcrição e a tradução integral do documento.

em Châlons (1840).[22]

9.3.1 Discursos obituários.

Dois discursos obituários sobre Bobillier foram publicados em anuários regionais em 1840: um em Châlons-sur-Marne e outro em Lons-le-Saunier.

O discurso "Membros falecidos: Sr Bobillier" publicado na *Seção Pública de la Marne* (setembro de 1840).

Em setembro de 1840, seis meses após a morte de Bobillier, é publicado no anuário da Sociedade de la Marne um discurso obituário. Em particular, este documento traz como anexo uma lista de obras completas do recém falecido professor da EdA&M e do Colégio Real de Châlons.[23] Este documento provavelmente teve circulação reduzida fora de Châlons (e particularmente entre os matemáticos da geração de Bobillier), e de certa forma permaneceu *perdido* até a década de 1970, quando foi redescoberto pelo historiador Jean Itard, incubido do verbete "Bobillier" para o DSB.[24]

Ao longo de diversas seções desta tese, tivemos oportunidade de ler trechos deste discurso.[25] Pudemos perceber que os relatos do orador do discurso obituário são notadamente tingido de cores dramáticas ou heróicas. Sobre os últimos momentos da vida do protagonista desta tese, o orador é particularmente laudatório. Parece que ele descreve Bobillier como um herói romântico que, diante da doença fatal, lamenta pela amada esposa que fica, mas se alegra com a obra matemática realizada, ainda que esta permaneça inacabada.

> Seja porque ele contava com o vigor do seu temperamento, ou seja porque ele não queria inquietar sua família, nosso colega não parecia se alarmar. Ele conservou até o fim todas as suas faculdades intelectuais; e quando o mal lhe apareceu irremediavelmente, ele desejava

[22] Este livro manuscrito está preservado nos Arquivos Municipais de Châlons, em [ARCHIVES MUNICIPALES À CHALONS-EN-CHAMPAGNE], (Óbitos em Châlons 1840), cota [E/1/156]. Há uma cópia microfilmada deste mesmo documento preservada em [ARCHIVES DÉPARTEMENTALES DE LA MARNE], (registros de estado civil), cota [2E119/407]. Esta cópia está disponível para consulta *on line* no site dos Arquivos Departamentais.

[23] O discurso é [SÉANCE PUBLIQUE de la MARNE, 1840 b] e o anexo é [SÉANCE PUBLIQUE de la MARNE, 1840 c].

[24] Trata-se de uma boa fonte para um primeiro esboço biográfico de Bobillier, e de fato, Itard assim o fez. Para maiores detalhes sobre o trabalho do historiador Jean Itard, confira a seção 1.2.2 desta tese.

[25] Evocamos o testemunho do orador do discurso obituário em diversos momentos deste trabalho, principalmente nos capítulos onde esta tese é mais narrativa do que analítica, como por exemplo, os capítulos 2, 3, 7 e este mesmo.

> apenas consolar uma esposa em prantos. Dificilmente ele lançava um olhar lamentoso sobre os tão gloriosos trabalhos que ele deixaria interrompido.[26]

Num dos trechos do discurso, comentando quanto agradava a Bobillier ser professor no Colégio Real de Châlons, o orador informa de passagem que eles costumeiramente voltavam juntos das suas turmas noturnas.[27] Esse testemunho indica que o empolgado e inconfidente orador do discurso obituário de Bobillier trabalhava com ele no Colégio Real de Châlons. Indica, igualmente, que ele gozava da intimidade do colega, a ponto de poder ser considerado amigo.

Minha hipótese é de que este orador é o secretário da Sociedade de la Marne na gestão 1839/1840, o Sr Maupassant. Para começar, a posição do obituário entre os demais textos na *Seção Pública de la Marne* de 1840, justamente no trecho das prestações de contas das atividades realizadas, já dá uma boa pista da autoria do discurso. Para completar a minha suspeita, na lista de membros da Sociedade de la Marne, este Maupassant é apresentado como professor de filosofia em Châlons, o que é compatível com um possível exercício profissional no Colégio Real da cidade.

A lista "Obras publicadas pelo Sr Bobillier" na *Seção Pública de la Marne* (setembro de 1840).

Como anexo ao discurso obituário, aparece uma lista intitulada *Obras publicadas pelo Sr Bobillier*. Esta talvez seja a primeira vez em que as publicações de Étienne Bobillier foram catalogadas. A lista percorre três páginas e está dividida em duas partes.

Na primeira parte aparecem sete itens, prioritariamente livros: a trilogia *Princípios de Álgebra* de 1825/1827, as três primeiras edições do *Curso de Geometria* (1832, 1834 e 1837) e um anúncio da quarta edição ainda no prelo. Também aparece nessa lista o livro recentemente reencontrado, a *Teoria do Calor* (sem indicação de data). O único item da lista que não é um livro é o artigo *Nota sobre o princípio de Roberval*, de 1834.

A segunda parte é sub-intitulada de *Memórias*, e alista os artigos de Bobillier. Ali aparecem 38 itens, agrupados em 11 rubricas. Os textos às vezes são chamados

[26] Soit qu'il comptait sur la vigueur de son tempérament, soit qu'il ne voulut pas inquiéter sa famille, notre collègue ne parut pas s'alarmer. Il conserva jusqu'à la fin toutes ses facultés intellectuelles ; et lorsque le mal lui parut sans remède, il ne songea plus qu'à consoler une épouse éplorée. C'est à peine s'il parut jeter un coup d'oeil de regret sur tant de glorieux travaux qu'il laissait interrompus. [SÉANCE PUBLIQUE de la MARNE 1840 b, p. 122-123].

[27] A informação aparece em [SÉANCE PUBLIQUE de la MARNE 1840 b, p. 121] e também na seção 7.2.2 desta tese.

pelos seus títulos, às vezes pelo resultado principal contido nele. Quase todos os textos publicados nos *Annales de Gergonne* estão lá (faltaram apenas três dos 33). Também aparecem lá quase todos os textos publicados na *Correspondência* de Quetelet (faltou apenas um de 10). Os principais textos são corretamente alistados em suas rubricas: os dois de *filosofia matemática* e os seis de *geometria de situação.* Dos três textos publicados nos jornais regionais, apenas o que trata do Princípio de Roberval aparece.

Entretanto há uma incompatibilidade mais *grave*, digamos assim, entre a lista da *Seção Pública de la Marne* e a *minha* lista (a que pesquisei e levantei para a preparação desta tese). Dito mais claramente, há um texto mencionado no documento de 1840 que não encontrei ao longo das minhas pesquisas. Trata-se de um texto que é mencionado pelo seu resultado principal e não necessariamente pelo seu título. Na lista da *Seção Pública de la Marne* ele é o 8º item da rubrica *geometria analítica*, quase no final da segunda página do documento; e chama-se "Em todo quadrilátero circunscrito a uma parábola, os lados opostos são divididos em segmentos proporcionais por uma quinta tangente".[28]

Um segundo discurso obituário, dessa vez em Lons-le-Saunier.

A morte de Bobillier também foi anunciada em sua região natal, no anuário da Sociedade de Emulação do Jura, da qual ele era membro correspondente.

No volume de 1840 encontramos um texto de uma página e meia com um trecho do discurso de um certo senhor Fourquet, membro da mesma Sociedade de Emulação do Jura. Na lista de membros da Sociedade, Fourquet é apresentado como professor de matemáticas na cidade de Dole (que fica na região do Jura, a 60 quilômetros de Lons-le-Saunier). As poucas informações obtidas sobre Fourquet, apontam que nos primeiros anos do século dezenove, ele foi professor no Colégio de Lons-le-Saunier. Em 1823 ele publicou um livro intitulado *O Pequeno Aritmético*, com título alternativo de *Elementos de Aritmética.* Este livro, preparado para uso na Escola Primária, era vendido diretamente pelo autor em sua própria casa. Em 1823 ou 1824, Fourquet mudou-se para Dole. Pelo título do seu livro e pelo público alvo, não se pode deduzir que este professor tinha um alto perfil em matemáticas.[29]

Na introdução deste discurso obituário, Fourquet é apresentado como alguém que "contava Bobillier entre os seus alunos mais distintos". Parece mesmo que ele foi

[28] Dans tout quadrilatère circonscrit à une parabole, les côtés opposés sont divisés en segments proportionnels par une cinquième tangente. [SÉANCE PUBLIQUE de la MARNE, 1840 c, p. 149].

[29] A referência ao livro de Fourquet pode ser encontrada na página 466 do catálogo *Bibliographie de la France ou Journal Géméral de l'Imprimerie et de la Librairie*, ano 12, volume 26, número 32, datado de agosto de 1823.

professor de Étienne e de seu irmão Marie André quando crianças, pois em sua fala ele comenta a instrução inicial dos garotos. Que enquanto Marie André já era um estudante distinguido, usufruindo de meia-bolsa de estudos no Liceu de Besançon, Étienne ainda era um menino de quem se tinha "apenas frágeis esperanças". Mas que com a passagem do tempo, "trabalhando com um ardor sem igual e com uma vontade de ferro", Étienne Bobillier construiu "sua carreira tão curta quanto plena de brilhantes sucessos". Um dos "brilhantes sucessos" aqui mencionado é o de ter sido aprovado em 4º lugar no concurso de entrada para a Escola Politécnica em 1817.

Continuando seu discurso, Fourquet informa bastante brevemente a passagem de Bobillier pela Escola Politécnica, pela EdA&M de Châlons e pela de Angers. Informa também a publicação do *Princípios de Álgebra* e do *Curso de Geometria*. E encerra falando da popularidade do professor recém falecido, cujo funeral em Châlons foi lotado:

> Sua morte prematura fez verter lágrimas amargas de seus numerosos alunos, que consideravam-no como um pai; e sua perda foi tão vivamente sentida pelos chalonenses que mais de três mil pessoas quiseram, pela sua presença, honrar seus funerais.[30]

9.3.2 Antigos e novos professores para substituir Bobillier.

Em julho de 1840, como era de costume, um comitê formado por três funcionários do ministério do comércio e da indústria, escreve ao ministro para indicar os nomes dos examinadores externos dos alunos das escolas de artes e ofícios para o fim daquele ano letivo (em agosto próximo). Esse comitê visitou a EdA&M de Châlons para ouvir o diretor da escola antes de fazer as indicações. Ali eles souberam que o 1º professor de matemáticas havia falecido quatro meses antes, e do impacto que isso causou na organização escolar:

> Desde que o Sr Bobillier, primeiro professor de matemáticas e diretor de estudos, está morto, isto é uma perda imensa para a Escola. Substituí-lo imediatamente era impossível, pois não havia entre seus colegas ninguém em ponto de fazer os cursos de mecânica dos quais ele era encarregado.[31]

[30] Sa mort prématurée a fait verser des larmes amères à ses nombreux élèves, qui le considéraient comme un père; et sa perte a été si vivement sentie par les Châlonnais, que plus de trois mille personnes ont voulu par leur présence, honorer ses funérailles. [SOCIÉTÉ d'ÉMULATION du JURA 1840, p. 222].

[31] Depuis M. Bobillier, premier professeur de mathématiques et directeur des études est mort, c'est une perte immense faite pour l'Ecole. Le remplacer immédiatement était impossible car il n'y avait parmi ses collègues personne en état de faire le cours de mécanique dont il était chargé. [ARCHIVES NATIONALES DE FRANCE] cota F12 (comércio e indústria), dossiê [F/12/4875].

Ora sabemos que Jules Gascheau já tinha sido substituto de Bobillier em Châlons, quando este estava em Angers. Dessa vez optou-se por não fazer isso, e Jules Gascheu permaneceu sendo o segundo professor de matemáticas. A decisão do então diretor Benoit Mosnier para completar o quadro de professores de matemáticas foi a mesma solução emergencial que outrora tinha sido adotada pelo ex-diretor Saint Remy, a saber, o de deslocar outro funcionário, um chefe de oficina, para lecionar as aulas teóricas. No caso, trata-se de Antoine Taffe, nascido em Marseille em 1786. Taffe exercia o cargo de chefe de trabalhos desde 1838 (e portanto estava pareado com Bobillier na hierarquia de direção da EdA&M de Châlons). Em 16 de novembro de 1840, Taffe foi nomeado primeiro professor de matemáticas, posto que ocupou até 1846. Já a posição de chefe de estudos, vazia na morte de Bobillier, ficou a cargo de Louis Nicolas Le Brum, nascido em Metz em 1795. Nas escolas de artes e ofícios, Le Brum trabalhou como chefe de trabalhos em Angers, como chefe de estudos em Châlons (1840 a 1846) e como diretor em Châlons (de 1846 a 1855). Nas décadas de 1850 e 1860 exerceu a alta função de inspetor geral das escolas de artes e ofícios junto ao governo do Segundo Império.[32]

Quanto a Jules Gascheau, apenas a título de arremate da sua história, informo o seguinte. Ele seguiu como segundo professor até aposentar-se em maio de 1853. No total, sua carreira docente durou 31 anos, sempre vinculado à EdA&M de Châlons. Um feito importante na carreira de Jules Gascheau (e pertinente à biografia de Bobillier) foi a publicação, em 1844, do livro *Curso de Geometria Descritiva.* Este livro foi publicado em Châlons, numa edição manuscrita custeada pelo próprio autor, tem 111 páginas e está preservado nos Arquivos Departamentais de Marne.[33] O conteúdo ali ensinado é introdução à geometria descritiva, o ponto, a reta, o plano, princípios fundamentais e épura. E mais: superfícies cilíndricas, superfícies cônicas, curvas, superfícies de revolução, superfícies gauches, suas interseções e seus planos tangentes. A figura 9.2 mostra a contracapa do referido livro. Ali é possível ver que o autor recomenda, como leitura prévia, o livro do seu irmão e o livro do seu amigo.

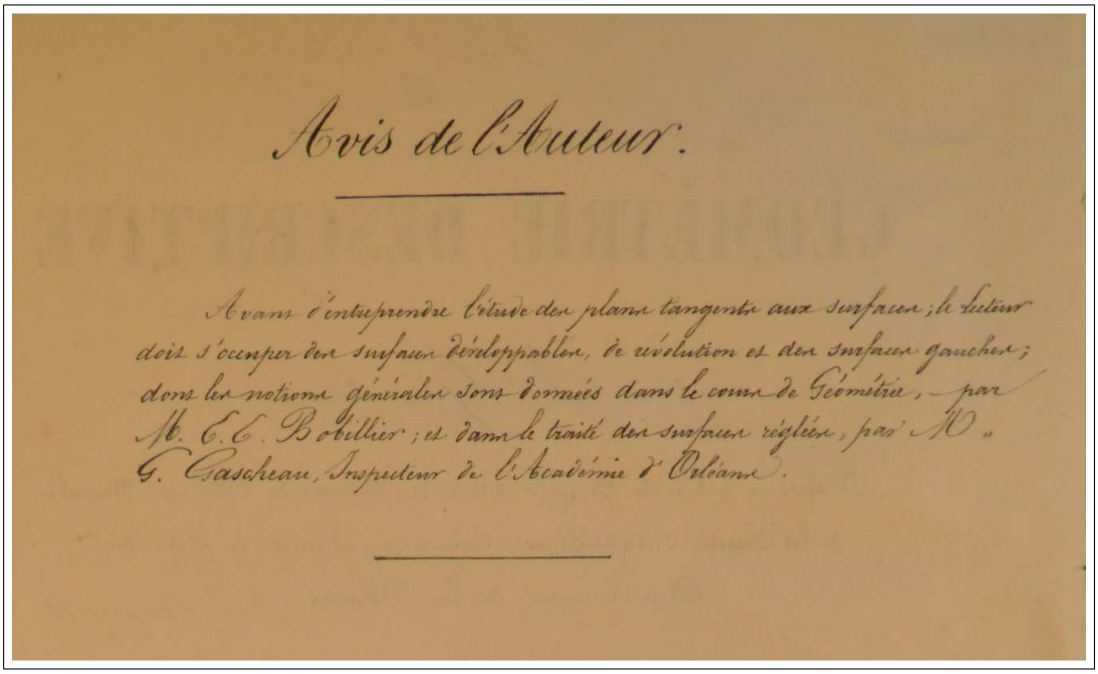
> Antes de empreender o estudo dos planos tangentes às superfícies, o leitor deve se ocupar das superfícies planificáveis, as de revolução e as torcidas; cujas noções gerais são dadas no curso de geometria de E. Bobillier; e nos tratados de superfícies regradas de G. Gascheau, inspetor da Academia de Orléans.[34]

[32] Essas informações sobre Taffe e Le Brum podem ser obtidas em [ARCHIVES NATIONALES DE FRANCE] cota F12 (comércio e industria), dossiês [F/12/5778] e [F/12/5781].

[33] [ARCHIVES DÉPARTEMENTALES DE LA MARNE], biblioteca, cota [SA/BIB/15083].

[34] Avant d'énterprendre l'étude des plans tangentes aux surfaces, le lecteur dois s'occuper des surfaces développables, de révolution et des surfaces gauches ; dont les notions générales sont données dans le cours de géométrie par M. E. Bobillier ; et dans le traité des surfaces réglés, par M. G. Gascheau, Inspecteur de l'Académie d'Orléans. [GASCHEAU 1844, p. (contracapa)] em

Já o Colégio Real de Châlons não demorou muito para substituir Bobillier. Quem chegou para assumir a vaga de professor de *matemáticas especiais* foi alguém chamado Marson. Esse novo professor marca a sua chegada na cidade de Châlons-sur-Marne, fazendo uma leitura intitulada *A simetria considerada em matemática*, que aparece mencionada no volume de setembro de 1840 do anuário da Sociedade de la Marne (o mesmo que contém o discurso obituário de Bobillier). Marson, que "preenche, com honra, a difícil tarefa de continuar [o trabalho de] Bobillier" no colégio real, recebe da parte do redator da *Seção Pública de la Marne*, uma notificação elogiosa pela sua leitura de estréia. E é exatamente por ser um "matemático hábil" e "um professor cheio de zelo e de talento" que ele foi chamado para ocupar a vaga "que foi deixada vazia com a morte prematura de Bobillier".[35]


Avis de l'Auteur.

Avant d'entreprendre l'étude des plans tangents aux surfaces; le lecteur doit s'occuper des surfaces développables, de révolution et des surfaces gauches; dont les notions générales sont données dans le cours de Géométrie, — par M. E. E. Bobillier; et dans le traité des surfaces réglées, par M. G. Gascheau, Inspecteur de l'Académie d'Orléans.

Figura 9.2: Um *Aviso do Autor* na contracapa do livro *Curso de Geometria Descritiva* de Jules Gascheau (1844).

[ARCHIVES DÉPARTEMENTALES DE LA MARNE] (biblioteca), cota [SA/BIB/15083].
[35] [SEANCE PUBLIQUE de la MARNE 1840 a, p. 106].

Página Final.

O ano é 1901, o primeiro do século vinte – um século que não é mais o do biógrafo (embora eu tenha nascido em dezembro de 1976) e que nem seria o do biografado (falecido em março de 1840). Um certo senhor chamado Fricker envia para o jornal parisiense *Intermediário dos Matemáticos* um pedido de informações sobre Bobillier.

O singular periódico *Intermediário dos Matemáticos* existiu na passagem do século 19 para o século 20, editado pelos matemáticos Charles Ange Laisant e Emilie Lemoine, entre outros. Trata-se de uma publicação do tipo *perguntas & respostas* que funcionava da seguinte maneira. Os leitores mandavam para os editores perguntas quaisquer *de* ou *sobre* matemáticas. Os editores publicavam essas perguntas sistematicamente, em listas numeradas, em ordem de chegada na redação, sem triagem prévia de assunto ou tipo de pergunta. E daí, quem quisesse ou pudesse respondia o que soubesse, tanto quanto possível. Os respondentes eram os editores eles mesmos ou quaisquer outros leitores.

E o que eram essas perguntas? Podia ser uma questão tipicamente matemática: um teorema, um exemplo, um contra-exemplo, um exercício, uma conjectura, uma questão de concurso público, etc. Mas também podia ser o pedido de uma informação biográfica, ou uma indicação bibliográfica sobre algo ou sobre alguém, uma definição, um esclarecimento de um conceito sutil ou controverso, uma indicação sobre existência de traduções de um texto clássico ou moderno para o francês, etc.

Para organizar o fluxo de perguntas e respostas, os editores desenvolveram um sistema de códigos e referências para que o leitor, a partir de uma resposta, pudesse rastrear outras respostas ou comentários à mesma pergunta, bem como a pergunta original. Semelhantemente, uma tábua ao final de cada volume dava indicações no sentido inverso: das perguntas para as respostas. Tanto as perguntas quanto as repostas deveria ser curtas. Os editores, nas instruções aos autores, definiam os tamanhos dos textos. De resto, todos os leitores que contribuíam no periódico, sejam os perguntadores sejam os respondedores, indistintamente, eram alistados ao final de cada volume anual.

Essa dinâmica de funcionamento lembra os modernos *fóruns de internet*. São leitores conversando com leitores, com mensagens que são da "ordem de grandeza" de um *sms* (isto é, um *torpedo* ou um *twitter*), num intrincado sistema de referências cruzadas e com o editores fazendo a intermediação (daí o nome do jornal). Esse empreendimento editorial durou 30 anos (de 1894 a 1925), mais ou menos um século antes do advento e popularização da internet.[36]

Apenas para dar uma idéia de quão grande era a empreitada do *Intermediário dos Matemáticos*, eis alguns dados numéricos de um dos volumes que eu consultei, o tomo VIII do anos de 1901. Este tomo apresenta mais de 250 perguntas, 63 das quais com respostas publicadas naquele ano mesmo, e outras 54 cujas respostas já estavam na redação, em preparação, para serem publicadas brevemente. Este volume contém ainda 208 respostas a perguntas de anos anteriores. Por fim, entre respondedores e perguntadores, interage neste tomo uma população total de 185 interlocutores nominais, sem contar os redatores e os anônimos.

No universo volumoso e caótico do *Intermediário dos Matemáticos*, eu consegui rastrear uma pequena *conversa* em torno de Bobillier, espalhada em cinco volumes entre 1897 e 1910, envolvendo sete interlocutores. Em particular, eu achei agradável que, em 1901, um leitor chamado Fricker tenha enviado aos redatores do jornal as seguintes perguntas explícitas:

> Foi publicada alguma coisa sobre a vida e os trabalhos do matemático Bobillier? Alguém poderia me comunicar informações sobre este autor?[37]

Num certo sentido, isso me fez me sentir como parte daquela rede.

Esta tese é a minha contribuição para que a pergunta de Fricker não fique sem resposta.

Rio de Janeiro, 12 de outubro de 2015.

Cleber Haubrichs dos Santos.

[36] Uma coleção completa desse jornal encontra-se depositada nos arquivos do tipo *fundo antigo* da Biblioteca Municipal de Nancy, disponível para consulta pública *in loco* mediante agendamento.

[37] A-t-il été publié quelque chose sur la vie et les travaux du mathématicien Bobillier ? Pourrait-on me communiquer quelques renseignements sur cet auteur ? [FRICKER 1901, p.189].

Apêndice A

Cronologia (1770-1880) (complemento ao capítulo 1)

Esta cronologia percorre 110 anos de eventos históricos e cotidianos em torno de Bobillier e está dividida em seis períodos. O primeiro alista os eventos anteriores ao nascimento do protagonista e o último mostra os eventos após sua morte. Os quatro períodos intermediários correspondem aos períodos de infância e juventude em Lons-le-Saunier e Paris, e maturidade e carreira em Châlons e Angers.

A apresentação dos fatos neste painel é feita em três colunas. Na coluna da esquerda temos os eventos específicos da vida pessoal e social de Bobillier, sua família, seus amigos, participação em sociedade culturais, sua carreira nas diversas escolas por onde passou, suas produções científicas e didáticas, etc. Na coluna do meio apresentamos alguns fatos ligados à história das matemáticas no que diz respeito a pessoas, instituições, eventos, ensino e pesquisa. Os fatos selecionados apontam não só para as pesquisas de Bobillier e dos geômetras de sua geração, mas também para alguns eventos relevantes na historiografia das matemáticas. Na coluna da direita temos algumas ocorrências da história política da França, que, como se sabe, é plena de agitação no período coberto por esta cronologia. Ainda nesta coluna, são assinalados alguns episódios da história geral, ciências, tecnologia, arte e cultura.

Por fim, esta cronologia inclui ainda alguns eventos da história do Brasil. Embora estes não influenciem diretamente a vida e a obra de Bobillier, sua inserção aqui poderá servir aos leitores brasileiros deste trabalho como pontos de referência na linha do tempo.

A.1 Cronologia de 1770 a 1798.

De 1770 a 1798: Anos anteriores ao nascimento de Étienne Bobillier.

FRANÇA e MUNDO	**MATEMÁTICAS**	**Étienne BOBILLIER**
história, política, ciência, tecnologia, arte e cultura	pessoas, instituições, eventos, publicações ensino e pesquisa	vida pessoal e familiar percurso matemático, científico e profissional
	1771. Nascimento de Joseph Diaz Gergonne.	
1776. Declaração de Independência dos Estados Unidos da América.		
1781. O filósofo alemão Immanuel Kant publica a *Crítica da Razão Pura*, seu tratado mais importante sobre teoria do conhecimento.		
	1788. Lagrange publica sua *Mecânica Analítica*.	
	1788. Nascimento de Jean Victor Poncelet.	
1789. Primeiros movimentos da Revolução Francesa. Tomada da Bastilha (14 de julho).		
1789. Declaração dos Direitos do Homem e do Cidadão em Paris.		

De 1770 a 1798: Anos anteriores ao nascimento de Étienne Bobillier (continuação).

FRANÇA e MUNDO	MATEMÁTICAS	Étienne BOBILLIER
história, política, ciência, tecnologia, arte e cultura	pessoas, instituições, eventos, publicações ensino e pesquisa	vida pessoal e familiar percurso matemático, científico e profissional
1789. No Brasil, em Vila Rica, ocorre a Inconfidência Mineira, um movimento republicano de inspiração iluminista, que visa tornar o Brasil independente de Portugal. O movimento foi desbaratado e seu líder, o Tiradentes, foi enforcado.		
1792-1795. Queda da monarquia francesa e proclamação da República. Regime da Convenção.		
1792. A república francesa adota um novo calendário.		
1793. Execução de Rei Louis XVI.	**1793.** Nascimento de Michel Chasles.	
	1794. É inaugurada a Escola Politécnica em Paris.	
1795-1799. República. Regime do Diretório.	**1795.** Nascimento de Gabriel Lamé.	**1795.** Nascimento de Marie André Bobillier, irmão mais velho de Étienne.
	1795. Monge publica o primeiro volume da *Geometria Descritiva*.	

A.2 Cronologia de 1798 a 1818.

1798 a 1818: Anos iniciais em Lons-le-Saunier e formação na Escola Politécnica de Paris.

FRANÇA e MUNDO	**MATEMÁTICAS**	**Étienne BOBILLIER**
história, política, ciência, tecnologia, arte e cultura	pessoas, instituições, eventos, publicações ensino e pesquisa	vida pessoal e familiar percurso matemático, científico e profissional
		1798. Nascimento de Étienne Bobillier (17 de Abril em Lons-le-Saunier).
1799. Napoleão Bonaparte lidera um golpe de estado, instaura um regime chamado de Consulado e ordena a redação de uma nova constituição. O período napoleônico, dividido em duas fases, perdura até 1814.	**1799.** Laplace publica o *Tratado de Mecânica Celeste.*	
	1799. Montucla publica os dois primeiros volumes da sua célebre *História das Matemáticas.*	
1800-1804. Consulado. Governo de Napoleão Bonaparte, Primeiro Cônsul da França.		
	1801. Gauss publica um dos seus trabalhos mais importantes, o livro *Disquisitiones Arithmeticae.*	

1798 a 1818: Anos iniciais em Lons-le-Saunier e formação na Escola Politécnica de Paris (continuação).

FRANÇA e MUNDO	**MATEMÁTICAS**	**Étienne BOBILLIER**
história, política, ciência, tecnologia, arte e cultura	pessoas, instituições, eventos, publicações ensino e pesquisa	vida pessoal e familiar percurso matemático, científico e profissional
	1801. Nascimento de Julius Plücker.	
1802. Napoleão Bonaparte cria a Ordem da Legião de Honra.	**1802.** Publicam-se os dois últimos volumes da *História das Matemáticas* de Montucla (edição de Lalande).	
1803. Napoleão Bonaparte cria, por decreto, as Escolas de Artes e Ofícios (de nível secundário) na França.	**1803.** Carnot publica *Geometria de Posição.*	
1804. Por meio de um plebiscito, os franceses aceitam que Napoleão torne-se imperador hereditário sob o título de Napoleão I.		
1804-1814. Primeiro Império. Governo de Napoleão I, imperador da França.		
	1807. Hachette edita e publica a versão definitiva do livro de Monge, *Aplicação da Análise à Geometria.*	**1807.** Morte de Ignace Bobillier, quando seu filho Étienne tinha apenas nove anos.

1798 a 1818: Anos iniciais em Lons-le-Saunier e formação na Escola Politécnica de Paris (continuação).

FRANÇA e MUNDO	**MATEMÁTICAS**	**Étienne BOBILLIER**
história, política, ciência, tecnologia, arte e cultura	pessoas, instituições, eventos, publicações ensino e pesquisa	vida pessoal e familiar percurso matemático, científico e profissional
	1807-1810. Poncelet é aluno na Escola Politécnica.	
1808. Chegada da família real portuguesa ao Brasil. Sob Dom João VI, o Brasil deixa de ser colônia e torna-se Reino Unido com Portugal. A cidade do Rio de Janeiro é a capital desse reino.		
1810-1840. Movimentos emancipatórios na América Espanhola. Durante um período de 30 anos, cerca de 20 nações latino-americanas tornaram-se independentes, entre elas a Argentina, o Chile, o México e o Peru.	**1810.** Gergonne publica o primeiro volume dos seus *Annales*.	
1812-1813. Mal sucedida campanha militar de Napoleão contra a Rússia.	**1812-1813.** Na campanha contra a Rússia, o engenheiro e militar Jean Victor Poncelet, feito prisioneiro em Saratov, escreve os esboços dos seus principais livros de geometria (o primeiro publicado em 1822 e os três seguintes apenas na década de 1860).	

1798 a 1818: Anos iniciais em Lons-le-Saunier e formação na Escola Politécnica de Paris (continuação).

FRANÇA e MUNDO	**MATEMÁTICAS**	**Étienne BOBILLIER**
história, política, ciência, tecnologia, arte e cultura	pessoas, instituições, eventos, publicações ensino e pesquisa	vida pessoal e familiar percurso matemático, científico e profissional
		1813-1815. Marie André Bobillier, o irmão mais velho de Étienne Bobillier, é aluno na Escola Politécnica.
1814. Napoleão abdica o governo da França e torna-se rei na ilha de Elba. Um irmão do rei Louis XVI executado em 1793 torna-se rei da França sob o título de Louis XVIII.		
1814-1824. Primeira Restauração. Governo de Louis XVIII, rei da França.	**1814-1817.** Lamé é aluno na Escola Politécnica.	
1815. Governo dos Cem Dias. Napoleão parte de Elba e tenta retomar o poder na França. Seu governo dura de 20 de março até 18 de junho, quando ele é definitivamente derrotado em Waterloo.		

1798 a 1818: Anos iniciais em Lons-le-Saunier e formação na Escola Politécnica de Paris (continuação).

FRANÇA e MUNDO	**MATEMÁTICAS**	**Étienne BOBILLIER**
história, política, ciência, tecnologia, arte e cultura	pessoas, instituições, eventos, publicações ensino e pesquisa	vida pessoal e familiar percurso matemático, científico e profissional
1815. Congresso de Viena. Napoleão é exilado em Santa Helena.		
	1816. O rei Louis XVIII ordena a suspensão das atividades da Escola Politécnica.	
	1817. A Escola Politécnica é reorganizada e reinicia suas atividades.	**1817-1818.** Étienne Bobillier é aluno na Escola Politécnica.
	1818. Lamé publica seu livro *Exame dos Diferentes Métodos Empregados Para Resolver os Problemas de Geometria.*	
	1818. Morte de Gaspard Monge.	

A.3 Cronologia de 1818 a 1829.

De 1818 a 1829: Primeira temporada em Châlons-sur-Marne e pesquisas matemáticas de Bobillier.

FRANÇA e MUNDO	**MATEMÁTICAS**	**Étienne BOBILLIER**
história, política, ciência, tecnologia, arte e cultura	pessoas, instituições, eventos, publicações ensino e pesquisa	vida pessoal e familiar percurso matemático, científico e profissional
		1818. A vaga de primeiro professor de matemáticas na Escola de Artes e Ofícios de Châlons-sur-Marne encontra-se à disposição. Pede-se algum aluno da Escola Politécnica para ocupá-la. Bobillier, então com 20 anos, se oferece. A vaga lhe é dada.
		1818-1829. Primeira temporada de Bobillier como docente em Châlons-sur-Marne.
		1819. A matrícula de Bobillier na Escola Politécnica é encerrada.
1821. Morte de Napoleão Bonaparte.	**1821.** Cauchy publica seu livro *Curso de Análise.*	
	1822. Poncelet publica o tomo primeiro do *Tratado das Propriedades Projetivas das Figuras.*	

De 1818 a 1828: Primeira temporada em Châlons-sur-Marne e pesquisas matemáticas de Bobillier (continuação).

FRANÇA e MUNDO	MATEMÁTICAS	Étienne BOBILLIER
história, política, ciência, tecnologia, arte e cultura	pessoas, instituições, eventos, publicações ensino e pesquisa	vida pessoal e familiar percurso matemático, científico e profissional
1822. O príncipe-regente Dom Pedro proclama a independência do Brasil (7 de setembro). O Brasil torna-se um império, sob governo deste mesmo príncipe, agora denominado Dom Pedro I.		
	1823. O Barão de Ferussac publica o primeiro volume do seu *Bulletin de Ferussac.*	
1824. Morte de Louis XVIII sem herdeiros. Seu irmão assume o reinado sob o título de Charles X.		
1824-1830. Segunda Restauração. Governo de Charles X, rei da França.		
1824. Em Viena acontece a primeira audição da *Sinfonia número 9 em ré menor, opus 125*, composta por Beethoven.		

De 1818 a 1828: Primeira temporada em Châlons-sur-Marne e pesquisas matemáticas de Bobillier (continuação).

FRANÇA e MUNDO	**MATEMÁTICAS**	**Étienne BOBILLIER**
história, política, ciência, tecnologia, arte e cultura	pessoas, instituições, eventos, publicações ensino e pesquisa	vida pessoal e familiar percurso matemático, científico e profissional
	1825. Quetelet publica em Bruxelas o primeiro volume da sua *Correspondência matemática e física*.	
		1825-1827. Bobillier publica em Lons-le-Saunier a 1ª edição do seu *Princípios de Álgebra*, em três pequenos volumes, um por ano.
	1826. August Leopold Crelle publica o primeiro volume do seu *Journal für die reine und angewandte Mathematik*, conhecido simplesmente pelo nome de *Journal de Crelle*.	**1826.** Bobillier é nomeado membro titular da Sociedade de Agricultura, Comércio, Ciências e Artes do Departamento de la Marne.
	1826. Pierre Laurent Wantzel, com 12 anos de idade, estuda na Escola de Artes e Ofícios de Châlons-sur-Marne.	**1826.** Bobillier publica um texto na *Seção Pública da Sociedade de Agricultura, Comércio, Ciências e Artes do Departamento de la Marne* e seu primeiro texto nos *Annales de Gergonne* (em agosto).

De 1818 a 1828: Primeira temporada em Châlons-sur-Marne e pesquisas matemáticas de Bobillier (continuação).

FRANÇA e MUNDO	MATEMÁTICAS	Étienne BOBILLIER
história, política, ciência, tecnologia, arte e cultura	pessoas, instituições, eventos, publicações ensino e pesquisa	vida pessoal e familiar percurso matemático, científico e profissional
		1827. Ano mais produtivo nas pesquisas de Bobillier. Ele publica quinze textos nos *Annales de Gergonne* e três na *Correspondência* de Quetelet.
	1828. Plücker publica o volume 1 do seu tratado *Desenvolvimentos de Geometria Analítica.*	**1828.** Bobillier inicia amizade e troca de correspondências com Poncelet. Essas cartas são documentos supostamente perdidos.
		1828. Bobillier publica nove textos nos *Annales de Gergonne* entre os quais o seu artigo de *filosofia matemática* intitulado *Ensaio sobre um novo modo de pesquisa das propriedades do espaço.* Publica ainda sete cartas na *Correspondência* de Quetelet, embora algumas delas tenham sido escritas ainda em 1827.
		1829. Bobillier pede autorização para dar aula no Colégio Real de Châlons.

A.4 Cronologia de 1829 a 1832.

De 1829 a 1832: Temporada em Angers.

FRANÇA e MUNDO	**MATEMÁTICAS**	**Étienne BOBILLIER**
história, política, ciência, tecnologia, arte e cultura	pessoas, instituições, eventos, publicações ensino e pesquisa	vida pessoal e familiar percurso matemático, científico e profissional
	1829. Primeiras publicações, ainda em jornais locais na Rússia, das novas geometrias não-euclidianas criadas por Lobachewsky.	**1829.** Bobillier deseja lecionar sem ficar restrito às Escolas de Artes e Ofícios. Recebe uma recomendação de Poisson e é nomeado professor de matemáticas especiais no Colégio Real de Amiens. Porém não chega a ocupar o posto.
		1829. Bobillier publica sete textos nos *Annales de Gergonne.*
		1829. O ministro do comércio, responsável pelas escolas de artes e ofícios, desejando reter Bobillier nessas escolas, promove-o a chefe de estudos e o envia para a Escola de Artes e Ofícios de Angers.
		1829-1832. Temporada de Bobillier como docente em Angers.
1830. Auguste Comte publica o *Curso de Filosofia Positiva.*		

De 1829 a 1832: Temporada em Angers (continuação).

FRANÇA e MUNDO	**MATEMÁTICAS**	**Étienne BOBILLIER**
história, política, ciência, tecnologia, arte e cultura	pessoas, instituições, eventos, publicações ensino e pesquisa	vida pessoal e familiar percurso matemático, científico e profissional
1830. Acentua-se a crise no governo de Charles X, desde que ele tenta reestabelecer políticas e privilégios do Antigo Regime (anterior à Revolução de 1789).		
1830. A Revolução dos Três Gloriosos expulsa o rei Charles X e o ramo dos Bourbon do poder. Louis Philippe d'Orléans, do outro ramo da família real, é posto no trono pela burguesia liberal de maioria monarquista.		**1830.** Bobillier se apresenta como voluntário na Guarda Nacional de Angers durante a Revolução dos Três Gloriosos. Ele participa de uma expedição militar por um mês contra os partidários dos Bourbons.
1830-1848. Monarquia de Julho. Governo de Louis Philippe, rei dos franceses.		
1830. O pintor Eugène Delacroix apresenta seu célebre quadro *A Liberdade guiando o Povo, 28 de Julho de 1830*, inspirado na Revolução dos Três Gloriosos.		**1830.** Bobillier publica seu último texto de pesquisa nos *Annales de Gergonne.*

De 1829 a 1832: Temporada em Angers (continuação).

FRANÇA e MUNDO	**MATEMÁTICAS**	**Étienne BOBILLIER**
história, política, ciência, tecnologia, arte e cultura	pessoas, instituições, eventos, publicações ensino e pesquisa	vida pessoal e familiar percurso matemático, científico e profissional
1831. Publicação de *Notre Dame de Paris* de Victor Hugo.	**1831.** Plücker publica o segundo volume do tratado *Desenvolvimentos de Geometria Analítica.*	**1831.** Publica-se um texto de Bobillier no *Memórias da Sociedade de Agricultura, Ciências e Artes de Angers.*
1831. O Imperador Pedro I do Brasil abdica do trono em favor do seu filho, o príncipe Pedro de Alcântara. Como o herdeiro do trono ainda é uma criança, o Brasil é governado por juntas provisórias e regências por um período de quase uma década.		
	1831-1832. Gergonne publica o volume 22 (o último) dos seus *Annales.*	**1831.** Negociações entre o ministro e o diretor da Escola de Artes e Ofícios de Châlons para trazer Bobillier de volta para Châlons-sur-Marne.
	1832. Morte prematura de Évariste Galois aos 20 anos.	**1832.** O posto de chefe de estudos nas escolas de artes e ofícios é suprimido. Bobillier retorna a Escola de Artes e Ofícios de Châlons-sur-Marne como primeiro professor de matemáticas.

A.5 Cronologia de 1832 a 1840.

De 1832 a 1840: Segunda temporada em Châlons-sur-Marne, produções didáticas de Bobillier e seus anos finais.

FRANÇA e MUNDO	**MATEMÁTICAS**	**Étienne BOBILLIER**
história, política, ciência, tecnologia, arte e cultura	pessoas, instituições, eventos, publicações ensino e pesquisa	vida pessoal e familiar percurso matemático, científico e profissional
1832. Honoré de Balzac começa a publicar os livros que compõem sua obra considerada mais importante, *A Comédia Humana*. Esse conjunto de romances, novelas e contos descreve os vários aspectos da sociedade francesa da sua época, principalmente a ascensão da burguesia após o período revolucionário. Entre os títulos mais célebres desse conjunto de livros estão *O Pai Goriot*, *Eugénie Grandet* e *Ilusões Perdidas*.	**1832.** Bolyai publica num apêndice de um livro do seu pai, suas novas geometrias e sua *Ciência Absoluta do Espaço*.	**1832-1840.** Segunda temporada de Bobillier como docente em Châlons-sur-Marne.
		1832. Bobillier publica a 1^a edição do seu *Curso de Geometria*.
		1833. Paralelamente à Escola de Artes e Ofícios de Châlons-sur-Marne, Bobillier assume uma vaga no Colégio Real de Châlons para lecionar *matemáticas especiais*.

De 1832 a 1840: Segunda temporada em Châlons-sur-Marne, produções didáticas de Bobillier e seus anos finais (continuação).

FRANÇA e MUNDO	**MATEMÁTICAS**	**Étienne BOBILLIER**
história, política, ciência, tecnologia, arte e cultura	pessoas, instituições, eventos, publicações ensino e pesquisa	vida pessoal e familiar percurso matemático, científico e profissional
		1834. Bobillier é promovido chefe adjunto de trabalhos e de estudos na Escola de Artes e Ofícios de Châlons-sur-Marne.
		1834. Publica-se a 2ª edição do *Curso de Geometria.*
		1834. Publica-se um texto de Bobillier na *Seção Pública da Sociedade de Agricultura, Comércio, Ciências e Artes do Departamento de la Marne.*
	1836. Joseph Liouville publica o primeiro volume do seu *Journal de mathématiques pures et appliqueés.*	**1836.** Bobillier começa a ter graves problemas de saúde, mas se recusa licenciar-se e mantém-se trabalhando. Sua doença é cíclica, com fase de melhoras alternadas com fases muito ruins, e se estende por quatro anos até o fim de sua vida.

De 1832 a 1840: Segunda temporada em Châlons-sur-Marne, produções didáticas de Bobillier e seus anos finais (continuação).

FRANÇA e MUNDO	**MATEMÁTICAS**	**Étienne BOBILLIER**
história, política, ciência, tecnologia, arte e cultura	pessoas, instituições, eventos, publicações ensino e pesquisa	vida pessoal e familiar percurso matemático, científico e profissional
	1837. Chasles publica o livro *Apreciação Histórica Sobre a Origem e o Desenvolvimento dos Métodos em Geometria.*	
		1837. Bobillier casa-se. Sua esposa é Pome Idalie Pavier, filha de um recebedor municipal de Châlons-sur-Marne (03 de agosto).
	1837. Publica-se o primeiro volume do periódico *Cambridge and Dubin Mathematical Journal.*	**1837.** Publica-se a 3^{a} edição do *Curso de Geometria.*
		1838. A função de chefe de estudos nas escolas de artes e ofícios é reestabelecida. Bobillier retoma seu antigo posto, mas em Châlons-sur-Marne mesmo. Apesar de chefe de estudos, ele conserva, segundo sua própria vontade, uma parte dos cursos do qual estava encarregado.

De 1832 a 1840: Segunda temporada em Châlons-sur-Marne, produções didáticas de Bobillier e seus anos finais (continuação).

FRANÇA e MUNDO	**MATEMÁTICAS**	**Étienne BOBILLIER**
história, política, ciência, tecnologia, arte e cultura	pessoas, instituições, eventos, publicações ensino e pesquisa	vida pessoal e familiar percurso matemático, científico e profissional
		1838. Bobillier é vice-presidente da Sociedade de Agricultura, Comércio, Ciências e Artes do Departamento de la Marne.
		1839. Bobillier é nomeado Cavaleiro da Ordem da Legião de Honra (5 de maio).
		1839. Bobillier é eleito presidente da Sociedade de Agricultura, Comércio, Ciências e Artes do Departamento de la Marne. Não dirigiu mais do que as primeiras reuniões do ano de trabalhos.
1840. No Brasil, o *golpe da maioridade* entroniza o príncipe Pedro de Alcântara, então com 14 anos de idade. O reinado do Imperador Pedro II do Brasil se estenderá por quase meio século, até 1889.		
		1840. Morte de Bobillier (22 de março em Châlons-sur-Marne).

A.6 Cronologia de 1840 a 1880.

De 1840 a 1880: Anos posteriores à morte de Bobillier.

FRANÇA e MUNDO	**MATEMÁTICAS**	**Étienne BOBILLIER**
história, política, ciência, tecnologia, arte e cultura	pessoas, instituições, eventos, publicações ensino e pesquisa	vida pessoal e familiar percurso matemático, científico e profissional
	1840. Lobachewsky publica, para além das fronteiras da Rússia, o livreto *Pesquisas Geométricas em Teoria das Paralelas.*	**1840.** Publica-se o obituário de Bobillier na *Seção Pública da Sociedade de Agricultura, Comércio, Ciências e Artes do Departamento de la Marne* (setembro).
		1840. A *Seção Pública da Sociedade de Agricultura, Comércio, Ciências e Artes do Departamento de la Marne* apresenta o novo professor de *matemáticas especiais* do Colégio Real de Châlons, chamado Marson, que tem "a difícil tarefa de continuar [o trabalho] de Bobillier".
		1841. Publica-se a 4^a edição do *Curso de Geometria.*
		1845. Publica-se em Paris a "nova edição" do *Princípios de Álgebra*, que reúne os livretos da trilogia de 1825 a 1827 num único volume.

De 1840 a 1880: Anos posteriores à morte de Bobillier (continuação).

FRANÇA e MUNDO	**MATEMÁTICAS**	**Étienne BOBILLIER**
história, política, ciência, tecnologia, arte e cultura	pessoas, instituições, eventos, publicações ensino e pesquisa	vida pessoal e familiar percurso matemático, científico e profissional
	1846. Chasles inaugura o curso de Geometria Superior na Faculdade de Ciências de Paris.	
1848. Publicação do *Manifesto Comunista* de Karl Marx e Friedrich Engels.		
1848. Após sucessivas acusações de corrupção e uma aguda crise econômica, o rei Louis Philippe abdica o governo da França. Proclama-se uma república.		
1848. Louis Napoleão Bonaparte, sobrinho do antigo imperador, concorre à presidência da república francesa contra três outros candidatos e vence as eleições.		
1848-1852. Segunda República. Governo de Louis Napoleão Bonaparte, presidente da França.		
		1849. Publica-se a 9^a edição do *Curso de Geometria.*

De 1840 a 1880: Anos posteriores à morte de Bobillier (continuação).

FRANÇA e MUNDO história, política, ciência, tecnologia, arte e cultura	**MATEMÁTICAS** pessoas, instituições, eventos, publicações ensino e pesquisa	**Étienne BOBILLIER** vida pessoal e familiar percurso matemático, científico e profissional
		1850. Publica-se em Paris a 10^a edição do *Curso de Geometria.*
1851. Louis Napoleão Bonaparte lidera um golpe de estado, instala um novo período imperial e assume o poder com o título de Napoleão III (dezembro).		
1852-1870. Segundo Império. Governo de Napoleão III, imperador da França.	**1852.** Chasles publica seu livro texto *Tratado de Geometria Superior.*	
	1854. Para tornar-se Privatdozent em Göttingen, Riemann defende seu projeto de pesquisa intitulado *Sobre as hipóteses que estão nos fundamentos da Geometria.* Gauss fez parte da banca de avaliação do trabalho.	
1857. Gustave Flaubert publica *Madame Bovary.*		
	1859. Morte de Gergonne.	

De 1840 a 1880: Anos posteriores à morte de Bobillier (continuação).

FRANÇA e MUNDO	**MATEMÁTICAS**	**Étienne BOBILLIER**
história, política, ciência, tecnologia, arte e cultura	pessoas, instituições, eventos, publicações ensino e pesquisa	vida pessoal e familiar percurso matemático, científico e profissional
1859. Publicação de *A Origem das Espécies por Meio da Seleção Natural* de Charles Darwin.		
		1861. Publica-se a 5^a edição do *Princípios de Álgebra*.
	1862. Poncelet publica o livro *Aplicações de Análise e Geometria que Serviram de Principal Fundamento ao Tratado das Propriedades Projetivas das Figuras*, tomo I, embora o tenha escrito pouco mais de quarenta anos antes.	
	1864. Poncelet publica *Aplicações de Análise e Geometria que Serviram de Principal Fundamento ao Tratado das Propriedades Projetivas das Figuras*, tomo II.	
1865-1869. Publicação do romance *Guerra e Paz*, de Léon Tolstoi, que descreve a campanha napoleônica contra a Rússia em 1812.		**1865.** Publica-se a 13^a edição do *Curso de Geometria* e a 6^a edição do *Princípios de Álgebra*.

De 1840 a 1880: Anos posteriores à morte de Bobillier (continuação).

FRANÇA e MUNDO	MATEMÁTICAS	Étienne BOBILLIER
história, política, ciência, tecnologia, arte e cultura	pessoas, instituições, eventos, publicações ensino e pesquisa	vida pessoal e familiar percurso matemático, científico e profissional
1866. Fiodor Dostoiévski, escritor russo, publica *Crime e Castigo*, romance reputado como um dos mais importantes da sua carreira.	**1866.** Poncelet publica o tomo segundo do seu *Tratado das Propriedades Projetivas das Figuras.*	
	1867. Morte de Poncelet.	
	1868. Morte de Plücker.	
1869. O químico russo Dmitri Mendeleiev estabelece a primeira tabela periódica em seu tratado *Princípios da Química.*		
1870. Guerra franco-prussiana. Este movimento é desastroso para a França, acentua a crise e deflagra a queda do governo de Napoleão III.		
1870-1914. Terceira República.		

De 1840 a 1880: Anos posteriores à morte de Bobillier (continuação).

FRANÇA e MUNDO	MATEMÁTICAS	Étienne BOBILLIER
história, política, ciência, tecnologia, arte e cultura	pessoas, instituições, eventos, publicações ensino e pesquisa	vida pessoal e familiar percurso matemático, científico e profissional
	1870. Chasles publica o livro *Relatório Sobre os Progressos da Geometria.*	**1870** Em seu livro publicado nesse ano, Chasles informa incorretamente a data da morte de Bobillier como tendo sido 1832. Esse erro será replicado em vários textos de história da matemática até ser finalmente corrigido pelo historiador Jean Itard cerca de uma centena de anos depois.
	1870. Morte de Lamé.	**1870.** Publica-se a 14^a edição do *Curso de Geometria.*
1871. Comuna de Paris.		
1872. Numa de suas viagens internacionais, o imperador Dom Pedro II do Brasil visita a Escola de Artes e Ofícios de Châlons-sur-Marne.	**1872.** Felix Klein fomenta o *Programa de Erlangen*, numa tentativa de classificar e unificar a apresentação das diversas geometrias.	
	1880. Morte de Chasles.	**1880.** Publica-se ainda mais uma edição, a 15^a, do *Curso de Geometria* de Bobillier.

Apêndice B

Currículo de Étienne Bobillier (complemento ao capítulo 1)

I. Dados Pessoais.

Nome. Étienne BOBILLIER.

Nascimento. 17 de abril de 1798, em Lons-le-Saunier (Departamento de Jura, na França).

Pai e Mãe. Ignace Bobillier e Marie Rosalie Rollet, comerciantes de papéis para pintura.

Irmão mais velho. Marie André Bobillier, nascido em 06 de dezembro de 1795.

Outros irmãos. André Ignace, nascido em 21 de agosto de 1801 e Louise Suzanne Eugénie, nascida em 21 de dezembro de 1802.

Esposa. Pome Idalie Pavier, nascida em 12 de outubro de 1812. Casamento em 03 de agosto de 1837, em Châlons-Sur-Marne.

Morte. 22 de março de 1840, em Châlons-Sur-Marne (às vésperas de completar 42 anos de idade).

II. Formação e Atividades Docentes.

1817-1818. Aluno da Escola Politécnica em Paris.

Aluno no ano letivo 1817/1818.

Concluiu os estudos em 8º lugar entre os 64 alunos da sua turma.

1818-1829. Primeira temporada na Escola de Artes e Ofícios de Châlons-Sur-Marne.

Função: Primeiro professor de matemáticas.

Disciplinas lecionadas: trigonometria, estática, geometria analítica, geometria descritiva, mecânica prática, física e química.

1829. Indicado para a vaga de professor do Colégio Real de Amiens. Não chegou a assumir.

1829-1831. Temporada na Escola de Artes e Ofícios de Angers.

Função: Chefe de Estudos.

1832-1840. Segunda temporada na Escola de Artes e Ofícios de Châlons-Sur-Marne.

Funções: Primeiro professor de matemáticas (1832 a 1834), Chefe Adjunto de Trabalhos e de Estudos (1834 a 1838) e Chefe de Estudos (1838 a 1840).

Disciplinas lecionadas: trigonometria, estática, geometria analítica, geometria descritiva, mecânica prática, física e química.

1833-1840. Trabalha também no Colégio Real de Châlons-Sur-Marne.

Função: Professor.

Disciplina lecionada: matemáticas especiais.

Livros didáticos publicados.

a) *Princípios de Álgebra*. "Obra adotada pelo ministro da agricultura, do comércio e de obras públicas para as escolas de artes e ofícios". Primeira edição em três volumes: 1825, 1826, 1827. Nova edição em volume único: 1845.

b) *Curso de Geometria*. "[Livro] adotado pelo ministro da agricultura, do comércio e de obras públicas para as escolas de artes e ofícios". Primeira edição (manuscrita), 1832. Outras edições: 3ª (aumentada, mas ainda manuscrita), 1837; 10ª (já impressa), 1850; 14ª, 1870; há ainda uma edição de 1880.

III. Atividades de Pesquisa.

Seu principal interesse é curvas e superfícies de segunda ordem, estudando-as em diversos contextos disciplinares: geometria pura, geometria descritiva, geometria analítica, geometria de situação e geometria transcendente.

Suas principais metodologias de pesquisa e/ou estratégias de demonstração são: o método da notação abreviada, o estudo de lugares geométricos, a teoria das projeções e a teoria das polares recíprocas.

Eventualmente manifesta outros interesses, publicando artigos nas seguintes áreas: álgebra, aritmética, cálculo diferencial e estática.

Artigos publicados.

a) 33 artigos publicados entre agosto de 1826 e abril de 1830 nos *Annales de Gergonne*.

b) 10 artigos publicados em 1827 e 1828 na *Correspondência matemática e física*, jornal editado a partir do Observatório Astronômico de Bruxelas.

c) 3 artigos publicados em jornais regionais e revistas não especializadas em ciências.

IV. Outras Atividades.

Membro da Sociedade Industrial de Angers.

Membro da Sociedade de Emulação do Departamento de Jura.

Membro da Sociedade de Emulação do Departamento de Vosgues.

Membro da Sociedade de Ciências Físicas, Químicas e Artes Agrícolas da França.

1826. Membro Titular da Sociedade de Agricultura, Comércio, Ciências e Artes do Departamento de la Marne.

1829. Membro Correspondente da Sociedade de Agricultura, Comércio, Ciências e Artes do Departamento de la Marne (no período em que ele estava em Angers).

1830. Voluntário na Guarda Nacional.

1832. Membro Titular Residente da Sociedade de Agricultura, Comércio, Ciências e Artes do Departamento de la Marne (1º de dezembro).

1838. Vice-presidente da Sociedade de Agricultura, Comércio, Ciências e Artes do Departamento de la Marne.

1839. Cavaleiro da Ordem da Legião de Honra (05 de maio).

1839. Eleito presidente da Sociedade de Agricultura, Comércio, Ciências e Artes do Departamento de la Marne. Não concluiu sua gestão.

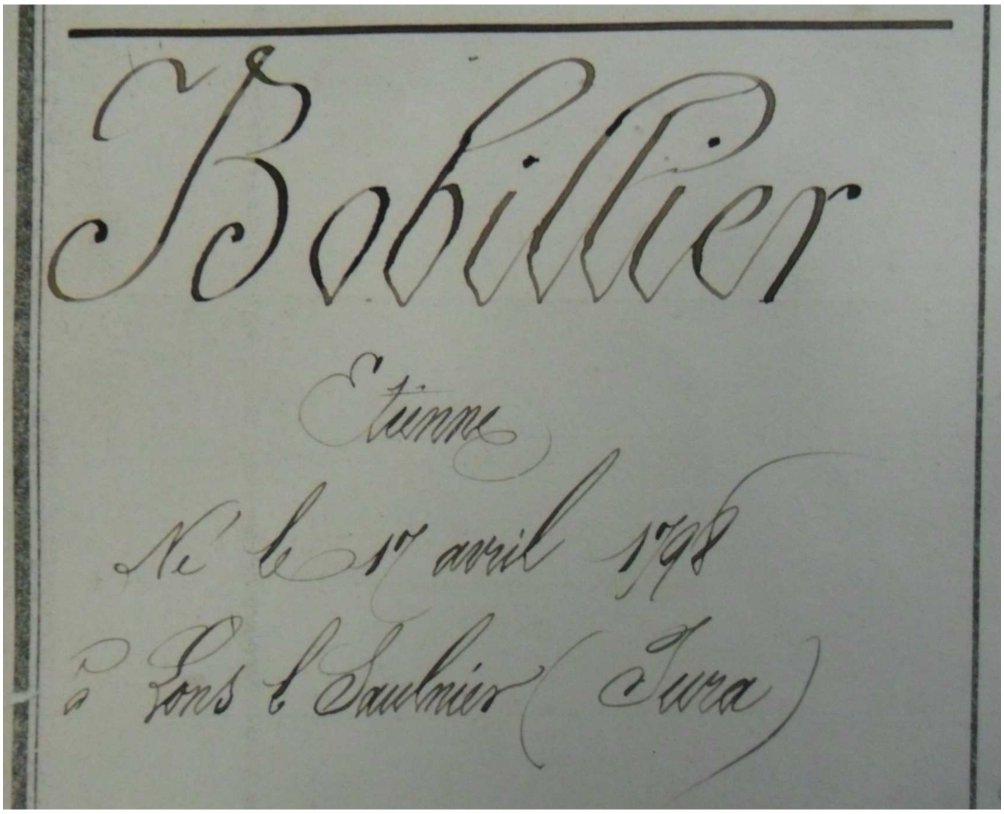


Figura B.1: *Bobillier, Etienne, Nascido em 17 de abril de 1798, em Lons le Saulnier (Jura).* Aproximação de uma página do Livro de Empregados da Escola de Artes e Ofícios de Châlons-sur-Marne, depositado na biblioteca da instituição (Registro feito em 1818).

Apêndice C

Documento de arquivo: Registro de nascimento (complemento ao capítulo 2)

Antes de mostrar o documento encartado neste apêndice, uma breve palavra sobre os manuscritos apresentados ao longo desta tese.

Todos esses documentos estão depositados em arquivos ou fundos antigos de bibliotecas francesas. As fotografias que compõem estes apêndices foram feitas por mim mesmo e são todas autorizadas pelos bibliotecários e arquivistas responsáveis nas instituições que visitei para recolher esse material. Para cada documento exibido, informo a sua procedência e indico o trecho do documento que será transcrito e traduzido.[1]

Os três registros de estado civil (nascimento, casamento e óbito) são os documentos mais *pessoais* que tenho sobre Bobillier, pois neles encontra-se a maior parte das poucas informações domésticas que se dispõe sobre o protagonista desta tese. As transcrições destes registros não foram *cegamente* fiéis, letra por letra, aos manuscritos originais. Para esses três documentos, optei por fazer uma transcrição que corrigisse e atualizasse algumas palavras, visando compreender melhor o conteúdo do texto, bem como sua tradução para o português brasileiro. De fato, para esses documentos, estou mais interessado em comunicar claramente as informações ali registradas do que propriamente analisar os detalhes formais dos documentos em si.

As alterações ortográficas não foram drásticas. Eu não suprimi, não acrescentei e nem substitui nenhuma palavra. Pequenos erros foram corrigidos e algumas desatualizações ortográficas, principalmente no documento do século dezoito, foram atualizadas (por exemplo, a palavra *mois* grafada como *moi*, ou a conjugação verbal *est* eventualmente grafada como *et*, entre outras coisas). Alguns nomes próprios

[1] Todas as transcrições e traduções são de minha própria lavra, muito embora para a transcrição dos três documentos de estado civil (nascimento, casamento e óbito) eu tenha contado com a ajuda do historiador Laurent Rollet (dos Archives Henri Poincaré), a quem agradeço mais uma vez. Naturalmente as imprecisões ou incorreções que ainda restarem nesse trabalho de transcrição e tradução são de inteira responsabilidade minha.

aparecem escritos com letra minúscula e alguns nomes comuns com letra maiúscula. Essas grafias relativas a minúsculo ou maiúsculo foram modificadas. Uma alteração mais profunda, mas absolutamente necessária, foi o acréscimo de (muitas) vírgulas e (alguns) pontos-finais. Em alguns desses manuscritos há longos parágrafos sem sinais de pontuação onde se percebe claramente a necessidade deles. Mas cabe informar que nenhuma frase foi suprimida e nem trocada de posição.

Este apêndice, que complementa o capítulo 2 da tese, apresenta o registro de nascimento de Bobillier. Os outros dois registros de estado civil são apresentados no apêndice J, que complementa o capítulo 9.

O registro de nascimento de Bobillier (1798).

A certidão de nascimento de Étienne Bobillier é o registro de número 148 do livro de nascimentos que está depositado nos Arquivos Departamentais do Jura (em Lons-le-Saunier) sob a cota [3/E/4663]. O texto contém 20 linhas e ocupa parcialmente duas páginas do referido livro. A figura C.1 apresenta uma cópia microfilmada desse registro.[2]

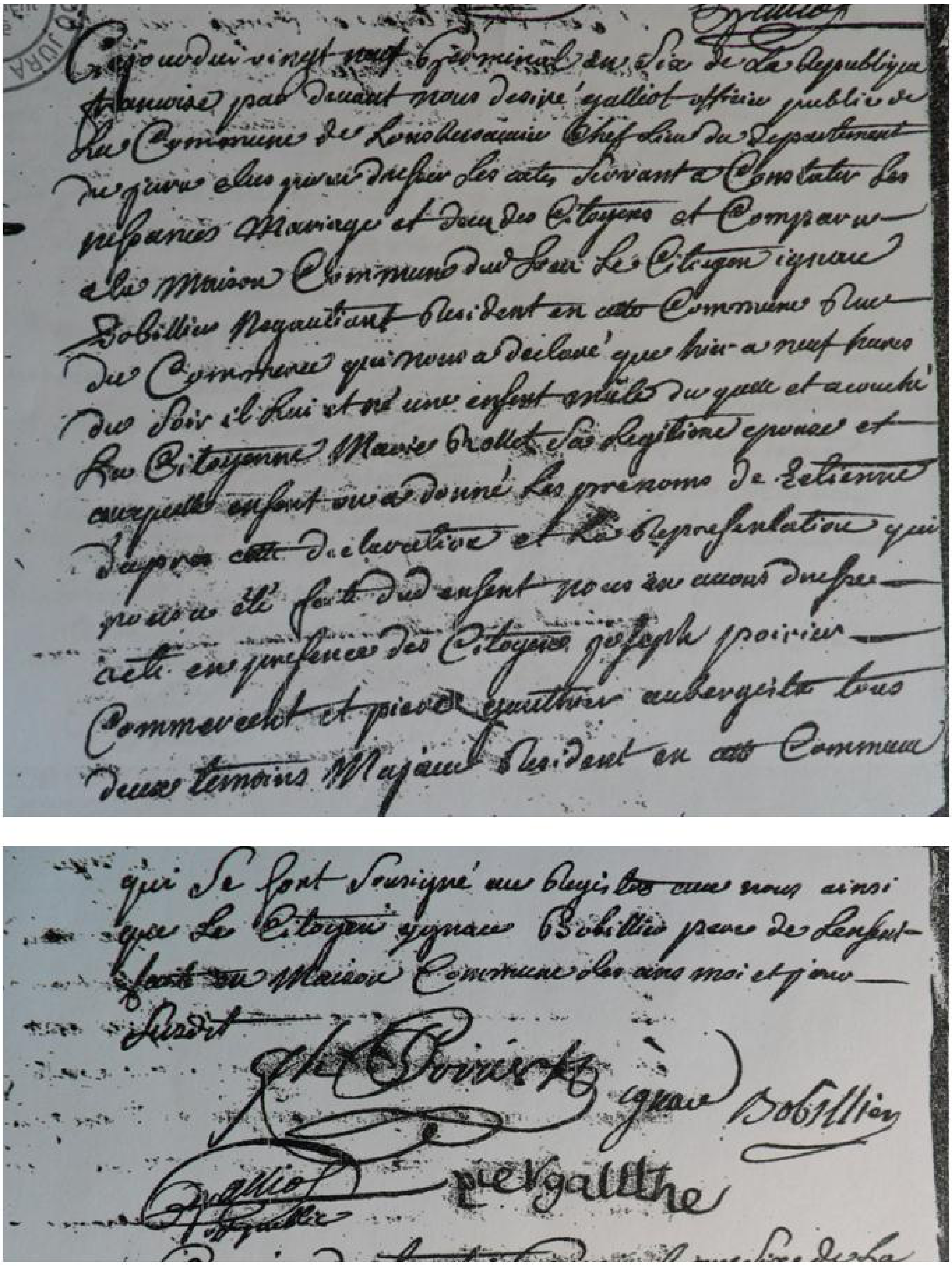
Transcrição

Aujourd'hui, vingt neuf germinal an six de la Republique Française, par devant nous Desiré Galliot, officier public de la comunne de Lons le Saunier, chef lieu du departement du Jura, [xxxx] [xxxxx] dressé des actes servant à constateur les naissances, mariages et décès des citoyens ; est comparus à la maison commune du Jura le citoyen Ignace Bobillier, négociant, resident en cette comunne, rue du Commerce, qui nous a declaré que hier, à neuf heures du soir, il lui et né une enfant mâle du quelle est accouchè la citoyenne Marie Rollet, sa legitime épouse, et auxquelle enfant on a donné le prenom de Etienne. D'après cette declaration et la representation qui nous a été fait de l'enfant, nous en avons dressé acte en presence des citoyens Joseph Poiriers, commercent, et Pierre Gauthier, aubergiste, tous deux temoins majeurs, resident en cette commune, qui se font sousigné aux registre avec nous ainsi que le citoyen Ignace Bobillier père de l'enfant. Fait en maison commune, les ans, mois et jour susdit.
Signatures : Jh Poiriers, Ignace Bobillier, Galliot, Pier Gauthe.

Tradução

Hoje, vinte e nove germinal do ano seis da República Francesa, perante nós Desiré Galliot, oficial público da comarca de Lons le Saunier, capital do departamento do Jura, [xxxx] [xxxxx] lavrar as atas que servem para constar os nascimentos, casamentos e falecimentos dos cidadãos; compareceu à casa comunal do Jura o cidadão Ignace Bobillier, negociante, residente nesta comarca, Rua do Comércio, que nos declarou que ontem, às nove horas da noite, nasceu-lhe um bebê macho, o qual foi parido da cidadã Marie Rollet, sua legítima esposa, bebê este ao qual deu-se nome de Etienne. A partir desta declaração e da representação que nos foi feita da criança, lavramos a ata em presença dos cidadãos Joseph Poiriers, comerciante, e Pierre Gauthier, estalajadeiro, ambos testemunhas maiores, residentes nesta comarca, que assinaram aos registros conosco, assim como o cidadão Ignace Bobillier pai da criança. Feito na casa comunal, ano, mês e dia supracitados.
Assinaturas: Jh Poiriers, Ignace Bobillier, Galliot, Pier Gauthe.

[2] Há alguns trechos que ainda restam ilegíveis para mim, e que indico na transcrição com símbolos do tipo [x]. Cada símbolo [x] designa uma palavra e a quantidade de x's utilizados dá mais ou menos o *tamanho* da palavra, em termos de quantidade de letras, segundo a minha percepção, dentro do manuscrito original.



Aujourdui vingt neuf Germinal an Six de La Republique francoise par devant nous desiré galliot officier public de la Commune de Lonslesaunier Chef Lieu du departement du jura elu pour dresser les actes servant a Constater les naissances Mariage et deces des Citoyens est Comparu a la Maison Commune du dit Lieu Le Citoyen ignace Bobillier Negotiant resident en cette Commune rue du Commerce qui nous a declaré que hier a neuf heures du soir il lui est né une enfant male du quel est accouché la Citoyenne Marie Mollet sa legitime epouse et auquel enfant on a donné les prenoms de Etienne d'apres cette declaration et la representation qui nous a eté fait du dit enfant nous en avons dressé acte en presence des Citoyens joseph poirier Commercant et pierre gauthier aubergiste tous deux temoins Majeurs resident en cette Commune qui se sont soussigné au Registre avec nous ainsi que Le Citoyen ignace Bobillier pere de Lenfant fait en Maison Commune les ans mois et jour susdit

J. Poirier ignace Bobillier

Galliot pierre gaulthe

Figura C.1: Registro de nascimento de Étienne Bobillier (1798).

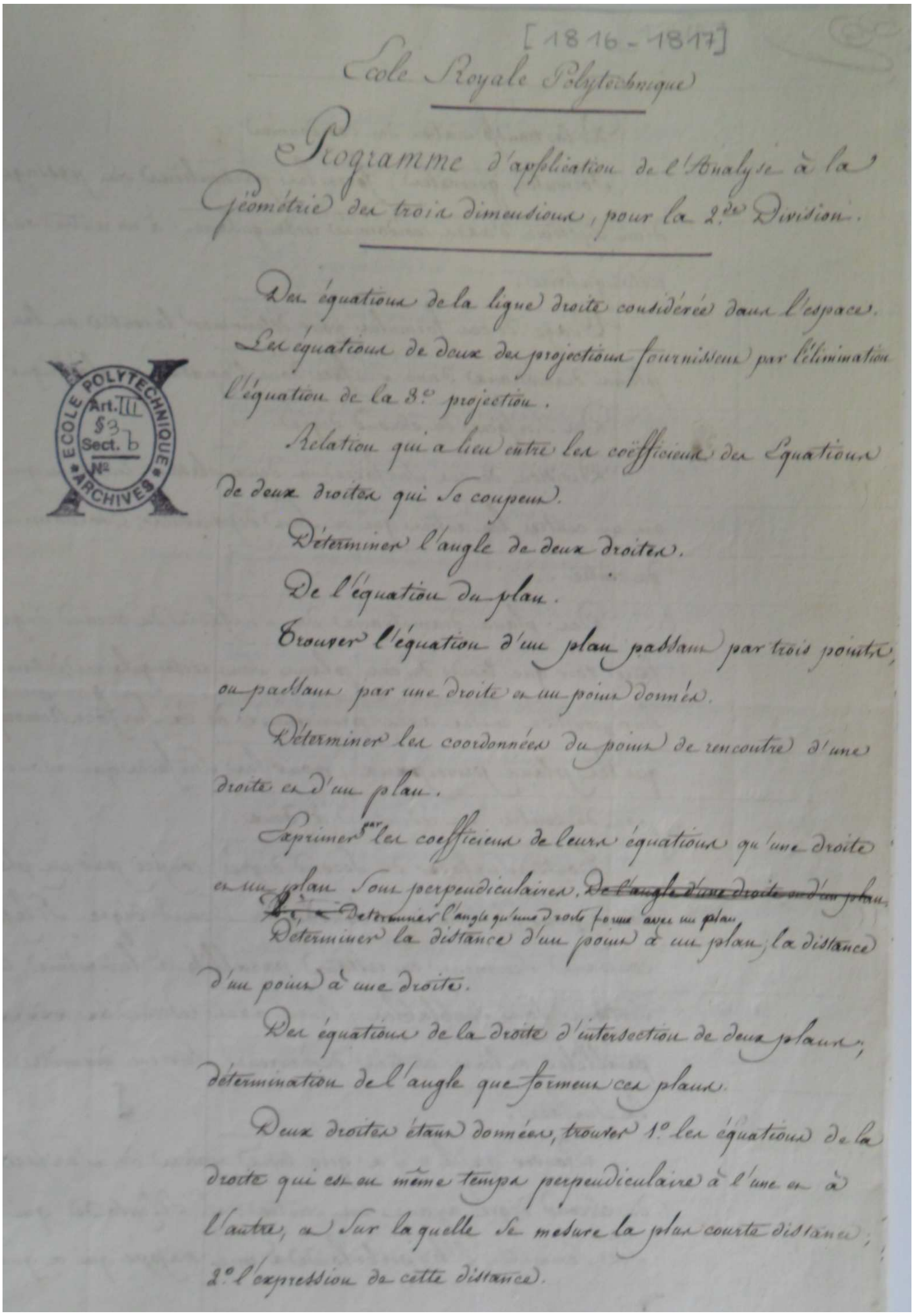
Apêndice D

Documentos de arquivo: Escola Politécnica (complemento ao capítulo 2)

Apresento a seguir três extratos de documentos depositados nos arquivos da Biblioteca da Escola Politécnica em Paris. O primeiro documento é um programa de ensino proposto para o ano letivo de 1816/1817, após a reorganização da escola. O segundo é o livro de registro de matrículas e histórico escolar dos alunos. O último é o livro de registro de graus por disciplina e avaliações de aplicação de conduta.

Programa de ensino de *Análise aplicada à geometria* (1816).

O trecho abaixo é selecionado de um documento intitulado *Projetos de programas de ensino científico. Propostos ao Conselho de Instrução em dezembro e adotados para o ano escolar de 1816/1817.* (*Projets de programmes d'enseignement scientifique. Proposés au Conseil d'Instruction en décembre et adoptés pour l'année scolaire 1816/1817*). Este documento tem 19 páginas assim distribuídas: a capa, três laudas contendo o programa de ensino de *análise* (para as turmas do primeiro ano), cinco laudas para *física* (para primeiro e segundo ano), três laudas para *aplicações de análise à geometria de três dimensões* (para a segunda divisão) quatro laudas para *mecânica* (para a segunda divisão) e três laudas para *química*. O trecho que escolhi transcrever é o programa completo de *aplicações de análise à geometria de três dimensões*. A figura D.1 apresenta apenas a primeira das três páginas deste programa.



[1816-1817]

École Royale Polytechnique

Programme d'application de l'Analyse à la Géométrie des trois dimensions, pour la 2.de Division.

Des équations de la ligne droite considérée dans l'espace.

Les équations de deux des projections fournissent par l'élimination l'équation de la 3.e projection.

Relation qui a lieu entre les coëfficiens des Equations de deux droites qui se coupent.

Déterminer l'angle de deux droites.

De l'équation du plan.

Trouver l'équation d'un plan passant par trois points, ou passant par une droite et un point donnés.

Déterminer les coordonnées du point de rencontre d'une droite et d'un plan.

Exprimer par les coefficiens de leurs équations qu'une droite et un plan sont perpendiculaires. ~~De l'angle d'une droite et d'un plan.~~

Déterminer l'angle qu'une droite forme avec un plan.

Déterminer la distance d'un point à un plan, la distance d'un point à une droite.

Des équations de la droite d'intersection de deux plans, détermination de l'angle que forment ces plans.

Deux droites étant données, trouver 1.° les équations de la droite qui est en même temps perpendiculaire à l'une et à l'autre, et sur laquelle se mesure la plus courte distance; 2.° l'expression de cette distance.

Figura D.1: Primeira página do programa de ensino da disciplina *aplicações da análise à geometria a três dimensões* na Escola Politécnica (1816).

Transcrição

[1816 - 1817] École Royale Polytechnique.
Programme d'application da l'Analyse à la Géométrie des trois dimensions, pour la 2^e Division.
Des équations de la ligne droite considérée dans l'espace. Les équations de deux des projections fournissent par l'élimination [de] l'équation de la 3^e projection.
Relation qui a lieu entre les coefficiens des equations de deux droites qui se coupent.
Déterminer l'angle de deux droites.
De l'équation du plan.
Trouver l'équation d'un plan passant par trois points ou passant par une droite et un point donnés.
Déterminer les coordonnées du point de rencontre d'une droite et d'un plan.
Exprimer [sur] les coefficiens de leurs équations qu'une droite et un plan sont perpendiculaires. Déterminer l'angle qu'une droite forme avec un plan.
Déterminer la distance d'un point à un plan ; la distance d'un point à une droite.
Des équations de la droite d'intersection de deux plans ; détermination de l'angle que forment ces plans.
Deux droites étant données, trouver 1^e les équations de la droite qui est au même temps perpendiculaire à l'une et à l'autre, et sur laquelle se mesure la plus courte distance ; 2^e l'expression de cette distance.
De la transformation des coordonnées. Formules générales ; formules particulières au passage d'un systême d'axes coordonnées rectangulaires à un autre aussi rectangulaire.
Usage de ces formules pour déterminer le centre et les plans diamétraux d'une surface dont l'équation est algébrique.
Des surfaces du second dégré. Division de ces surfaces en deux classes, les unes qui ont un centre, les autres qui en sont dépourvues ; coordonnées du centre.
Des plans diamétraux des surfaces du second dégré ; fair voir qui trois de ces plans sont rectangulaires ; détérminer leur position et les axes principaux de la surface, remarquer que les plans principaux, pour les surfaces que n'ont pas de centre, se reduisent á deux.
Toute surface du second dégré coupée par un plan, donne pour section unde courbe du second dégré. Si le plan coupant se meut en resttant paralléle à lui même, ler sections sont semblables ; leur axes restent parallèle, et leur centres demeurent sur un diamètre de la surface.
Prouver qu'il n'y a que trois espèces de surfaces du second dégré ayant un centre : l'ellipsoïde qui a six sommets ; l'hyperboloïde à un nappe qui a quatre sommets ; et l'hyperboloïde à deux nappes qui n'en a que deux. Déterminer les diverses espèces de sections planes des ces surfaces. Des sections circulaires.
L'hyperboloïde à une nappe peut être engendrée par une droite qui se meut sur trois autres ; de les deux génératrices.
Prouver qu'il n'y a que deux espèces de surfaces [du second dégré qui soient] depourvues de centre, savoir : le paraboloïde elliptique et le paraboloïde hyperbolique. Le premier coupé par un plan ne peut donner que des ellipses et des paraboles ; le paraboloïde hyperbolique ne donne que des hyperboles et des paraboles.
Cette dernière espèce de surface peut être engendrée par une droite qui reste parallèle à un plan, en s'appuyant sur deux droites : de ses deux génératrices.
Des plans tangentes aux surfaces du second dégré. Remarquer sur la manière dont les diverses espèces de surfaces sont touchées par un plan.
Moyens de reconnaître l'espèce d'une surface du second dégré d'après son équation.
Deux surfaces du second dégré qui se coupent suivant une courbe plane se coupent de nouveau selon une autre courbe qui est encore plane.

Tradução

[1816 - 1817] Escola Real Politénica.

Programa de aplicação da análise à geometria de três dimensões, para a 2^a divisão.

Equações de linhas retas consideradas no espaço. As equações de duas das projeções fornecem por eliminação a equação da 3^a projeção.

Relação que há entre os coeficientes das equações de duas retas que se cortam.

Determinar o ângulo de duas retas.

Equação do plano.

Encontrar a equação de um plano passando por três pontos ou passando por uma reta e um ponto dados.

Determinar as coordenadas do ponto de encontro de uma reta e de um plano.

Exprimir [sobre] os coeficientes de suas equações que uma reta e um plano sejam perpendiculares. Determinar o ângulo que uma reta forma com um plano.

Determinar a distância de um ponto a um plano; a distância de um ponto a uma reta.

Equações da reta de interseção de dois planos; determinação do ângulo que formam estes planos.

Duas retas sendo dadas, encontrar 1^o as equações da reta que está ao mesmo tempo perpendicular à uma e à outra, e sobre a qual se mede a mais curta distância; 2^o a expressão desta distância.

Da transformação de coordenadas. Fórmulas gerais; fórmulas particulares da passagem de um sistema de eixos coordenados retangulares a outro também retangular.

Uso destas fórmulas para determinar o centro e os planos diametrais de uma superfície cuja equação é algébrica.

Superfícies do segundo grau. Divisão destas superfícies em duas classes, umas que têm um centro, outras que são desprovidas [de centro]; coordenadas do centro.

Planos diametrais de superfícies do segundo grau; fazer ver que três destes planos são retangulares; determinar sua posição e os eixos principais da superfície, observar que os planos principais, para as superfícies que não tem centro, se reduzem a dois.

Toda superfície do segundo grau cortada por um plano, dá por seção uma curva do segundo grau. Se o plano cortante se move restando paralelo a si mesmo, suas seções são semelhantes; os eixos permanecem paralelo, e seus centros permanecem sobre um diâmetro da superfície.

Provar que não há mais do que três espécies de superfícies do segundo grau tendo um centro: a elipsóide que tem seis vértices; o hiperbolóide de uma folha que tem quatro vértices; e o hiperbolóide de duas folhas que tem apenas dois. Determinar as diversas espécies de seções planas destas superfícies. Seções circulares.

A hiperbolóide de uma folha pode ser gerada por uma reta que se move sobre três outras; das duas geratrizes.

Provar que não há mais do que duas espécies de superfícies [do segundo grau que sejam] desprovidas de centro, a saber: o parabolóide elíptico e o parabolóide hiperbólico. O primeiro cortado por um plano não pode dar mais do que elipses e parábolas; o parabolóide hiperbólico não dá mais do que hipérboles e parábolas.

Esta última espécie de superfície pode ser gerada por uma reta que permanece paralela a um plano, apoiando-se em duas retas: suas duas geratrizes.

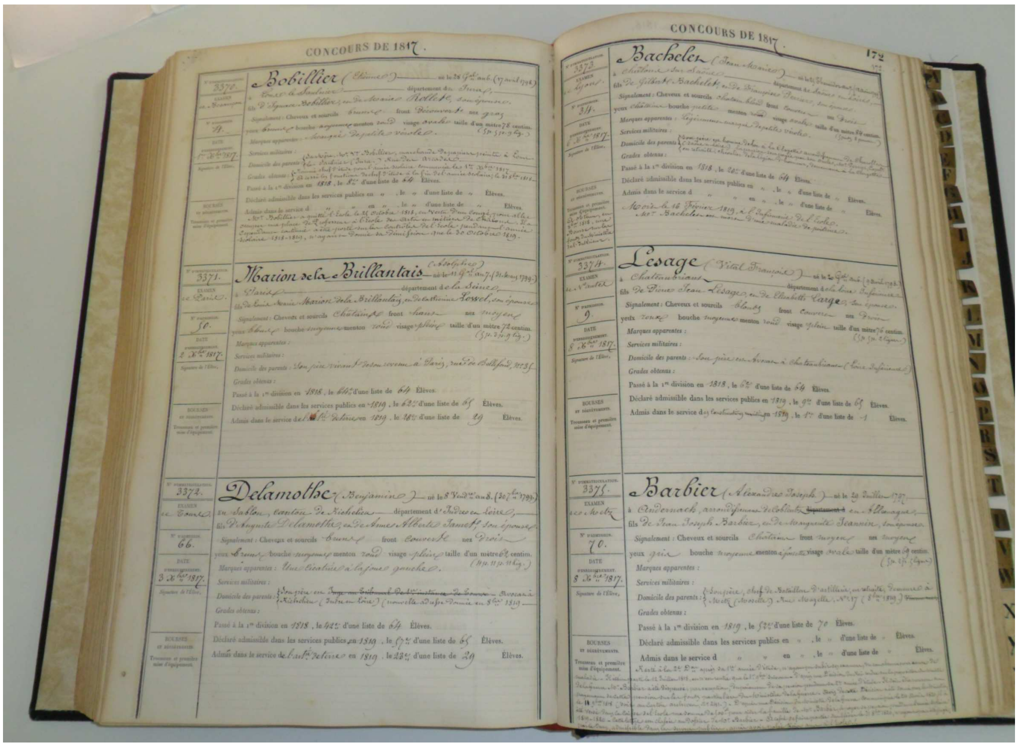
Planos tangentes às superfícies do segundo grau. Observar as maneira as quais as diversas espécies de superfícies são tocadas por um plano.

Meios de reconhecer a espécie de uma superfície do segundo grau a partir da sua equação.

Duas superfícies do segundo grau que se cortam segundo uma curva plana se cortam de novo segundo uma outra curva que é ainda plana.

Matrícula de Bobillier (1817).

Do livro de registro de matrículas e histórico escolar dos alunos, temos a ficha de Bobillier, calouro da turma X1817. É um documento interessante que oferece, entre outras coisas, um "retrato falado" do jovem Étienne, aos 19 anos de idade. A figura D.2 é uma fotografia do referido livro, numa das páginas que contém fichas dos alunos da turma de 1817. A figura D.3 mostra uma aproximação da ficha de Bobillier contendo o histórico escolar de sua passagem pela Escola Politécnica. A transcrição e tradução dessa ficha estão nas tabelas D.1 e D.2, logo após as referidas fotografias.



CONCOURS DE 1817.

Bobillier

Marion de la Billantais

Delamothe

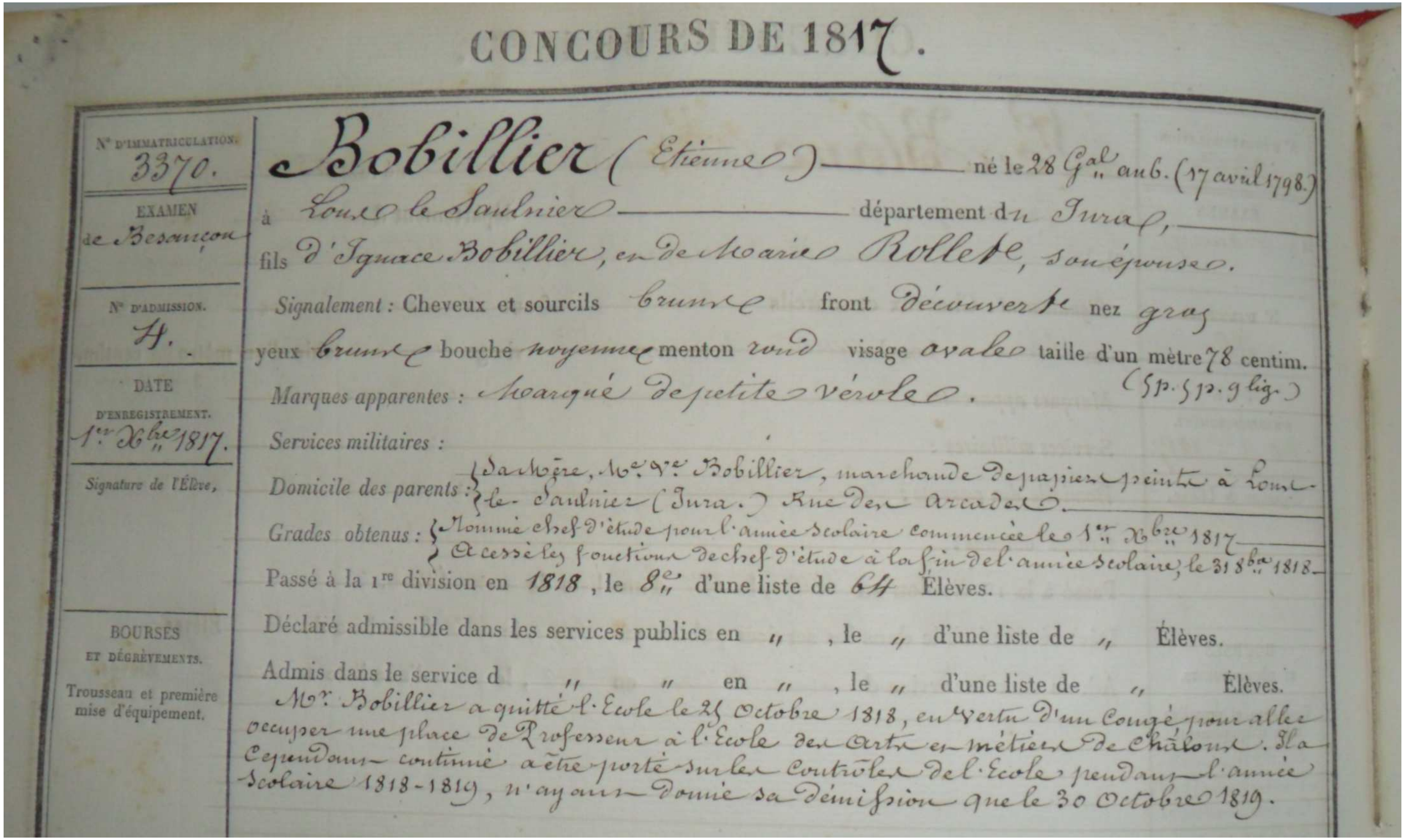
CONCOURS DE 1817.

Bachelet

Lesage

Barbier

Figura D.2: Livro de matrículas da Escola Politécnica (concurso de 1817).



CONCOURS DE 1817.

N° D'IMMATRICULATION. 3370.	Bobillier (Étienne) né le 28 G.al an 6. (17 avril 1798.)
EXAMEN de Besançon	à Lons le Saulnier département du Jura,
	fils d'Ignace Bobillier, et de Marie Rollet, son épouse.
N° D'ADMISSION. 4.	Signalement : Cheveux et sourcils bruns front découvert nez gros
	yeux bruns bouche moyenne menton rond visage ovale taille d'un mètre 78 centim. (5p. 5p. 9 lig.)
DATE D'ENREGISTREMENT. 1.er X.bre 1817.	Marques apparentes : Marqué de petite vérole.
	Services militaires :
Signature de l'Élève,	Domicile des parents : Sa Mère, M.e V.e Bobillier, marchande de papiers peints à Lons-le-Saulnier (Jura.) Rue des arcades.
	Grades obtenus : Nommé chef d'étude pour l'année scolaire commencée le 1.er X.bre 1817. A cessé les fonctions de chef d'étude à la fin de l'année scolaire, le 31 8.bre 1818.
	Passé à la 1re division en 1818, le 8.e d'une liste de 64 Élèves.
BOURSES ET DÉGRÈVEMENTS.	Déclaré admissible dans les services publics en " , le " d'une liste de " Élèves.
Trousseau et première mise d'équipement.	Admis dans le service d " " en " , le " d'une liste de " Élèves.
	M.r Bobillier a quitté l'École le 25 Octobre 1818, en vertu d'un Congé pour aller occuper une place de Professeur à l'École des Arts et métiers de Châlons. Il a cependant continué à être porté sur les Contrôles de l'École pendant l'année scolaire 1818-1819, n'ayant donné sa démission que le 30 Octobre 1819.

Figura D.3: Matrícula de Bobillier na turma X1817 da Escola Politécnica.

CONCOURS DE 1817

N^{o} D'IMMATRICULATION *3370*	**Bobillier** *(Etienne)* ______ né le *28 g^{al} an 6 (17 avril 1798)* à *Lons le Saulnier* ______ département d*u Jura,* ______ fils *d'Ignace Bobillier, et de Marie Rollet, son épouse.* *Signalement :* Cheveux et sourcils *bruns* front *découvert* nez *gros* yeux *bruns* bouche *moyenne* menton *rond* visage *ovale* taille d'un mètre *78* centim. *Marques apparentes :* *Marqué de petite vérole* *(5 p. 5 p. 9 lig)* *Services militaires :*
EXAMEN de *Besançon*	
N^{o} D'ADMISSION *4*	*Domicile des parents :* *Sa mère, m^{e} v^{e} Bobillier, marchande de papier peint à Lons le Saulnier (Jura) Rue des Arcades* ______
DATE D'ENREGISTREMENT 1er N^{bre} *1817*	*Grades obtenus :* *Nommé chef d'étude pour l'année scolaire commencée le 1er N^{bre} 1817* ______ *A cessé les fonctions de chef d'étude à la fin de l'année scolaire, le 31 oc^{bre} 1818*
Signature de l'élève	Passé à la 1er division en *1818*, le *8^{e}* d'une liste de *64* Élèves. Déclaré admissible dans les services publics en ׀׀ , le ׀׀ d'une liste de ׀׀ Élèves.
BOURSES ET DÉGRÉVEMENTS Trousseau et première mise d'equipement	Admis dans le service d ׀׀ ׀׀ en ׀׀ , le ׀׀ d'une liste de ׀׀ Élèves. *M^{r} Bobillier a quitté l'Ecole le 21 octobre 1818, en vertu d'un congé pour aller ocupper une place de Professeur à l'Ecole des Arts et Métiers de Chalons. Il a cependant continué a être porte sur le contrôle de l'École pendant l'année scolaire 1818-1819, n'ayant donné sa démision que le 30 Octobre 1819.*

Tabela D.1: Transcrição da ficha de matrícula de Bobillier (1817)

CONCURSO DE 1817

Nº DE MATRÍCULA *3370*	***Bobillier*** *(Etienne)* ______ nascido em *28 g^{al} ano 6 (17 de abril de 1798)* em *Lons le Saulnier* ______ departamento de *Jura*, ______ filho de *Ignace Bobillier, e de Marie Rollet, sua esposa.*
EXAME de *Besançon*	*Sinais*: Cabelos e sobrancelhas *castanhos* rosto *descoberto* nariz *grande* olhos *castanhos* boca *média* queixo *redondo* rosto *oval* altura de um metro e *78* centimetros.
Nº DE ADMISSÃO *4*	*Marcas visíveis*: *Marcada do pequenas varíolas* *(5 p. 5 p. 9 lig)* *Serviços militares*:
DATA DE REGISTRO 1º nov. *1817*	*Domicílio dos pais*: *Sua mãe, sra viúva Bobillier, comerciante de papéis de pintura em Lons le Saulnier (Jura) Rua dos Arcades* ______ *Graus obtidos*: *Nomeado chefe de estudos para o ano escolar iniciado em 1º de nov. de 1817* ______ *Encerrou as funções de chefe de estudos no fim do ano escolar, em 31 de out. de 1818*
Assinatura do aluno	Aprovado na 1ª divisão em *1818*, em *8º* de uma lista de *64* alunos. Declarado admissível aos serviços públicos em ॥ , em ॥ de uma lista de ॥ alunos.
BOLSAS E ISENÇÕES DE TAXAS Enxoval e primeiro doação de equipamentos	Admitido no serviço de ॥ ॥ em ॥ , em ॥ de uma lista de ॥ alunos. *Sr Bobillier deixou a Escola em 21 de outubro de 1818, em virtude de uma licença para ir ocupar uma vaga de Professor na Escola de Artes e Ofícios de Châlons. Entretanto ele continuou a estar vinculado à escola durante o ano escolar de 1818-1819, não tendo feito sua demissão antes de 30 de outubro de 1819.*

Tabela D.2: Tradução da ficha de matrícula de Bobillier (1817)

Um boletim escolar (1818).

A figura D.4 é a fotografia de uma página do livro de registro de graus por disciplina e avaliações de aplicação e conduta da Escola Politécnica. Na página fotografada, contendo 10 alunos em ordem alfabética, Bobillier aparece na terceira linha de baixo pra cima. Seus graus e avaliações são transcritos e traduzidos a seguir.

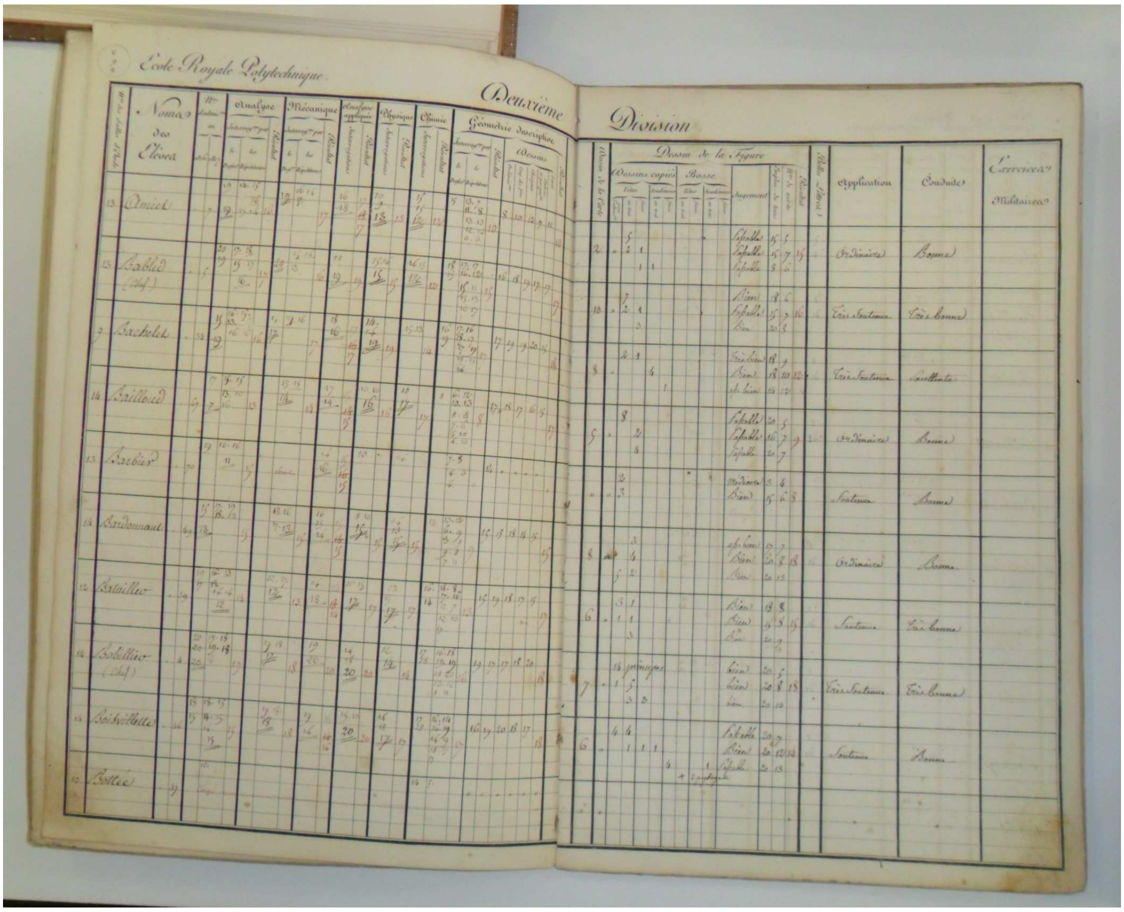


Figura D.4: Livro de graus e avaliações da Escola Politécnica (1818).

Transcrição

Ecole Royale Politechnique Deuxième Division

<table>
<tr><td colspan="3">Numéros des salles d'Etude</td><td>14</td></tr>
<tr><td colspan="3">Noms des Eleves</td><td>Bobillier
(Chef)</td></tr>
<tr><td colspan="2" rowspan="2">Numéros d'admission</td><td>en 1816</td><td></td></tr>
<tr><td>en 1817</td><td>4</td></tr>
<tr><td rowspan="3">Analyse</td><td rowspan="2">Interrogations par</td><td>le professeur</td><td>20 ; 20 ; 20</td></tr>
<tr><td>les répétiteurs</td><td>19 ; 18 ; 19 ; 18 ; 16</td></tr>
<tr><td colspan="2">Résultat</td><td>19</td></tr>
<tr><td rowspan="3">Mécanique</td><td rowspan="2">Interrogations par</td><td>le professeur</td><td></td></tr>
<tr><td>les répétiteurs</td><td>19 ; 18 ; 17</td></tr>
<tr><td colspan="2">Résultat</td><td>18</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Analyse appliquée</td><td colspan="2">Interrogations</td><td>19 ; 20</td></tr>
<tr><td colspan="2">Résultat</td><td>20</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Physique</td><td colspan="2">Interrogations</td><td>14 ; 18 ; 20</td></tr>
<tr><td colspan="2">Résultat</td><td>20</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Chimie</td><td colspan="2">Interrogations</td><td>12 ; 14</td></tr>
<tr><td colspan="2">Résultat</td><td>14</td></tr>
<tr><td rowspan="9">Géométrie descriptive</td><td rowspan="2">Interrogations par</td><td>le professeur</td><td>17 ; 18</td></tr>
<tr><td>le répétiteur</td><td>16 ; 18 ; 19 ; 19 ; 18 ; 20 ; 13 ; 12 ; 8 ; 11</td></tr>
<tr><td colspan="2">Résultat</td><td>16</td></tr>
<tr><td rowspan="5">Dessins</td><td>Preliminaires</td><td>19</td></tr>
<tr><td>Coup de pres</td><td>17</td></tr>
<tr><td>Charpente</td><td>17</td></tr>
<tr><td>Ombres et perspectives</td><td>18</td></tr>
<tr><td>Lavés</td><td>20</td></tr>
<tr><td colspan="2">Résultat</td><td>18</td></tr>
</table>

Dessin de la Carte	7

Dessin de la Figure	Dessins copiés	Têtes	pour l'admission	〃
			au trait	(principes) 14 ; 1
			finies	5 ; 3
		Académies	au trait	3
			finies	
	Bosse	Têtes	au trait	
			finies	
		Académies	au trait	
			finies	
	Jugement			bien ; bien ; bien
	Emploi du tems			20 ; 20 ; 20
	Numéros de mérite			5 ; 8 ; 10
	Résultat			**18**

Belles lettres	*2* ; *16*
Application	très Soutenue
Conduite	très bonne
Exercices Militaires	

Tradução

Escola Real Politécnica | Segunda Divisão

Número da sala de estudo	14

Nome do aluno	Bobillier (Chefe)

Número de admissão	em 1816	
	em 1817	4

Análise	Interrogações	do professor	20 ; 20 ; 20
		dos repetidores	19 ; 18 ; 19 ; 18 ; 16
	Resultado		**19**

Mecânica	Interrogações	do professor	
		dos repetidores	19 ; 18 ; 17
	Resultado		**18**

Análise aplicada	Interrogações	19 ; 20
	Resultado	**20**

Física	Interrogações	14 ; 18 ; 20
	Resultados	**20**

Química	Interrogações	12 ; 14
	Resultado	**14**

Geometria descritiva	Interrogações	do professor	17 ; 18
		do repetidor	16 ; 18 ; 19 ; 19 ; 18 ; 20 ; 13 ; 12 ; 8 ; 11
	Resultado		**16**
	Desenhos	Preliminares	19
		Pinceladas (?)	17
		Quadro	17
		Sombras e perspectivas	18
		Aquarelas (?)	20
	Resultado		**18**

<table>
<tr><td colspan="4">Desenho da Carta</td><td>7</td></tr>
<tr><td rowspan="13">Desenho
da
Figura</td><td rowspan="5">Desenhos
copiados</td><td rowspan="3">Cabeças</td><td>para admissão</td><td>〃</td></tr>
<tr><td>esboçados</td><td>(princípios)
14 ; 1</td></tr>
<tr><td>concluídos</td><td>5 ; 3</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Acadêmias</td><td>esboçados</td><td>3</td></tr>
<tr><td>concluídos</td><td></td></tr>
<tr><td rowspan="4">Bossa (?)</td><td rowspan="2">Cabeças</td><td>esboçados</td><td></td></tr>
<tr><td>concluídos</td><td></td></tr>
<tr><td rowspan="2">Acadêmias</td><td>esboçados</td><td></td></tr>
<tr><td>concluídos</td><td></td></tr>
<tr><td colspan="3">Julgamento</td><td>bom ; bom ; bom</td></tr>
<tr><td colspan="3">Uso do tempo</td><td>20 ; 20 ; 20</td></tr>
<tr><td colspan="3">Número de méritos</td><td>5 ; 8 ; 10</td></tr>
<tr><td colspan="3">Resultado</td><td>18</td></tr>
<tr><td colspan="4">Belas letras</td><td>2 ; 16</td></tr>
<tr><td colspan="4">Aplicação</td><td>muito sustentável</td></tr>
<tr><td colspan="4">Conduta</td><td>muito boa</td></tr>
<tr><td colspan="4">Exercícios Militares</td><td></td></tr>
</table>

Apêndice E

Tabelas referentes ao estudo das pesquisas matemáticas de Bobillier (complemento ao capítulo 4)

Os 46 textos de pesquisas matemáticas de Bobillier (1826-1834)

[01] **1826.** Notas sobre os poços à roldanas.

[02] **1826 agosto.** Solução de dois problemas de estática propostos na página 296 do precedente volume.

[03] **1827 fevereiro.** Nota sobre o problema de geometria resolvido na página 166 do presente volume.[1]

[04] **1827 março.** Solução de um caso particular do primeiro dos dois problemas de geometria propostos na página 172 do presente volume.

[05] **1827 maio.** Solução de um dos dois problemas de geometria enunciados na página 232 do 16^o volume dos Annales.

[06] **1827 maio.** Demonstração do teorema de estática enunciado na página 199 do presente volume.

[07] **1827 junho.** Demonstração de dois teoremas de geometria enunciados na página 200 do presente volume.

[1] O problema referido no título deste texto está proposto no tomo 16 dos *Annales*, página 327. Neste texto, Bobillier comenta a solução apresentada por um assinante anônimo e publicada na página 166 do tomo 17 dos *Annales*.

Os 46 textos de pesquisas matemáticas de Bobillier (continuação)

[08] 1827 junho. Demonstração do último dos dois teoremas de geometria enunciado na página 283 do presente volume.

[09] 1827 julho. Demonstração de quatro teoremas de geometria propostos na página 255 do presente volume.

[10] 1827 setembro. Pesquisas sobre as curvas à dupla curvatura cujas envoltórias são esféricas.

[11] 1827 outubro. Demonstração de alguns teoremas sobre linhas e superfícies algébricas de todas as ordens.

[12] 1827 outubro. Solução do último dos dois problemas de geometria enunciados na página 232 do 16^o volume dos Annales.

[13] 1827 outubro. Demonstração do teorema de geometria enunciado na página 28 do presente volume.

[14] 1827 dezembro. Pesquisas sobre linhas e superfícies algébricas de todas as ordens.

[15] 1827 dezembro. Solução de dois problemas de geometria enunciados na página 348 do precedente volume.

[16] 1827 dezembro. Solução de quatro problemas de geometria enunciados na página 56 do presente volume.

[17] 1827 dezembro. Solução do problema de geometria descritiva enunciado na página 83 do presente volume.[2]

[18] 1827. Todo plano que passa pela reta determinada pelos pontos médios de arestas opostas de um tetraedro, o divide em duas partes equivalentes.

[19] 1827. Trecho de uma carta (...) acerca de propriedades de seções cônicas consideradas no sólido.

[20] 1827. Sobre as propriedades de focos nas superfícies de segunda ordem.

[2] O problema referido no título principal está proposto na página 83 do tomo 17 dos *Annales* e não no tomo 18. O pequeno erro editorial foi usar a palavra *presente* ao invés da correta que seria *precedente*.

Os 46 textos de pesquisas matemáticas de Bobillier (continuação)

[21] 1828 janeiro. Demonstração de diversos teoremas de geometria.

[22] 1828 fevereiro. Pesquisa de alguns lugares geométricos, no espaço.

[23] 1828 fevereiro. Nota sobre o problema de geometria proposto na página 87 do presente volume.

[24] 1828 março Pesquisa sobre as leis gerais que regem as linhas e superfícies algébricas.

[25] 1828 maio. Ensaio sobre um novo modo de pesquisa de propriedades do espaço.

[26] 1828 junho. Demonstração nova de algumas propriedades de linhas de segunda ordem.

[27] 1828 outubro. Pesquisa sobre as leis gerais que regem as curvas algébricas.

[28] 1828 novembro. Pesquisa sobre as leis gerais que regem as superfícies algébricas.

[29] 1828 novembro. Teoremas de geometria propostos a demonstrar.

[30] 1828. São dados num plano um ângulo e um ponto, e pede-se fazer passar pelo ponto uma reta que corte os lados do ângulo, de maneira que a área interceptada seja de grandeza dada. Problema proposto na página 180 do III^o volume.

[31] 1828. Pesquisas sobre as superfícies de segundo grau.

[32] 1828. Sobre as propriedades projetivas nas superfícies de segunda ordem.

[33] 1828. Sobre a questão II da página 315.[3]

[34] 1828. Sobre os focos nas superfícies de segunda ordem.

[35] 1828. Se n números não são todos iguais entre si, a potência $m^{\text{ésima}}$ de sua média aritmética será menor que a média aritmética das potências $m^{\text{ésimas}}$ dos mesmos números; 2^o Se n números não são todos iguais entre si, a média aritmética de suas potências $m^{\text{ésimas}}$ será maior que a média geométrica destas mesmas potências. Problema proposto na página 76 deste volume.[4]

[3] A questão referida no título sem muito cuidado editorial, encontra-se no volume 3 do periódico.
[4] A solução de Bobillier para o problema começa efetivamente na página 172.

Os 46 textos de pesquisas matemáticas de Bobillier (continuação)

[36] 1828. Determinação de eixos principais nas linhas e superfícies de segunda ordem, em relação a eixos oblíquos.

[37] 1829 fevereiro. Nota sobre dois teoremas de geometria demonstrados no 18^o volume do presente periódico.

[38] 1829 abril. Teoremas sobre as polares sucessivas.

[39] 1829 maio. Demonstração de dois teoremas sobre as linhas e superfícies de segunda ordem.

[40] 1829 junho. Memória sobre a hipérbole equilátera.

[41] 1829 julho. Solução de um problema de geometria enunciado na página 87 do precedente volume.[5]

[42] 1829 novembro. Abreviação da extração de raízes numéricas.

[43] 1829 dezembro. Do equilíbrio da catenária sobre uma superfície curva.

[44] 1830 abril. Demonstração do princípio de velocidades virtuais nas máquinas em equilíbrio.[6]

[45] 1831. Nota sobre uma descrição mecânica da catenária.

[46] 1834. Nota sobre o princípio de Roberval.

Tabela E.1: Os 46 textos de pesquisas matemáticas de Bobillier (1826-1834)

[5] Identifico e corrijo um pequeno erro editorial no título principal. O problema referido aqui está proposto na página 87 do tomo 18 dos *Annales* e não no tomo 19 (que é o precedente).

[6] Os textos [43] e [44], ambos classificados na rubrica “Statique”, foram confundidos quando da preparação da *Table de Matières* pelo editor. De fato, encontra-se na página 387 o registro de um texto com o título de [43], mas com a numeração de página de [44]. Por outro lado não há nenhum registro de texto com o título de [44].

Jornais onde estão publicados os textos de pesquisas de Bobillier		
Jornal / número	**Quantidade de textos**	**Observação**
Annales de Gergonne, n. 17 *Annales de Gergonne*, n. 18 *Annales de Gergonne*, n. 19 *Annales de Gergonne*, n. 20	7 15 7 4	No total, aparecem 33 textos nos *Annales*: o primeiro em agosto de 1826 e o último em abril de 1830.
Correspondência de Quetelet, n. 3 *Correspondência* de Quetelet, n. 4	3 7	No total, aparecem 10 textos na *Correspondência*, todos em 1827 ou 1828.
Almanaque de la Marne	2	Um texto aparece no volume de 1826 e o outro no volume de 1834.
Almanaque d'Angers	1	Esse texto aparece no volume de 1831.

Tabela E.2: Jornais onde estão publicados os textos de pesquisas de Bobillier.

Quantidade de textos	2	18	16	7	1	1	1
Ano	1826	1827	1828	1829	1830	1831	1834

Tabela E.3: Datas dos textos de pesquisas de Bobillier.

Rubrica principal dos textos de pesquisas de Bobillier	
Rubricas	Quantos e quais são os textos publicados sob esta rubrica
Questões resolvidas (geometria)	**13** textos: [03], [04], [05], [07], [08], [09], [12], [13], [15], [16], [23], [30] e [41]
Geometria analítica	**8** textos: [18], [22], [31], [32], [33], [34], [36] e [39]
Geometria de situação	**6** textos: [11], [14], [24], [27], [28] e [38]
Textos sem rubrica	**3** textos: [01], [45] e [46]
Questões resolvidas (estática)	**2** textos: [02] e [06]
Geometria	**2** textos: [18] e [37]
Filosofia matemática	**2** textos: [25] e [26]
Estática	**2** textos: [43] e [44]
Questões resolvidas (geometria descritiva)	**1** texto: [17]
Questões resolvidas (análise)	**1** texto: [35]
Questões propostas (geometria)	**1** texto: [29]
Geometria transcendente	**1** texto: [10]
Geometria pura	**1** texto: [21]
Geometria de curvas	**1** texto: [40]
Análise aplicada à geometria	**1** texto: [20]
Aritmética	**1** texto: [42]

Tabela E.4: Rubrica principal dos textos de pesquisas de Bobillier.

Todas as rubricas dos textos de pesquisas de Bobillier	
Rubricas	Quantidade de textos
Questões resolvidas (geometria)	13
Geometria analítica	12
Geometria de situação	7
Geometria de curvas e superfícies	7
Estática	5
Matemática elementar (geometria analítica)	4
Textos sem rubrica	3
Geometria elementar	3
Geometria descritiva	3
Questões resolvidas (estática)	2
Matemática transcendente (geometria analítica)	2
Matemática elementar (geometria)	2
Geometria transcendente	2
Geometria pura	2
Geometria	2
Filosofia matemática	2
Questões resolvidas (geometria descritiva)	1
Questões resolvidas (análise)	1
Questões propostas (geometria)	1
Aritmética	1
Análise aplicada à geometria	1
Matemática transcendente (análise)	1
Matemática transcendente (análise aplicada)	1
Ciências matemáticas puras e aplicadas	1

Tabela E.5: Todas as rubricas dos textos de pesquisas de Bobillier.

Textos de Bobillier: evolução da rubrica principal ao longo do tempo
(começo: de 1825 a setembro de 1827)

	1825	1826	1827 janeiro	1827 fevereiro	1827 março	1827 abril	1827 maio	1827 junho	1827 julho	1827 agosto	1827 setembro	… …
Questões resolvidas (estática)		**02**					**06**					
Questões resolvidas (geometria)				**03**	**04**		**05**	**07 08**	**09**			
Questões resolvidas (geometria descritiva)												
Questões resolvidas (análise)												
Geometria												
Geometria pura												
Geometria transcendente											**10**	
Geometria analítica												
Geometria de situação												
Geometria de curvas												
Análise aplicada à geometria												
Filosofia matemática												
Questões propostas (geometria)												
Aritmética												
Estática												
Textos sem rubrica		**01**										
Livros Didáticos	**A**											

Textos de Bobillier: evolução da rubrica principal ao longo do tempo
(continuação: de outubro de 1827 a julho de 1828)

	1827 outubro	1827 novembro	1827 dezembro	1827	1828 janeiro	1828 fevereiro	1828 março	1828 abril	1828 maio	1828 junho	1828 julho	… …
Questões resolvidas (estática)												
Questões resolvidas (geometria)	**12 13**		**15 16**			**23**						
Questões resolvidas (geometria descritiva)			**17**									
Questões resolvidas (análise)												
Geometria				**18**								
Geometria pura					**21**							
Geometria transcendente												
Geometria analítica				**19**		**22**						
Geometria de situação	**11**		**14**				**24**					
Geometria de curvas												
Análise aplicada à geometria				**20**								
Filosofia matemática									**25**	**26**		
Questões propostas (geometria)												
Aritmética												
Estática												
Textos sem rubrica												
Livros Didáticos												

Textos de Bobillier: evolução da rubrica principal ao longo do tempo
(continuação: de agosto de 1828 a maio de 1829)

	1828 agosto	1828 setembro	1828 outubro	1828 novembro	1828 dezembro	1828	1829 janeiro	1829 fevereiro	1829 março	1829 abril	1829 maio	… …
Questões resolvidas (estática)												
Questões resolvidas (geometria)						**30**						
Questões resolvidas (geometria descritiva)												
Questões resolvidas (análise)						**35**						
Geometria								**37**				
Geometria pura												
Geometria transcendente												
Geometria analítica						**31 32 33 34 36**					**39**	
Geometria de situação			**27**	**28**						**38**		
Geometria de curvas												
Análise aplicada à geometria												
Filosofia matemática												
Questões propostas (geometria)				**29**								
Aritmética												
Estática												
Textos sem rubrica												
Livros Didáticos												

Textos de Bobillier: evolução da rubrica principal ao longo do tempo
(final: de junho de 1829 a 1834)

	1829 junho	1829 julho	1829 agosto	1829 setembro	1829 outubro	1829 novembro	1829 dezembro	1830	1831	1832	1833	1834
Questões resolvidas (estática)												
Questões resolvidas (geometria)		**41**										
Questões resolvidas (geometria descritiva)												
Questões resolvidas (análise)												
Geometria												
Geometria pura												
Geometria transcendente												
Geometria analítica												
Geometria de situação												
Geometria de curvas	**40**											
Análise aplicada à geometria												
Filosofia matemática												
Questões propostas (geometria)												
Aritmética						**42**						
Estática							**43**	**44**				
Textos sem rubrica									**45**			**46**
Livros Didáticos										**G**		

Tabela E.6: Textos de Bobillier: evolução da rubrica principal ao longo do tempo.

Textos de Bobillier: evolução de todas as rubricas ao longo do tempo
(começo: de 1825 a setembro de 1827)

	1825	1826	1827 janeiro	1827 fevereiro	1827 março	1827 abril	1827 maio	1827 junho	1827 julho	1827 agosto	1827 setembro	… …
Questões resolvidas (estática)		**02**					**06**					
Questões resolvidas (geometria)				**03**	**04**		**05**	**07 08**	**09**			
Questões resolvidas (geometria descritiva)												
Questões resolvidas (análise)												
Geometria												
Geometria pura												
Geometria elementar												
Geometria transcendente				(03)							**10**	
Geometria descritiva												
Geometria analítica					(04)							
Geometria de situação									(09)			
Geometria de curvas e superfícies				(03)	(04)		(05)	(07) (08)				
Análise aplicada à geometria												
Filosofia matemática												
Questões propostas (geometria)												
Matemática elementar (geometria)												
Matemática elementar (geometria analítica)												
Matemática transcendente (geometria analítica)												
Matemática transcendente (análise aplicada)												
Matemática transcendente (análise)												
Ciências matemáticas puras e aplicadas												
Aritmética												
Estática		(02)					(06)					
Textos sem rubrica		**01**										
Livros Didáticos	**A**											

Textos de Bobillier: evolução de todas as rubricas ao longo do tempo

(continuação: de outubro de 1827 a julho de 1828)

	1827 outubro	1827 novembro	1827 dezembro	1827	1828 janeiro	1828 fevereiro	1828 março	1828 abril	1828 maio	1828 junho	1828 julho	… …
Questões resolvidas (estática)												
Questões resolvidas (geometria)	**12 13**		**15 16**			**23**						
Questões resolvidas (geometria descritiva)			**17**									
Questões resolvidas (análise)												
Geometria				**18**								
Geometria pura					**21**							
Geometria elementar	(13)		(16)			(23)						
Geometria transcendente												
Geometria descritiva	(12)		(15) (17)									
Geometria analítica				**19**		**22**			(25)	(26)		
Geometria de situação	**11**		**14**				**24**					
Geometria de curvas e superfícies					(21)							
Análise aplicada à geometria				**20**								
Filosofia matemática									**25**	**26**		
Questões propostas (geometria)												
Matemática elementar (geometria)				(18)								
Matemática elementar (geometria analítica)				(19)								
Matemática transcendente (geometria analítica)												
Matemática transcendente (análise aplicada)				(20)								
Matemática transcendente (análise)												
Ciências matemáticas puras e aplicadas												
Aritmética												
Estática			(16)									
Textos sem rubrica												
Livros Didáticos												

Textos de Bobillier: evolução de todas as rubricas ao longo do tempo

(continuação: de agosto de 1828 a maio de 1829)

	1828 agosto	1828 setembro	1828 outubro	1828 novembro	1828 dezembro	1828	1829 janeiro	1829 fevereiro	1829 março	1829 abril	1829 maio	… …
Questões resolvidas (estática)												
Questões resolvidas (geometria)						**30**						
Questões resolvidas (geometria descritiva)												
Questões resolvidas (análise)						**35**						
Geometria								**37**				
Geometria pura								(37)				
Geometria elementar												
Geometria transcendente												
Geometria descritiva												
Geometria analítica						**31 32 33 34 36**					**39**	
Geometria de situação			**27**	**28**						**38**		
Geometria de curvas e superfícies												
Análise aplicada à geometria												
Filosofia matemática												
Questões propostas (geometria)				**29**								
Matemática elementar (geometria)						(30)						
Matemática elementar (geometria analítica)						(32) (33) (36)						
Matemática transcendente (geometria analítica)						(31) (34)						
Matemática transcendente (análise aplicada)												
Matemática transcendente (análise)						(35)						
Ciências matemáticas puras e aplicadas												
Aritmética												
Estática												
Textos sem rubrica												
Livros Didáticos												

Textos de Bobillier: evolução de todas as rubricas ao longo do tempo
(final: de junho de 1829 a 1834)

	1829 junho	1829 julho	1829 agosto	1829 setembro	1829 outubro	1829 novembro	1829 dezembro	1830	1831	1832	1833	1834
Questões resolvidas (estática)												
Questões resolvidas (geometria)		**41**										
Questões resolvidas (geometria descritiva)												
Questões resolvidas (análise)												
Geometria												
Geometria pura												
Geometria elementar												
Geometria transcendente												
Geometria descritiva												
Geometria analítica		(41)										
Geometria de situação												
Geometria de curvas e superfícies	**40**											
Análise aplicada à geometria												
Filosofia matemática												
Questões propostas (geometria)												
Matemática elementar (geometria)												
Matemática elementar (geometria analítica)												
Matemática transcendente (geometria analítica)												
Matemática transcendente (análise aplicada)												
Matemática transcendente (análise)												
Ciências matemáticas puras e aplicadas												
Aritmética						**42**						
Estática							**43**	**44**				
Textos sem rubrica									**45**			**46**
Livros Didáticos										**G**		

Tabela E.7: Textos de Bobillier: evolução de todas as rubricas ao longo do tempo.

Pessoas mencionadas nas pesquisas de Bobillier		
7 pessoas mencionadas como co-autores de Bobillier	17 pessoas mencionadas como autor de algum texto evocado	15 outras pessoas são mencionadas
Lenthéric (3) Vallès (2) Roche (2) Reynard (1) Lobatto (1) Garbinski (1) Finck (1)	Poncelet (5) Vallès (3) Poisson (3) Dandelin (3) Gergonne (2) (*) Monge (1) Lamé (1) Plücker (1) Sturm (1) Hachette (1) (*) Lagrange (1) Frégier (1) Bourdon (1) (*) Olivier (1) Montucla (1) (*) Waring (1) Vaure (1)	Hachette (4) Monge (3) Quetelet (2) (*) Poncelet (2) Dupin (2) Monferrand (2) Binet (2) (*) Plücker (1) Pascal (1) Newton (1) (*) Desargues (1) Roberval (1) Petit (1) (*) Ferriot (1) Cassini (1)

Tabela E.8: Pessoas mencionadas nas pesquisas de Bobillier.

Observação. O número entre parêntesis ao lado do nome indica a quantidade de vezes que a pessoa é mencionada.

Observação. Todas as menções na primeira coluna foram feitas pelo editor Gergonne no contexto da apresentação dos autores do texto em questão.

Observação. Os nomes assinalados com (*) na segunda ou terceira coluna são de pessoas mencionadas exclusivamente pelos editores (Gergonne ou Quetelet), quase sempre em notas de rodapé.

Textos mencionados nas pesquisas de Bobillier

Artigos ou textos de periódicos	**Quantidade de citações**
Artigos dentro dos *Annales de Gergonne*	$38 + 8 = 46$
Artigos dentro da *Correspondência* de Quetelet	$8 + 5 = 13$
Artigos fora dos *Annales* ou da *Correspondência*	$3 + 2 = 5$
Questões propostas dentro dos *Annales de Gergonne*	16
Questões propostas dentro da *Correspondência* de Quetelet	3

Livro didático e/ou tratado de pesquisa	**Autor**	**Quem menciona ?**
Princípios da álgebra	Bobillier	O autor Bobillier, no corpo do texto ou em notas de rodapé
Geometria analítica	Bourdon	
Geometria descritiva	Monge	
História das matemáticas	Montucla	
Tratado das propriedades projetivas das figuras	Poncelet	
Obra reunida de Roberval (publicada nas Memórias da Antiga Academia de Ciências, tomo VI)	Roberval	
Mecânica analítica	Lagrange	O editor Gergonne em notas de rodapé
Aplicações da análise à geometria	Monge	
Miscellanea analiticae	Waring	

Tabela E.9: Textos mencionados nas pesquisas de Bobillier.

Observação. Na coluna "Quantidade de citações", a segunda parcela em cada adição informa quantas dessas citações foram feitas exclusivamente pelos editores (Gergonne ou Quetelet) em notas de rodapé.

Observação. Cada livro na segunda tabela é mencionado apenas uma vez, salvo o *Tratado* de Poncelet, que é mencionado duas vezes distintas por Bobillier.

Apêndice F

Cronologia e resumo da polêmica entre Poncelet e Gergonne (complemento ao capítulo 5)

	Data	Evento	Texto e/ou referência
[Pon 1]	1824 mês 04	Após publicar seu *Tratado*, Poncelet redige uma memória sobre a reciprocidade polar, que é lida na Academia de Ciências em 12 de abril de 1824.	*Crelle* 04 pp. 1-71
[Ger 1]	1826 mês 01	Gergonne publica as *Considerações filosóficas*, onde lança o seu *princípio da dualidade*.	*Annales* 16 pp. 209-231
[Ger 2]	1826 mês 04	Numa carta particular a Poncelet, Gergonne deixa a entender que o *princípio da dualidade* e a *reciprocidade polar* são a mesma coisa e que essa invenção/descoberta pertence aos dois.	[PONCELET 1864] pp. 528-529

	Data	Evento	Texto e/ou referência
[Plu 1]	1826 mês 08	Primeiro dos dois textos de Plücker em que o editor Gergonne interferiu enormemente, tanto na forma (colocando-o em colunas duplas) quanto no conteúdo (mencionando descuidadamente Poncelet).	*Annales* 17 pp. 37-59
[Plu 2]	1826 mês 09	Segundo dos dois textos de Plücker em que o editor Gergonne interferiu.	*Annales* 17 pp. 69-72
[Ger 3]	1826 mês 11	Gergonne, em correspondência com Poncelet, pede a ele que envie, para publicação nos *Annales*, uma análise (uma espécie de “versão resumida”) da memória [Pon 1] lida na Academia.	[PONCELET 1864] pp. 528-529
[Pon 2]	1826 mês 12	Poncelet manda para os *Annales* uma análise da memória [Pon 1]. Nessa análise, Poncelet comenta amistosamente o texto [Ger 1] de Gergonne, mas marca bem a diferença de pontos de vistas entre eles dois.	*Annales* 17 pp. 265-272
[Pon 3]	1826 mês 12	Junto com a análise [Pon 2], Poncelet manda também dois Anexos. Nesses anexos, Poncelet reclama que Plücker não o menciona corretamente em [Plu 1] e [Plu 2]. Reivindica prioridade sobre alguns resultados ali demonstrados. Reclama também das colunas duplas nos textos de Plücker. Apesar das reclamações, o tom de Poncelet ainda é respeitoso.	Anexo *Preâmbulo*: *Annales* 18 pp. 142-145 Anexo *Post-Scriptum*: *Annales* 18 pp. 145-149

	Data	**Evento**	**Texto e/ou referência**
[Ger 4]	1827 mês 01	Gergonne publica o segundo texto da geometria de situação. Ele insiste no *princípio da dualidade*, mas comete alguns erros matemáticos.	*Annales* 17 pp. 214-252
[Pon 2]	1827 mês 03	Gergonne publica nos *Annales* apenas a análise [Pon 2], mas omite os anexos [Pon 3]. O editor também não informa que a base do texto [Pon 2] havia sido escrito entre 1823 e 1824.	*Annales* 17 pp. 265-272
[Ger 5]	1827 mês 03	Gergonne redige uma réplica ao texto [Pon 2] de Poncelet. O tom do texto é irônico.	*Annales* 17 pp. 272-276
[BuF 1]	1827 mês 05	Aparece no *Bulletin de Ferussac* uma resenha que afirma que Poncelet em [Pon 2] é mero seguidor das pesquisas de Gergonne em [Ger 1].	*Bulletin* 07 pp. 273-280
[Pon 4]	1827 mês 08	Poncelet publica uma primeira carta no *Bulletin de Ferussac*. Dessa vez o tom é bastante agressivo. Poncelet está muito irritado. Ele reclama da ironia de [Ger 5], da omissão dos anexos [Pon 3], da omissão da data de [Pon 2] e da afirmação registrada em [BuF 1].	*Bulletin* 08 pp. 109-117 Republicado em [PONCELET 1866] *Traité* II, pp. 363-368

	Data	Evento	Texto e/ou referência
[Bob 11]	1827 mês 10	Primeiro texto autoral publicado nos *Annales* sob a nova rubrica "geometria de situação".	[BOBILLIER 11] *Annales* 18 pp.89-98
[Pon 4] & [Pon 3]	1827 mês 11	Gergonne publica um feixe de textos de Poncelet: a carta de protesto [Pon 4] que já havia aparecido no *Bulletin de Ferussac* e os dois anexos [Pon 3] que tinham sido omitidos outrora.	*Annales* 18 pp 125-149
[Ger 6]	1827 mês 11	Esta republicação não é isenta de intervenções, muito pelo contrário. Gergonne insere ao longo de todo o texto uma quantidade enorme de notas de rodapé, praticamente de frase em frase do texto principal.	*Annales* 18 pp 125-149
[Ger 7]	1827 mês 11	Gergonne publica uma réplica ao texto [Pon 4 e Pon 3] de Poncelet. O tom do texto é bem menos irônico, pois agora Gergonne inventa uma solução para corrigir os erros que cometeu em [Ger 4]. Para ilustrar sua invenção, Gergonne se apropria de alguns resultados publicados por Bobillier em [Bob 11].	*Annales* 18 pp 149-154
[Bob 14]	1827 mês 12	Neste texto, Bobillier acata as correções inventadas por Gergonne em [Ger 7] e reescreve e aumenta o texto [Bob 11] sob essa perspectiva.	[BOBILLIER 14] *Annales* 18 pp. 157-166

	Data	**Evento**	**Texto e/ou referência**
[BuF 2]	1828 mês 01	Sai uma resenha de [Pon 3 e Pon 4] e [Ger 7] no *Bulletin de Ferussac.*	*Bulletin* 09 pp. 23-26
[Ger 8]	1828 mês 01	Numa carta ao editor do *Bulletin de Ferussac*, e inserida na última nota de rodapé da resenha [BuF 2], Gergonne pede para avisar que ele não tem nenhuma responsabilidade pelo que se publica por lá.	Nota de rodapé *Bulletin* 09 p. 26
[Pon 5]	1828	Poncelet acredita que o redator da seção de geometria do *Bulletin de Ferussac* era o "inevitável Gergonne", escondido sob o pseudônimo de Saigey.	[PONCELET 1866] *Traité* II, p. 363
[Pon 6]	1828 mês 01	Poncelet envia uma segunda carta para o *Bulletin de Ferussac.* Aqui ele reforça os argumentos de que a sua *reciprocidade polar* e o *princípio da dualidade* de Gergonne, embora parecidos, são bem diferentes. Nesta carta, Poncelet reclama muito das publicações [Ger 5], [Ger 6] e [Ger 7].	*Bulletin* 09 pp. 292-302
[ASc 1]	1828 mês 02	Em 18 de fevereiro finalmente aparece o relatório da Academia de Ciências de Paris para a memória [Pon 1] lida quatro anos antes. Esse relatório é assinado por Cauchy.	*Bulletin* 09 pp. 225-229

	Data	**Evento**	**Texto e/ou referência**
[Bob 24]	1828 mês 03	Bobillier avança nas pesquisas em geometria de situação e escreve seu principal artigo nesta rubrica. Este artigo é sequência dos textos [Bob 11] e [Bob 14].	[BOBILLIER 24] *Annales* 18 pp. 253-269
[BuF 3]	1828 mês 04	Aparece no *Bulletin de Ferussac* a publicação do relatório [ASc 1].	*Bulletin* 09 pp. 225-229
[Pon 6]	1828 mês 05	A carta [Pon 6] é publicada no *Bulletin de Ferussac*.	*Bulletin* 09 pp. 292-302 Republicado em [PONCELET 1866] *Traité* II, pp. 369-376
[BuF 4]	1828 mês 05	Aparece no *Bulletin de Ferussac* uma resenha que aponta que Bobillier em [Bob 24] é um seguidor das idéias de Gergonne em [Ger 4] e [Ger 7].	*Bulletin* 09 pp. 302-308
[Plu 3]	1828 mês 07	Plücker envia uma carta ao *Bulletin de Ferussac* onde responde irritado às reclamações de Poncelet feitas em [Pon 6]. Neste texto, Plücker fala que não conhecia nem Poncelet e nem o *Tratado das propriedades projetivas das figuras* quando escreveu seu livro *Desenvolvimentos de geometria analítica*. Fala também que não reconheceu os seus artigos [Plu 1] e [Plu 2], tamanha foram as intervenções do editor dos *Annales*.	*Bulletin* 10 pp. 330-332

	Data	Evento	Texto e/ou referência
[Pon 1]	1828 mês 08	Poncelet envia para Crelle a memória [Pon 1] para ser publicada. A mudança de editor é um boicote de Poncelet aos *Annales de Gergonne*.	*Crelle* 04 pp. 1-71
[Plu 3]	1828 mês 12	A carta [Plu 3] é publicada no *Bulletin de Ferussac*. O editor pede desculpas pelo retardo em publicar essa carta e informa que suprimiu deliberadamente alguns "epítetos inúteis ao sucesso da discussão".	*Bulletin* 10 pp. 330-332
[Pon 7]	1829	Terceira (e última) carta de Poncelet dirigida ao *Bulletin de Ferussac*. Dessa vez, trata-se de uma réplica à carta [Plu 3] de Plücker. Poncelet aproveita para anunciar a breve a publicação da memória [Pon 1].	*Bulletin* 11 pp. 330-333 Republicado em [PONCELET 1866] *Traité* II, pp. 376-379
[Pon 1]	1829	Finalmente publica-se integralmente no *Journal de Crelle* a memória [Pon 1] redigida cinco anos antes.	*Crelle* 04 pp. 1-71 Republicado em [PONCELET 1866] *Traité* II, pp. 57-121

Apêndice G

Tabelas referentes ao estudo da geometria de situação (complemento ao capítulo 5)

Os 92 textos da rede básica da geometria de situação (1811-1829)		
Data	Autor	Localização do texto
1811 maio	SERVOIS	*Annales* 1 pp. 337-341
1811 maio	ROCHAT	*Annales* 1 p. 342
1813 abril	GERGONNE	*Annales* 3 pp. 293-302
1813 dezembro	QUESTÕES PROPOSTAS	*Annales* 4 p. 196
1814 junho	ANÔNIMO	*Annales* 4 pp. 379-381
1814 junho	GERGONNE	*Annales* 4 pp. 381-384
1816 fevereiro	FRÉGIER	*Annales* 6 pp. 229-241
1816 março	QUESTÕES PROPOSTAS	*Annales* 6 p. 280
1816 maio	FRÉGIER	*Annales* 6 pp. 321-326
1816 maio	QUESTÕES PROPOSTAS	*Annales* 6 pp. 347-348
1817 abril	GERGONNE	*Annales* 7 pp. 289-303

Os 92 textos da rede básica da geometria de situação (1811-1829) (continuação)		
Data	Autor	Localização do texto
1817 agosto	PONCELET	*Annales* 8 pp. 68-71
1817 novembro	PONCELET	*Annales* 8 pp. 141-155
1818 janeiro	PONCELET	*Annales* 8 pp. 201-232
1820 julho	DURRANDE	*Annales* 11 pp. 1-67
1820 agosto	QUESTÕES PROPOSTAS	*Annales* 11 p. 68
1820 setembro	CAUCHY	*Annales* 11 pp. 69-83
1821 janeiro	BRIANCHON PONCELET	*Annales* 11 pp. 205-220
1821 abril	GERGONNE CORIOLIS	*Annales* 11 pp. 326-336 / o segundo autor é identificado apenas em [GERGONNE 1826 a, p. 210]
1821 maio	QUESTÕES PROPOSTAS	*Annales* 11 p. 372
1821 julho	QUESTÕES PROPOSTAS	*Annales* 12 p. 40
1822 fevereiro	PONCELET	*Annales* 12 pp. 233-248
1822 fevereiro	QUESTÕES PROPOSTAS	*Annales* 12 p. 260
1822 dezembro	ANÔNIMO	*Annales* 13 pp. 193-200
1823 agosto	DURRANDE	*Annales* 14 pp. 29-62
1824 outubro	TÉDENAT	*Annales* 15 pp. 124-129
1824 novembro	DURRANDE	*Annales* 15 pp. 133-145
1824 novembro	GERGONNE	*Annales* 15 pp. 157-164
1825 setembro	GERGONNE	*Annales* 16 pp. 80-91 / nota de rodapé em [MAGNUS 1825 b]
1825 outubro	DURRANDE	*Annales* 16 pp. 112-117
1826 janeiro	GERGONNE	*Annales* 16 pp. 209-231

Os 92 textos da rede básica da geometria de situação (1811-1829) (continuação)		
Data	Autor	Localização do texto
1826 janeiro	QUESTÕES PROPOSTAS	*Annales* 16 p. 232
1826 março	STURM	*Annales* 16 pp. 265-293
1826 abril	DANDELIN GERGONNE	*Annales* 16 pp. 322-327
1826 junho	GERGONNE	*Annales* 16 pp. 361-372
1826 junho	SARRUS	*Annales* 16 pp. 378-380
1826 junho	VALLÉS	*Annales* 16 pp. 385-388
1826 agosto	PLÜCKER	*Annales* 17 pp. 37-59
1826 novembro	FERRIOT GERGONNE	*Annales* 17 pp. 141-148
1826 dezembro	STURM	*Annales* 17 pp. 173-198
1827 janeiro	GERGONNE	*Annales* 17 pp. 214-252
1827 fevereiro	QUESTÕES PROPOSTAS	*Annales* 17 pp. 255-256
1827 março	PONCELET	*Annales* 17 pp. 265-272
1827 março	GERGONNE	*Annales* 17 pp. 272-276
1827 abril	STEINER GERGONNE	*Annales* 17 pp. 285-315
1827 maio	QUESTÕES PROPOSTAS	*Annales* 17 p. 348
1827 junho	BOBILLIER	*Annales* 17 pp. 360-366 / trata-se do texto [07]
1827 junho	GERGONNE	*Annales* 17 p. 383
1827 julho	BOBILLIER	*Annales* 18 pp. 25-28 / trata-se do texto [09]
1827 agosto	PLÜCKER	*Annales* 18 pp.29-47

Os 92 textos da rede básica da geometria de situação (1811-1829) (continuação)		
Data	Autor	Localização do texto
1827 agosto	QUESTÕES PROPOSTAS	*Annales* 18 p. 56
1827 setembro	QUESTÕES PROPOSTAS	*Annales* 18 pp. 87-88
1827 outubro	BOBILLIER	*Annales* 18 pp. 89-98 / trata-se do texto [11]
1827 outubro	BOBILLIER	*Annales* 18 pp. 98-100 / trata-se do texto [12]
1827 outubro	QUESTÕES PROPOSTAS	*Annales* 18 p. 124
1827 novembro	PONCELET	*Annales* 18 pp. 125-149
1827 novembro	GERGONNE	*Annales* 18 pp. 125-149 / nota de rodapé em [PONCELET 1827 c]
1827 novembro	GERGONNE	*Annales* 18 pp. 149-154
1827 novembro	QUESTÕES PROPOSTAS	*Annales* 18 pp. 154-156
1827 dezembro	BOBILLIER	*Annales* 18 pp. 157-166 / trata-se do texto [14]
1827 dezembro	BOBILLIER	*Annales* 18 pp. 172-174 / trata-se do texto [15]
1827 dezembro	QUESTÕES PROPOSTAS	*Annales* 18 p. 184
1828 janeiro	BOBILLIER	*Annales* 18 pp. 185-202 / trata-se do texto [21]
1828 março	BOBILLIER	*Annales* 18 pp. 253-269 / trata-se do texto [24]
1828 março	CHASLES	*Annales* 18 pp. 269-276
1828 abril	CHASLES	*Annales* 18 pp. 277-301
1828 maio	CHASLES	*Annales* 18 pp. 305-320
1828 maio	BOBILLIER	*Annales* 18 pp. 320-339 / trata-se do texto [25]
1828 junho	BOBILLIER	*Annales* 18 pp. 359-367 / trata-se do texto [26]
1828 julho	STEINER	*Annales* 19 pp. 1-8
1828 julho	GERGONNE	*Annales* 19 pp. 1-8 / nota de rodapé em [STEINER 1828 a]

Os 92 textos da rede básica da geometria de situação (1811-1829) (continuação)		
Data	Autor	Localização do texto
1828 julho	CHASLES	*Annales* 19 pp. 26-32
1828 julho	GERGONNE	*Annales* 19 pp. 32-35
1828 agosto	STEINER	*Annales* 19 pp. 37-64
1828 setembro	CHASLES	*Annales* 19 pp. 65-85
1828 outubro	PLÜCKER	*Annales* 19 pp. 97-106
1828 outubro	BOBILLIER	*Annales* 19 pp. 106-114 / trata-se do texto [27]
1828 outubro	GERGONNE	*Annales* 19 pp. 114-119
1828 outubro	GERGONNE CHASLES	*Annales* 19 pp. 120-123 / A redação de texto é de Gergonne, a partir de uma carta de Chasles
1828 outubro	STEINER	*Annales* 19 p. 128
1828 novembro	PLÜCKER	*Annales* 19 pp. 129-137
1828 novembro	GERGONNE	*Annales* 19 pp. 129-137 / nota de rodapé em [PLÜCKER 1828 c]
1828 novembro	BOBILLIER	*Annales* 19 pp. 138-150 / trata-se do texto [28]
1828 novembro	BOBILLIER	*Annales* 19 p. 156 / trata-se do texto [29]
1828 dezembro	CHASLES	*Annales* 19 pp. 157-175
1829 janeiro	GERGONNE	*Annales* 19 pp. 218-220
1829 fevereiro	GERGONNE	*Annales* 19 pp. 241-245
1829 abril	BOBILLIER	*Annales* 19 pp. 302-307 / trata-se do texto [38]
1829 maio	BOBILLIER	*Annales* 19 pp. 317-333 / trata-se do texto [39]
1829 maio	GERGONNE	*Annales* 19 pp. 317-333 / nota de rodapé em [BOBILLIER 39]
1829 maio	GERGONNE	*Annales* 19 pp. 333-339
1829 junho	BOBILLIER	*Annales* 19 pp. 349-359 / trata-se do texto [40]

Tabela G.1: Os 92 textos da rede básica da geometria de situação (1811-1829).

Rubricas principais da geometria de situação (textos da rede básica)	
Rubricas	Quantidade de textos
Geometria de situação	19
Questões propostas	17
Geometria analítica	11
Questões resolvidas	13
Nota de rodapé	6
Geometria pura	6
Filosofia matemática	6
Geometria elementar	5
Geometria de curvas	4
Geometria da régua	2
Geometria	1
Polêmica matemática	1
Correspondência	1

Tabela G.2: Rubrica principal dos textos da rede básica da geometria de situação.

Todas as rubricas da geometria de situação (textos da rede básica)	
Rubricas	Quantidade de textos
Geometria de situação	24
Questões propostas	17
Geometria analítica	15
Geometria elementar	12
Questões resolvidas	13
Geometria de curvas	9
Nota de rodapé	6
Filosofia matemática	6
Geometria de curvas e superfícies	6
Geometria pura	6
Geometria da régua	5
Geometria	3
Geometria descritiva	2
Geometria transcendente	1
Estática	1
Dinâmica	1
Polêmica matemática	1
Correspondência	1

Tabela G.3: Todas as rubricas dos textos da rede básica da geometria de situação.

Os autores da rede básica da geometria de situação		
Autores	Apresentação	Quantidade de textos
Bobillier	Professor da Escola Real de Artes e Ofícios de Châlons-sur-Marne	16
Gergonne (autor)	Sem apresentação	15
Gergonne (editor)	Sem apresentação	11
Poncelet	Capitão de Engenharia e ex-aluno da Escola Politécnica	7
Chasles	Ex-aluno da Escola Politécnica	7
Durrande	Professor de matemáticas especiais e de física no Colégio Real de Cahors (1820) e professor de física no Colégio Real de Marseille (1824)	4
Plücker	Doutor e professor na Universidade de Bonn	4
Steiner	Sem apresentação	4
Frégier	Ex-aluno da Escola Politécnica	2
Sturm	Sem apresentação	2

Os autores da rede básica da geometria de situação (continuação)		
Autores	Apresentação	Quantidade de textos
Brianchon	Capitão de artilharia e professor de matemática na Escola de Artilharia da Guarda Real	1
Cauchy	Sem apresentação	1
Coriolis	Sem apresentação	1
Dandelin	Oficial de engenharia, professor em Liège e membro da Academia de Ciências de Bruxelles	1
Ferriot	Decano da Faculdade de Ciências de Grenoble	1
Rochat	Professor de matemática e navegação em Saint-Brieux	1
Sarrus	Doutor agregado ès ciências	1
Servois	Professor de matemática na Escola de Artilharia de Lafère	1
Tédenat	Reitor honorário e correspondente da Academia Real de ciências	1
Vallès	Aluno da Escola Real Politécnica	1
Anônimos	"Um assinante" e "Senhor B $\star\star\star$"	2

Tabela G.4: Autores dos textos da rede da geometria de situação (rede básica).

Os autores da rede aumentada da geometria de situação			
Autores	Quantidade de textos	Autores	Quantidade de textos
Gergonne (autor)	31	Coste	2
Bobillier	17	**Dandelin**	2
Gergonne (editor)	16	Encontre	2
Poncelet	10	Querret	2
Durrande	10	**Sarrus**	2
Chasles	7	**Vallès**	2
Anônimos	6	Amédée Morel	1
Bret	6	du Bourguet	1
Plücker	5	**Brianchon**	1
Bidone	4	**Coriolis**	1
Frégier	4	Fabry	1
Steiner	4	**Ferriot**	2
Lhuillier	3	Garbinski	1
Rochat	3	Garnier	1
Servois	3	Lamé	1
Sturm	3	Lechmutz	1
Tédenat	3	Magnus	1
Vecten	3	Sorlin	1
Bérard	2	Talbot	1
Cauchy	2		

Tabela G.5: Autores dos textos da rede da geometria de situação (rede aumentada).

Observação. Os autores da rede básica aparecem **em destaque** nesta tabela.

Quantidade de textos	–	2	–	2	2	–	4
Ano	1810	1811	1812	1813	1814	1815	1816
Quantidade de textos	3	1	–	3	4	3	1
Ano	1817	1818	1819	1820	1821	1822	1823
Quantidade de textos	3	2	10	22	23	7	**92**
Ano	1824	1825	1826	1827	1828	1829	**Total**

Tabela G.6: Datas dos textos da rede da geometria de situação (rede básica).

Quantidade de textos	6	11	5	10	9	9	7
Ano	1810	1811	1812	1813	1814	1815	1816
Quantidade de textos	11	6	5	6	11	5	8
Ano	1817	1818	1819	1820	1821	1822	1823
Quantidade de textos	6	6	15	25	23	7	**191**
Ano	1824	1825	1826	1827	1828	1829	**Total**

Tabela G.7: Datas dos textos da rede da geometria de situação (rede aumentada).

Textos externos mencionados na rede básica da geometria de situação

Texto mencionado	Autor do texto mencionado	Quantidade de vezes em que é mencionado	Quem menciona ?
Tratado das propriedades projetivas das figuras [PONCELET 1822]	Poncelet	14	Gergonne (4 vezes) Bobillier (2 vezes) Durrande (2 vezes) Poncelet (2 vezes) Sturm (2 vezes) Chasles (1 vez) Plücker (1 vez)
Memória sobre as linhas de segunda ordem [BRIANCHON 1817]	Brianchon	5	Poncelet (3 vezes) Brianchon Plücker Sturm
Artigo no Caderno XIII do *Jornal da Escola Politécnica* [BRIANCHON 1806]	Brianchon	4	Servois Poncelet Sturm Durrande
Teoria das transversais [CARNOT 1806]	Carnot	4	Chasles Durrande Gergonne Poncelet

Textos externos mencionados na rede básica da geometria de situação (continuação)

Texto mencionado	Autor do texto mencionado	Quantidade de vezes em que é mencionado	Quem menciona ?
Elementos	Euclides	4	Gergonne (2 vezes) Durrande (1 vez) Poncelet (1 vez)
Artigo no Caderno XVI do *Jornal da Escola Politécnica*	Gaultier de Tours	3	Cauchy Chasles Gergonne
Um artigo na *Correspondência sobre a Escola Politécnica*, n. 1, p. 237	Poisson	3	Bobillier Gergonne Poncelet
Desenvolvimentos de geometria	Dupin	2	Gergonne Poncelet
Um artigo na *Correspondência sobre a Escola Politécnica*, n. 3, p. 394 (1814)	Frégier	2	Frégier
Tratado das superfcies de segunda ordem	Hachette	2	Chasles Gergonne
Um texto sobre o problema de Apolônio, publicado nas *Mémoires de Turim* (1814)	Gergonne	2	Durrande Gergonne

Textos externos mencionados na rede básica da geometria de situação (continuação)

Texto mencionado	Autor do texto mencionado	Quantidade de vezes em que é mencionado	Quem menciona ?
Aplicações da análise à geometria [MONGE 1807]	Monge	2	Gergonne
Appolonius Gallus	Viète	2	Chasles
Miscellaneae Analiticae	Waring	2	Gergonne
Princípios Matemáticos	Newton	2	Brianchon Durrande Poncelet
Texto [BOBILLIER 32] publicado na *Correspondência de Quetelet*, n. 4, p. 153	Bobillier	1	Chasles
Aplicação da teoria das transversais	Brianchon	1	Gergonne
Elementos de geometria	Camus	1	Durrande
Introdução à análise das curvas algébricas	Cramer	1	Plücker
Um artigo na *Correspondência de Quetelet*	Dandelin	1	Chasles

Textos externos mencionados na rede básica da geometria de situação (continuação)

Texto mencionado	Autor do texto mencionado	Quantidade de vezes em que é mencionado	Quem menciona ?
Aplicação de geometria	Dupin	1	Gergonne
Introdução ao cálculo diferencial	Euler	1	Gergonne
Um artigo no *Journal de Crelle*, n. 2, p. 367	Gruner	1	Gergonne
Geometria a três dimensões (1817)	Hachette	1	Chasles
Um artigo na *Correspondência Sobre a Escola Politécnica*, n. 2, p. 71	Hachette e Binet	1	Poncelet
Uma memória de La Hire, publicada no volume de 1704 da Academia Real de Ciências de Paris	La Hire	1	Poncelet
Mecânica analítica	Lagrange	1	Gergonne
Lições para a Escola Normal	Laplace	1	Gergonne
Elementos de geometria [LEGENDRE 1794]	Legendre	1	Gergonne

Textos externos mencionados na rede básica da geometria de situação (continuação)

Texto mencionado	Autor do texto mencionado	Quantidade de vezes em que é mencionado	Quem menciona ?
Geometria orgânica	Maclaurin	1	Poncelet
Geometria descritiva [MONGE 1799]	Monge	1	Chasles
História das matemáticas	Montucla	1	Gergonne
Aritmética universal	Newton	1	Durrande
Opúsculo (mencionado particularmente o Tomo I, p. 185, plano IV, figura 22)	Newton	1	Gergonne
Coleção matemática (mencionado o Livro VII, Proposição CXVII, Problema XI)	Pappus	1	Gergonne
Memória sobre a teoria das polares recíprocas [PONCELET 1829 b]	Poncelet	1	Poncelet
Memória sobre a teoria dos centros das médias harmônicas [PONCELET 1828 b]	Poncelet	1	Poncelet

Textos externos mencionados na rede básica da geometria de situação (continuação)

Texto mencionado	Autor do texto mencionado	Quantidade de vezes em que é mencionado	Quem menciona ?
Apanhado de diversas proposições em geometria	Puissant	1	Gergonne
Um artigo no *Journal de Crelle*, n. 2, p. 191	Steiner	1	Steiner
Um artigo no *Journal de Crelle*, n. 2, p. 287	Steiner	1	Steiner
Um artigo no *Journal de Crelle*, n. 2, p. 205	Steiner	1	Gergonne
Um artigo na *Correspondência de Quetelet*	Vaure	1	Bobillier
Um artigo no *Journal de Crelle*, n. 3, p. 200	?	1	Gergonne
Um artigo na *Correspondência sobre a Escola Politécnica*, n. 3, p. 339 (1814)	?	1	Chasles
Um artigo na *Correspondência sobre a Escola Politécnica*, n. 3, p. 16 (1814)	?	1	Chasles

Tabela G.8: Textos externos mencionados na rede básica da geometria de situação.

Pessoas mencionadas na rede básica da geometria de situação		
Pessoa mencionada	Quantidade de textos em que é mencionado	Quem menciona ?
Poncelet	14	Bobillier Cauchy Chasles Durrande Gergonne
Monge	10	Durrande Gergonne Plücker Poncelet Sarrus
Brianchon	7	Dandelin Durrande Gergonne Plücker Poncelet Sturm
Pascal	7	Dandelin Durrande Gergonne Poncelet Sturm
Hachette	6	Bobillier Chasles Gergonne
Newton	5	Bobillier Chasles Durrande Gergonne Poncelet
Plücker	5	Gergonne Poncelet

Pessoas mencionadas na rede básica da geometria de situação (continuação)		
Pessoa mencionada	Quantidade de textos em que é mencionado	Quem menciona ?
Cauchy	4	Durrande Gergonne Poncelet Sturm
Crelle	4	Gergonne Plücker Steiner
Desargues	4	Bobillier Gergonne Poncelet Sturm
Descartes	4	Durrande Gergonne Sturm
Steiner	4	Gergonne Plücker
Viète	4	Durrande Gergonne Poncelet
Apolônio	3	Durrande Gergonne Poncelet
Arago	3	Cauchy Poncelet
Chasles	3	Durrande Gergonne
Euclides	3	Durrande Poncelet

Pessoas mencionadas na rede básica da geometria de situação (continuação)		
Pessoa mencionada	Quantidade de textos em que é mencionado	Quem menciona ?
Fermat	3	Durrande Poncelet
Ptolomeu	3	Dandelin Gergonne Plücker
Bobillier	2	Gergonne
Carnot	2	Durrande Gergonne
Dupin	2	Durrande
Euler	2	Gergonne
Ferussac	2	Poncelet
Lagrange	2	Durrande
Malfatti	2	Gergonne Plücker
Mercator	2	Gergonne Plücker
Servois	2	Poncelet Sturm
Adrien Romain	1	Durrande
Arquimedes	1	Durrande

Pessoas mencionadas na rede básica da geometria de situação (continuação)		
Pessoa mencionada	Quantidade de textos em que é mencionado	Quem menciona ?
Berruyer	1	Gergonne
Binet	1	Bobillier
Coriolis	1	Gergonne
Dandelin	1	Chasles
Delambre	1	Cauchy
Desfontaines	1	Gergonne
Durrande	1	Gergonne
Français	1	Poncelet
Garnier	1	Durrande
Gaultier de Tours	1	Durrande
Gergonne	1	Poncelet
Halley	1	Poncelet
Kramp	1	Durrande
Lancret	1	Durrande
Legendre	1	Poncelet

Pessoas mencionadas na rede básica da geometria de situação (continuação)		
Pessoa mencionada	Quantidade de textos em que é mencionado	Quem menciona ?
Lhuillier	1	Durrande
Maisonneuve	1	Durrande
Mersenne	1	Gergonne
Meusnier	1	Durrande
Pappus	1	Durrande
Pitágoras	1	Gergonne
Poinsot	1	Poncelet
Poisson	1	Cauchy
Puissant	1	Plücker
Quetelet	1	Chasles
Sturm	1	Gergonne
Viviani	1	Poncelet
Wronski	1	Gergonne

Tabela G.9: Pessoas mencionadas na rede básica da geometria de situação.

Pessoas mencionadas nos textos de Gergonne, Poncelet e Bobillier

45 pessoas mencionadas em 15 + 11 textos de Gergonne

Poncelet (9)	Pascal (2)	**Desargues** (1)	Puissant (1)
Monge (4)	**Newton** (2)	Lagrange (1)	Mersenne (1)
Plücker (4)	Descartes (2)	Laplace (1)	Mercator (1)
Steiner (4)	Crelle (2)	Dupin (1)	Malfatti (1)
Bobillier (3)	Ferussac (1)	Ferriot (1)	Montucla (1)
Chasles (3)	Vallès (1)	Apolônio (1)	Ptolomeu (1)
Brianchon (3)	Carnot (1)	Euclides (1)	Pitágoras (1)
Sturm (3)	Cauchy (1)	Sarrus (1)	Gruner (1)
Euler (3)	Legendre (1)	**Hachette** (1)	Wronski (1)
Dandelin (3)	**Poisson** (1)	Gaultier de Tours (1)	Berruyer (1)
Coriolis (3)	Viète (1)	Sorlin (1)	Desfontaines (1)
Durrande (2)			

31 pessoas mencionadas em 7 textos de Poncelet

Brianchon (4)	Servois (1)	**Hachette** (1)	Fermat (1)
Gergonne (3)	**Plücker** (1)	Sarrus (1)	Viète (1)
Frégier (3)	Cauchy (1)	Ferussac (1)	Halley (1)
Dupin (3)	Legendre (1)	Français (1)	Euclides (1)
Monge (2)	Poinsot (1)	Coste (1)	Apolônio (1)
Arago (2)	**Poisson** (1)	**Desargues** (1)	Viviani (1)
Pascal (2)	**Sturm** (1)	La Hire (1)	Waring (1)
Newton (2)	Binet (1)	Maclaurin (1)	

14 pessoas mencionadas em 16 textos de Bobillier

Poncelet (5)	**Plücker** (1)	**Newton** (1)	Binet (1)
Vallès (3)	**Monge** (1)	**Desargues** (1)	Waring (1)
Gergonne (2)	Lamé (1)	**Poisson** (1)	Vaure (1)
Hachette (2)	**Sturm** (1)		

Tabela G.10: Pessoas mencionadas em textos de Gergonne, Poncelet e Bobillier.

Observação. Os nomes **em destaque** são mencionados nos textos dos três autores.

Observação. O número entre parêntesis ao lado do nome indica a quantidade de vezes que a pessoa é mencionada.

Apêndice H

Tabelas referentes ao estudo do método da notação abreviada (complemento ao capítulo 6)

Os textos em torno do método da notação abreviada		
Data	**Autor**	**Localização do texto**
1814 setembro	ANÔNIMO	*Annales* 5 pp. 88-92
1817 fevereiro	LAMÉ	*Annales* 7 pp. 229-240
1817 abril	GERGONNE	*Annales* 7 p. 322 / nota de rodapé em [VECTEN 1817]
1820 setembro	GERGONNE	*Annales* 11 p. 81 / nota de rodapé em [CAUCHY 1820]
1824 setembro	GERGONNE	*Annales* 15 pp. 88-89 / 2^a parte de [QUERRET e GERGONNE 1824]
1826 março	STURM	*Annales* 16 pp. 265-293
1826 março	GERGONNE	*Annales* 16 pp. 268-269 / nota de rodapé em [STURM 1826 a]
1826 setembro	PLÜCKER	*Annales* 17 pp. 69-72

Os textos em torno do método da notação abreviada (continuação)		
Data	**Autor**	**Localização do texto**
1826 dezembro	STURM	*Annales* 17 pp. 173-198
1826 dezembro	GERGONNE	*Annales* 17 pp. 182-184 / nota de rodapé em [STURM 1826 b]
1827 janeiro	GERGONNE	*Annales* 17 pp. 214-252
1827 julho	BOBILLIER	*Annales* 18 pp. 25-28 / trata-se do texto [09]
1827 agosto	PLÜCKER	*Annales* 18 pp. 29-47
1828 março	BOBILLIER	*Annales* 18 pp. 253-269 / trata-se do texto [24]
1828 abril	CHASLES	*Annales* 18 pp. 277-301
1828 maio	BOBILLIER	*Annales* 18 pp. 320-339 / trata-se do texto [25]
1828 junho	BOBILLIER	*Annales* 18 pp. 359-367 / trata-se do texto [26]
1828 setembro	GERGONNE	*Annales* 19 pp. 67-69 / nota de rodapé em [CHASLES 1828 f]
1828 outubro	PLÜCKER	*Annales* 19 pp. 97-106
1828 outubro	BOBILLIER	*Annales* 19 pp. 106-114 / trata-se do texto [27]
1828 novembro	PLÜCKER	*Annales* 19 pp. 129-137
1828 novembro	GERGONNE	*Annales*, 19 pp. 133-134 / nota de rodapé em [PLÜCKER 1828 c]
1828 novembro	BOBILLIER	*Annales*, 19 pp. 138-150 / trata-se do texto [28]

Tabela H.1: Textos nos *Annales* em torno do método da notação abreviada.

Autores	**Apresentação**	**Quantidade de textos**
Gergonne (co-autor)	Sem apresentação	7
Bobillier	Professor da Escola Real de Artes e Ofícios de Châlons-sur-Marne	6
Plücker	Doutor na Universidade de Bonn	4
Sturm	Sem apresentação	2
Chasles	Ex-aluno da Escola Politécnica	2
Lamé	Ex-aluno da Escola Politécnica	1
Gergonne	Sem apresentação	1
Anônimo	Um assinante	1

Tabela H.2: Autores dos textos em torno da notação abreviada.

Quantidade de textos	1	2	1	1	5	3	10
Ano	1814	1817	1820	1824	1826	1827	1828

Tabela H.3: Datas dos textos em torno da notação abreviada.

Rubrica principal	**Quantidade de textos**
Geometria analítica	7
Nota de rodapé	6
Geometria de situação	5
Questões resolvidas	2
Filosofia matemática	2
Geometria elementar	1

Tabela H.4: Rubrica principal dos textos em torno da notação abreviada.

Todas as rubricas	**Quantidade de textos**
Geometria analítica	11
Geometria de situação	7
Nota de rodapé	6
Questões resolvidas	2
Geometria elementar	2
Geometria de curvas	2
Geometria de curvas e superfícies	2
Filosofia matemática	2

Tabela H.5: Todas as rubricas dos textos em torno da notação abreviada.

	Rubricas sob as quais o texto é publicado	Seleção de algumas das equações que aparecem no texto	Como os polinômios são manipulados ao longo do texto ?	A combinaçao dos polinômios é linear ou não-linear ?
BOBILLIER [09] julho de 1827 *Annales* 18 p. 25	questões resolvidas e geometria de situação	$M'' + \lambda M = 0$ $M''' + \lambda M'' + \mu M' = 0$	polinômios abreviados	combinação linear
BOBILLIER Textos [24] , [27] e [28] nos *Annales* em 1828	geometria de situação	$M + \alpha M' = 0$ $M + \alpha M' + \beta M'' = 0$	polinômios abreviados	combinação linear
BOBILLIER [25] maio de 1828 *Annales* 18 p. 320	filosofia matemática e geometria analítica	$ABC = 0$ $aBC + bCA + cAB = 0$	polinômios abreviados	combinações linear e não-linear
BOBILLIER [26] junho de 1828 *Annales* 18 p. 359	filosofia matemática e geometria analítica	$aAA' + bBB' = 0$	polinômios abreviados	combinação não-linear
BOBILLIER [34] janeiro de 1828 *Correspondência* 4 p. 157	geometria analítica	$\pi s - pq = 0$ $\pi s - p^2 = 0$	polinômios explícitos	combinação não-linear
BOBILLIER [36] 1828 *Correspondência* 4 p. 216	geometria analítica	não há no texto nenhuma equação com polinômios abreviados	polinômios explícitos	combinação linear

Tabela H.6: Combinação de equações e notação abreviada em Bobillier.

	Rubricas sob as quais o texto é publicado	Seleção de algumas das equações que aparecem no texto	Como os polinômios são manipulados ao longo do texto ?	A combinaçao dos polinômios é linear ou não-linear ?
PLÜCKER setembro de 1826 *Annales* 17 p. 69	geometria analítica e geometria de curvas e superfícies	não há no texto nenhuma equação com polinômios abreviados	polinômios explícitos	combinação linear
PLÜCKER agosto de 1827 *Annales* 18 p. 29	geometria analítica	$c - c' = 0$	polinômios abreviados	combinação linear
PLÜCKER outubro de 1828 *Annales* 19 p.97 e p.129	geometria analítica	$\mu M + M' = 0$ $\mu M + \mu' M' + M'' = 0$	polinômios abreviados	combinação linear
PLÜCKER agosto de 1829 *Crelle* 5 p. 268	geometria	$F(a\,, b\,, ...\,, \mu\,, \nu\,, ...) = 0$ $\mu a + \mu' a' = d$	polinômios abreviados	combinação linear
Desenvolvimentos de geometria analítica	(tratado em dois volumes de 1828 e 1831)	$A = \pm \mu A'$ $A + \mu A' + \nu A'' = 0$	polinômios explícitos e abreviados	combinação linear e não-linear
Teorema de Pascal [Klein 1928 p. 110] & *Crelle* 34 p. 337	geometria	$A'BC' + \mu A'BC' = 0$	polinômios abreviados	combinação não-linear

Tabela H.7: Combinação de equações e notação abreviada em Plücker.

	Rubricas sob as quais o texto é publicado	Seleção de algumas das equações que aparecem no texto	Como os polinômios são manipulados ao longo do texto ?	A combinaçao dos polinômios é linear ou não-linear ?
LAMÉ 1817 e 1818 *Annales* 7 p. 229	geometria analítica	$mE + m'E' = 0$ (no livro *Exame...*)	polinômios explícitos	combinação linear
GERGONNE janeiro de 1827 *Annales* 17 p. 214	geometria de situação e geometria de curvas e superfícies	$\lambda M + M' = 0$ $\lambda M + M' = PQ$	polinômios abreviados	combinações linear e não-linear
BOBILLIER [09] julho de 1827 *Annales* 18 p. 25	questões resolvidas e geometria de situação	$M'' + \lambda M = 0$ $M''' + \lambda M'' + \mu M' = 0$	polinômios abreviados	combinação linear
PLÜCKER Textos nos *Annales* entre 1826 e 1828	geometria analítica	$c - c' = 0$ $\mu M + M' = 0$	polinômios explícitos e abreviados	combinação linear
BOBILLIER [25] maio de 1828 *Annales* 18 p. 320	filosofia matemática e geometria analítica	$ABC = 0$ $aBC + bCA + cAB = 0$	polinômios abreviados	combinações linear e não-linear
BOBILLIER [26] junho de 1828 *Annales* 18 p. 359	filosofia matemática e geometria analítica	$aAA' + bBB' = 0$	polinômios abreviados	combinação não-linear

Tabela H.8: Combinação de equações e notação abreviada em quatro autores nos *Annales de Gergonne*.

Apêndice I

Documentos de arquivo: Alguns textos didáticos (complemento ao capítulo 8)

Neste anexo, mostro duas folhas de rosto de livros didáticos de Bobillier em edições manuscritas. Mostro ainda a contracapa de uma das edições, contendo a informação de alguns novos cursos a serem publicados. Por fim, apresento um trecho de um relatório oficial escrito por um inspetor escolar chamado Le Brum em 1863 e que faz referências elogiosas ao livro *Curso de Geometria* de Bobillier, ainda usado nas EdA&M, mesmo já tendo se passado mais de duas décadas da sua morte.

Folha de rosto da 1ª edição do *Curso de Geometria* (1832).

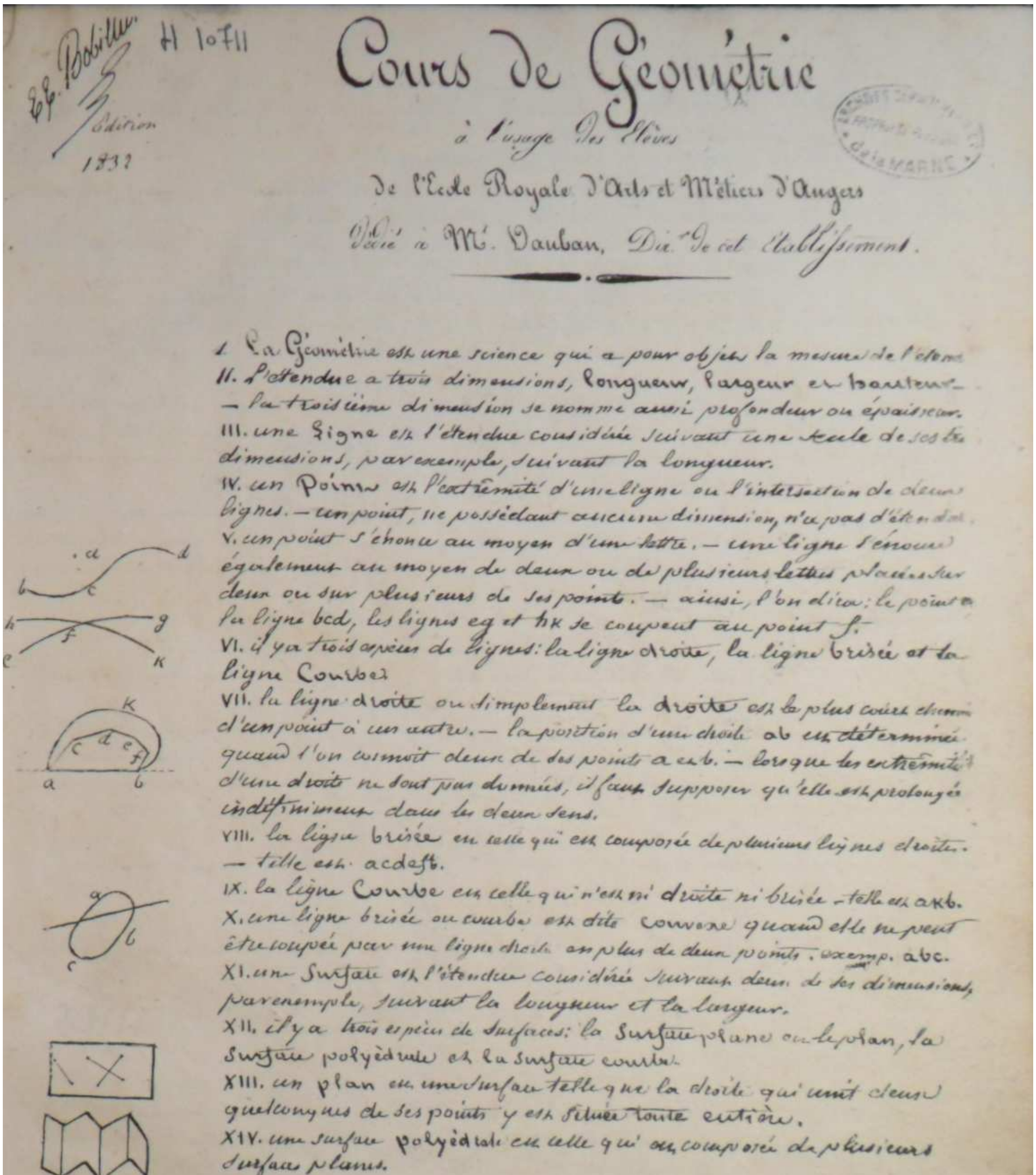
A primeira edição do *Curso de Geometria* (1832) é manuscrita, tem 84 páginas e está depositada nos Arquivos Departamentais de Marne (em Châlons) sob a cota [H/BIB/10711]. Observe na fotografia da figura I.1, que após um curto cabeçalho, o texto principal já começa na mesma página. Na transcrição e tradução a seguir eu apresento apenas o cabeçalho e as primeiras frases (de I a X).

Transcrição
Cours de Géométrie
à l'usage des eleves de l'Ecole Royale d'Arts et Métiers d'Angers.
Dédié à M. Dauban, directeur de cet etablissement.
I. La géométrie est une science qui a pour object la mesure de l'etendue.
II. L'etendue a trois dimensions, longueur, largeur et hauteur – la troisième dimension se nomme aussi profondeur ou épaisseur.
III. Une ligne est l'etendue considérée suivant une seule de ses trois dimensions, par exemple, suivant la longueur.
IV. Un point est l'extrêmité d'une ligne ou l'intersection de deux lignes. – Un point, ne possedant aucune dimension, n'a pas d'étendue.
V. Un point s'enonce au moyen d'une lettre. – Un ligne s'enonce également au moyen de deux ou de plusieurs lettres placées sur deux ou sur plusieurs de ses points. – Ainsi, l'on

dit : le point *a*, le ligne *bcd*, les lignes *eg* et *hk* se coupent au point *f*.
VI. Il y a trois espèces de lignes : la ligne droite, la ligne brisée et la ligne courbe.
VII. La ligne droite ou simplement la droite est le plus court chemin d'un point à un autre. – La portion d'une droite *ab* est determiné quand on l'on connait deux de ses points *a* et *b*. – Lorsque les extrêmités d'une droite ne sont pas données, il faut supposer qu'elle est prolongée indéfiniment dans les deux sens.
VIII. La ligne brisée est celle qui est composée de plusieurs lignes droites. – Telle est *acdefb*.
IX. La ligne courbe est celle qui n'est ni droite ni brisée. – Telle est *akb*.
X. Une ligne brisée ou courbe est dite convexe quand elle ne peut etre coupée par une ligne droit en plus de deux points. Exemple *abc*.

Tradução

Curso de Geometria
para uso dos alunos da Escola Real de Artes e Ofícios de Angers.
Dedicado ao Sr. Dauban, diretor deste estabelecimento.
I. A geometria é uma ciência que tem por objeto a medida do espaço.
II. O espaço tem três dimensões, comprimento, largura e altura – a terceira dimensão se nomeia também profundidade ou espessura.
III. Uma linha é o espaço considerado segundo uma só das três dimensões, por exemplo, segundo o comprimento.
IV. Um ponto é a extremidade de uma linha ou a interseção de duas linhas. – Um ponto, não possuindo nenhuma dimensão, não tem extensão.
V. Um ponto se enuncia por meio de uma letra. – Uma linha se enuncia igualmente por meio de duas ou de várias letras colocadas sobre dois ou sobre vários dos seus pontos. – Assim, se diz o ponto *a*, a linha *bcd*, as linhas *eg* e *hk* se cortam no ponto *f*.
VI. Há três espécies de linhas: a linha reta, a linha quebrada e a linha curva.
VII. A linha reta ou simplesmente a reta é o mais curto caminho de um ponto a outro. – A porção de uma reta *ab* é determinada quando se conhece dois de seus pontos *a* e *b*. – Desde que as extremidades de uma reta não são dadas, é necessário supor que ela está prolongada indefinidamente em seus dois sentidos.
VIII. A linha quebrada é a que é composta de várias linhas retas. – Tal é *acdefb*.
IX. A linha curva é a que não é nem reta e nem quebrada. – Tal é *akb*.
X. Uma linha quebrada ou curva é dita convexa quando ela não pode ser cortada por uma linha reta em mais do que em dois pontos. Exemplo *abc*.



E. E. Bobillier
3ème édition
1832

H 10711

Cours de Géométrie
à l'usage des Élèves
de l'École Royale d'Arts et Métiers d'Angers
Dédié à Mr. Dauban, Dir.r de cet établissement.

I. La Géométrie est une science qui a pour objet la mesure de l'étendue.
II. L'étendue a trois dimensions, longueur, largeur et hauteur. — la troisième dimension se nomme aussi profondeur ou épaisseur.
III. une Ligne est l'étendue considérée suivant une seule de ses trois dimensions, par exemple, suivant la longueur.
IV. un Point est l'extrémité d'une ligne ou l'intersection de deux lignes. — un point, ne possédant aucune dimension, n'a pas d'étendue.
V. un point s'énonce au moyen d'une lettre. — une ligne s'énonce également au moyen de deux ou de plusieurs lettres placées sur deux ou sur plusieurs de ses points. — ainsi, l'on dira: le point a, la ligne bcd, les lignes eg et hk se coupent au point f.
VI. il y a trois espèces de lignes: la ligne droite, la ligne brisée et la ligne courbe.
VII. la ligne droite ou simplement la droite est le plus court chemin d'un point à un autre. — la position d'une droite ab est déterminée quand l'on connoît deux de ses points a et b. — lorsque les extrémités d'une droite ne sont pas données, il faut supposer qu'elle est prolongée indéfiniment dans les deux sens.
VIII. la ligne brisée est celle qui est composée de plusieurs lignes droites. — telle est acdefb.
IX. la ligne Courbe est celle qui n'est ni droite ni brisée — telle est akb.
X. une ligne brisée ou courbe est dite convexe quand elle ne peut être coupée par une ligne droite en plus de deux points. exemp. abc.
XI. une Surface est l'étendue considérée suivant deux de ses dimensions, par exemple, suivant la longueur et la largeur.
XII. il y a trois espèces de surfaces: la surface plane ou le plan, la surface polyèdrale et la surface courbe.
XIII. un plan est une surface telle que la droite qui unit deux quelconques de ses points y est située toute entière.
XIV. une surface polyèdrale est celle qui est composée de plusieurs surfaces planes.
XV. une Surface Courbe est celle qui n'est ni plane ni polyèdrale.

Figura I.1: Folha de rosto da 1^a edição do *Curso de Geometria* (1832).

Folha de rosto da *Teoria do Calor* (1835).

Trata-se de um curso de físico-química de pouco mais de 150 páginas e jamais impresso. Este manuscrito encontra-se depositado nos Arquivos Departamentais de Marne (em Châlons) sob a cota [H/BIB/2249]. Na fotografia da figura I.2 aparece a primeira página de texto do livro. Segue abaixo a transcrição e tradução dos três primeiros parágrafos.

Transcrição

Théorie de la Chaleur.

La chaleur ne nous est connu qui par des effets ; sa cause échappe à nos sens ; pour faciliter l'explication des phénomènes, on admes qu'elle est produitte par un fluide éminement subtile, impondérable et incoërcible, auquel on a donné le nom de calorique.

Tous les corps possèdent une plus ou moins grande quantité de calorique ; lorsque ce fluide viens à augmenter, leurs molécules s'écartent et leurs volumes s'étendent ; on dit alors qu'il y a dilatation ; si, au contraire, il viens à diminuer ; les molécules se referment et il y a contraction.

Le calorique, en s'accumulant dans un corp, peut éloigner suffisamment les molécules pour déterminer un changement d'état ; on sais en effet que, par l'action d'un foyer, on peut fair passer les corpus de l'état solide à l'état liquide et de l'état liquide à l'état gaseux ; et que réciproquement, par le réfroidissement, le gas peuvent se transformer en liquide et les liquides en solides.

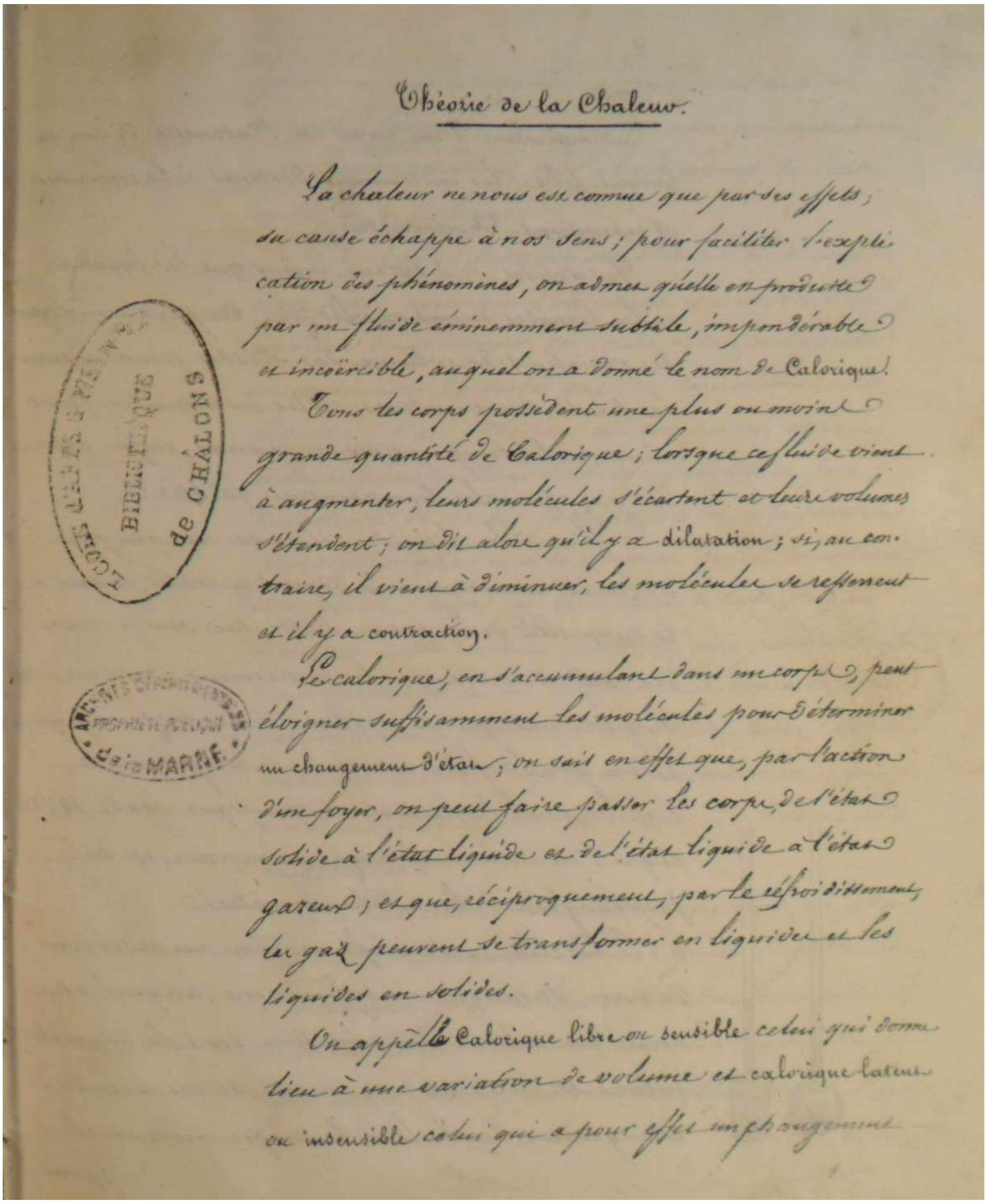
Tradução

Teoria do Calor.

O calor não nos é conhecido a não ser pelos efeitos, sua causa escapa a nossos sentidos; para facilitar a explicação dos fenômenos, admite-se que ele é produzido por um fluido eminentemente sutil, imponderável e incoercível, ao qual dá-se o nome de calórico.

Todos os corpos possuem uma quantidade mais ou menos grande de calórico; uma vez que esse fluido venha a aumentar, suas moléculas se espalham e seus volumes se estendem; diz-se, então, que há dilatação; se ao contrário, ele vem a diminuir; as moléculas se reunem e há a contração.

O calórico, ao acumular-se num corpo, pode alargar suficientemente as moléculas para determinar uma mudança de estado; de fato, sabe-se que por ação de um foco, pode-se fazer passar o corpo do estado sólido para o estado líquido e do estado líquido para o estado gasoso; e que reciprocamente, por resfriamento, os gases podem se transformar em líquido e os líquidos em sólidos.



Théorie de la Chaleur.

La chaleur ne nous est connue que par ses effets; sa cause échappe à nos sens; pour faciliter l'explication des phénomènes, on admet qu'elle est produite par un fluide éminemment subtile, impondérable et incoërcible, auquel on a donné le nom de Calorique.

Tous les corps possèdent une plus ou moins grande quantité de Calorique; lorsque ce fluide vient à augmenter, leurs molécules s'écartent et leurs volumes s'étendent; on dit alors qu'il y a dilatation; si, au contraire, il vient à diminuer, les molécules se resserrent et il y a contraction.

Le calorique, en s'accumulant dans un corps, peut éloigner suffisamment les molécules pour déterminer un changement d'état; on sait en effet que, par l'action d'un foyer, on peut faire passer les corps de l'état solide à l'état liquide et de l'état liquide à l'état gazeux; et que, réciproquement, par le refroidissement, les gaz peuvent se transformer en liquides et les liquides en solides.

On appelle Calorique libre ou sensible celui qui donne lieu à une variation de volume et calorique latent ou insensible celui qui a pour effet un changement

Figura I.2: Folha de rosto do manuscrito de *Teoria do Calor* (1835).

Contracapa da 3^a edição do *Curso de Geometria* contendo o anúncio de outros dois cursos (1837).

Apresento agora a contracapa da 3^a edição do *Curso de Geometria* (1837). O interesse nesta contracapa está no anúncio de dois outros livros didáticos de Bobillier que não consegui apurar se chegaram a ser concluídos e publicados ou se estão perdidos. A figura I.3 é uma aproximação no texto dessa contracapa, e que vai transcrito e traduzido abaixo.

Transcrição

Ouvrages publiés à l'Ecole Royale d'arts et métiers de Châlons sur-marne.
Principes d'Algèbre par E. E. Bobillier. – (trois parties) – prix 5^f et 6^f franc de port.
Théorie du calorique, par le même. – 2^f.
Comptabilité commerciale, ou cours théorique et pratique de la tenue des livres en parties doubles, par M. Mézières. – texte et atlas. – 6^f

Sous presse.
Cours d'arithmétique (2^{eme} édition) par MM. Véret et Faron.
Machines à vapeur, par E. E. Bobillier.
Résistance des bois et métaux, par le même.

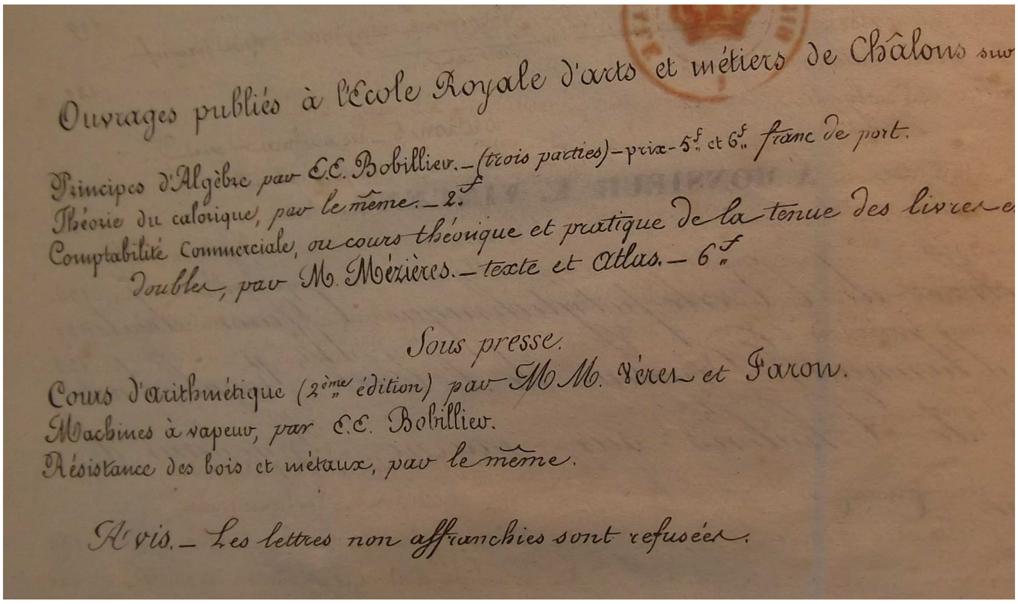
Avis. – Les lettres non affranchies sont refusées.

Tradução

Obras publicadas na Escola Real de Artes e Ofícios de Châlons-sur-Marne.
Princípios de Álgebra por E. E. Bobillier. – (três partes) – preço 5^f e 6^f franc de port.
Teoria do calórico, pelo mesmo. – 2^f.
Contabilidade comercial, ou curso teórico e prático da contabilidade dos livros em partes duplas, por M. Mézières. – texto e atlas. – 6^f

Sob prensa.
Curso de aritmética (2^a edição) por MM. Véret e Faron.
Máquinas a vapor, por E. E. Bobillier.
Resistência de madeiras e metais, pelo mesmo.

Aviso. – As letras não pagas serão recusadas.


Ouvrages publiés à l'Ecole Royale d'arts et métiers de Châlons sur

Principes d'Algèbre par C.C. Bobillier. _ (trois parties) - prix - 5f. et 6f. franc de port.
Théorie du calorique, par le même. _ 2f.
Comptabilité commerciale, ou cours théorique et pratique de la tenue des livres e
double, par M. Mézières. _ texte et atlas. _ 6f.

Sous presse.

Cours d'arithmétique (2ème édition) par MM. Vérez et Faron.
Machines à vapeur, par C.C. Bobillier.
Résistance des bois et métaux, par le même.

Avis. _ Les lettres non affranchies sont refusées.

Figura I.3: Contracapa da 3^a edição do *Curso de Geometria* (1837).

Trecho do relatório *Notícia sobre as Escolas de Artes e Ofícios* pelo inspetor Le Brum (1863).

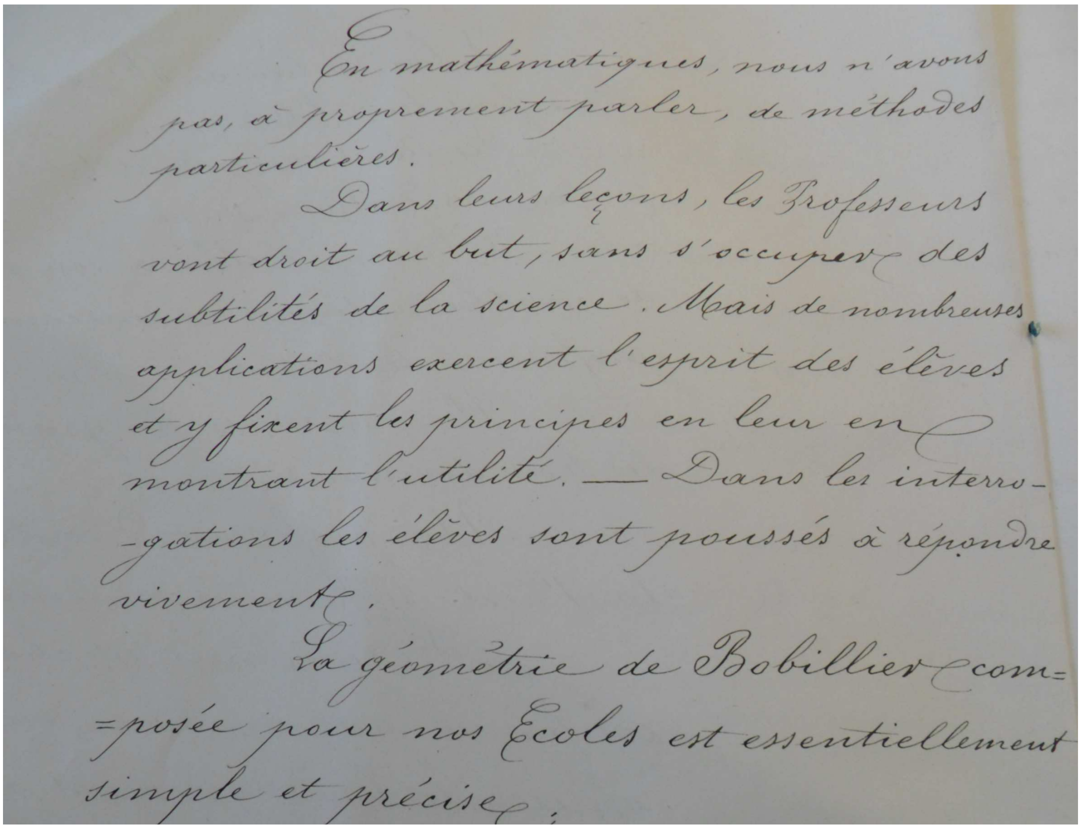
O relatório *Notícia sobre as Escolas Imperiais de Artes e Ofícios* (*Notice sur les Ecoles Impériales d'Arts et Métiers*) é um longo documento manuscrito de 53 páginas depositado nos Arquivos Nacionais da França (em Paris) sob a cota [F/17/14317]. Esta *Notícia* é assinada por Louis Nicolas Le Brum, que no Segundo Império era o inspetor geral das escolas de artes e ofícios. A *Notícia* é composta de três partes: (1) histórico sumário das escolas, (2) sua organização então (1863) e (3) seus resultados. O pequeno trecho selecionado contém um elogio ao *Curso de Geometria* de Bobillier. Este trecho encontra-se na segunda parte (página 30), quando o relator descreve brevemente o ensino teórico na instituição. A figura I.4 é uma fotografia deste trecho.

Transcrição

En mathématiques, nous n'avons pas, à properment parler, de méthodes particuliéres. Dans leurs leçons, les Professeurs vont droit au but, sans s'occuper des subtilités de la science. Mais de nombreuses applications exercent l'esprit des élèves et y fixent les principes en leur en montrant l'utilité. Dans leur interrogations les élèves sont poussés à répondre vivement. La géométrie de Bobillier composée pour nos Écoles est essentiellement simple et précise.

Tradução

Em matemáticas nós não temos, propriamente falando, métodos particulares [de ensino]. Em suas lições, os professores vão direto ao ponto, sem se ocupar das sutilezas das ciências. Mas numerosas aplicações exercitam o espírito dos alunos, fixando neles os princípios, ao mostrar-lhe as utilidades. Em suas interrogações os alunos são estimulados a responder vivamente. A geometria de Bobillier composta para nossas escolas é essencialmente simples e precisa.



En mathématiques, nous n'avons pas, à proprement parler, de méthodes particulières.

Dans leurs leçons, les Professeurs vont droit au but, sans s'occuper des subtilités de la science. Mais de nombreuses applications exercent l'esprit des élèves et y fixent les principes en leur en montrant l'utilité. — Dans les interrogations les élèves sont poussés à répondre vivement.

La géométrie de Bobillier composée pour nos Ecoles est essentiellement simple et précise.

Figura I.4: Trecho do relatório *Notícia sobre as Escolas Imperias d'Arts et Métiers* pelo Inspetor Le Brum (1863).

Apêndice J

Documentos de arquivo: Dois registros de estado civil (complemento ao capítulo 9)

Tendo apresentado o registro de nascimento no apêndice que complementa o capítulo 2, apresento agora os outros dois documentos de estado civil de um cidadão francês: o registro de casamento e a declaração de óbito de Bobillier.

Registro de casamento (1837).

A ata de casamento de Étienne Bobillier com Pome Idalie Pavier é um longo texto de 66 linhas e se estende por três páginas do livro *Casamentos em Châlons 1837* (*Mariages à Châlons 1837*) que está depositado nos Arquivos Municipais de Châlons-en-Champagne sob a cota [E/1/146]. Trata-se do registro de número 62 feito em 03 de agosto de 1837. A figura J.1 mostra as duas primeiras páginas desse registro. Observe que o texto começa quase no final da página à esquerda, onde se lê o nome dos noivos e logo abaixo o número 62. A figura J.2 é uma aproximação deste início, focalizando o nome dos noivos. O texto completo avança por uma terceira página, mas preferi mostrar na figura J.3 apenas o final do registro, onde aparecem as nove assinaturas, sendo as duas primeiras a de P. I. Pavier e a de E. E. Bobillier.

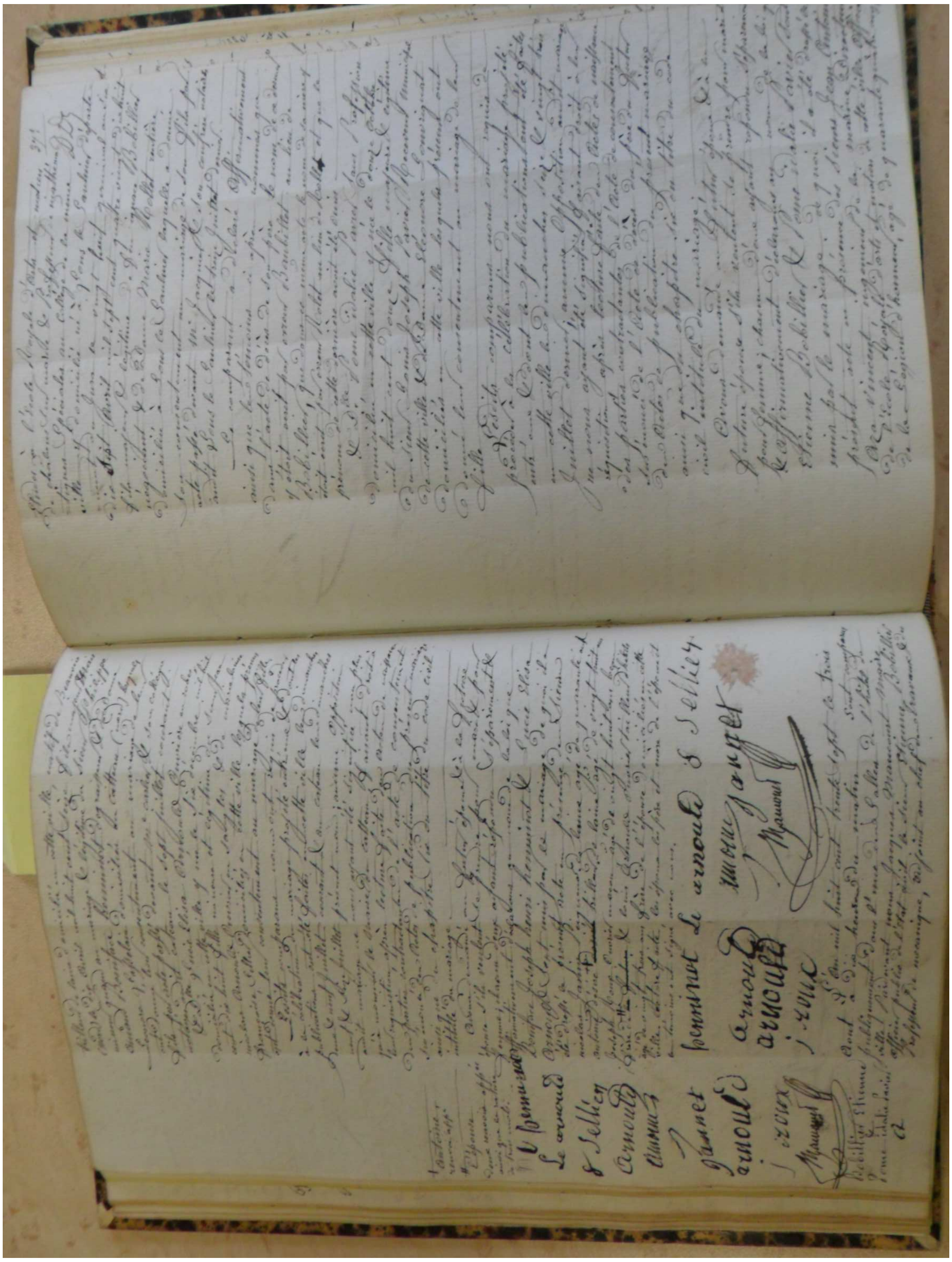


Figura J.1: As duas primeiras páginas do registro de casamento de Bobillier e Pome Idalie Pavier (1837).

Transcrição

Bobillier Etienne & Pome Idalie Pavier.

L'an mil huit cent trente sept, le trois aout à dix heures du matin, sont comparus publiquement dans l'une des salles de l'hotel de ville par devant nous, Jacques Maucourt, maire officier public de l'etat civil, le sieur Étienne Bobillier, professeur de mecanique, adjoint au chef des travaux et des etudes à l'école royale d'arts et metiers de Châlons sur Marne et professeur de mathématiques spéciales au collége de la meme ville, y domicilié, né à Lons le Saunier, département du Jura, le vingt huit germinal an six (dix sept avril mil sept cent quatre vingt dix huit), fils majeur et légitime de feu Ignace Bobillier, négociant et de la dame Marie Rollet, rentiére, domiciliée à Lons le Saulnier, laquelle a donné son consentement en mariage de son fils par acte passé devant M Jacquier et son confrère, notaire au dit Lons le Saunier, le treize juillet dernier.

Le comparant a declaré affirmativement, ainsi que leur témoins ci apr es nommés, que dans l'acte de décés de son père, le nom de ce dernier y était ecrit par erreur Baubillet au lieu de Bobillier, que dans ce meme acte le nom de sa mere y était écrit par erreur Rolet au lieu de Rollet et que le prénom de cette dernière avait été omis.

Et Dlle Pome Idalie Pavier, sans profession, domiciliée en cette ville, y née le douze octobre mil huit cent douze, fille majeure et légitime du sieur Louis Joseph Pavier, recevent municipal de cette ville et de dame Eléonore Louvrignat, domicilies en cette ville, lesqueles présens ont donné leur consentement au mariage de leur fille.

Les dits comparons nous ont requis de procéder à la célébration du mariage projéte entre eux et dont leur publication ont été faites en cette ville les dimanches seize et vingt trois juillet dernier ; aucune opposition au dit mariage ne nous ayant été signifié, faisant droit à leur réquisition après lecture faite des actes de naissance des parties contractantes, de l'acte de consentement sus énoncé, de l'acte de décès du pére du futur, des actes de publication du présent mariage, ainsi que du chapitre six du titre du code civil intitulé du mariage ;

Avons demandé au futur époux et à la future épouse s'ils veulent se prendre pour mari et pour femme ; chacun d'eux ayant repondu séparement et affirmativement, déclarons au nom de la loi que Etienne Bobillier et Pome Idalie Pavier sont unis par le mariage. De quoi il a été dressé le présent acte en présence des sieurs Jean Antoine Aza Vincent, ingenieur de la marine, directeur de l'école royale d'arts et metiers de cette ville, officiel de la légion d'honneur, agé de quarante quatre ans ; Louis Camarat, inspeteur honoraire de l'université principal du collége de cette ville, agé de quarante deux ans, amis de l'epoux; Nicolas Elizabeth Louvrignat, marchand tanneur, agé de cinquante quatre ans, oncle maternal de l'épouse, ces trois témoins domiciliés en cette ville et Charlen Jean Baptiste Landry Cordiel de Marville, recevent de l'enregistrement à Montmirail, y domicilié, agé de cinquante ans, bel oncle maternel de l'épouse. Lecture faite, les époux, les père & mère de l'épouse et les témoins ont signé avec nous.

Signatures : P I Pavier, E E Bobillier, E Louvrignat, Pavier, Louvrignat, E Nicolas, Camarat ; et deux autres noms que je n'ai pas pu lire.

Tradução

Bobillier Etienne & Pome Idalie Pavier.
No ano mil oitocentos e trinta e sete, no dia três de agosto às dez horas da manhã, compareceram publicamente numa das salas do hotel da cidade perante nós, Jacques Maucourt, subprefeito oficial público de estado civil, o senhor Étienne Bobillier, professor de mecânica, adjunto do chefe de trabalhos e de estudos da escola real de artes e ofícios de Châlons sur Marne e professor de matemáticas especiais no colégio da mesma cidade, aqui domiciliado, nascido em Lons le Saunier, departamento do Jura, em vinte e oito germinal ano seis (dezessete de abril de mil setecentos e noventa e oito), filho maior e legítimo do falecido Ignace Bobillier, negociante e da senhora Marie Rollet, possuidora de bens de capital, domiciliada em Lons le Saulnier, a qual deu seu consentimento ao casamento de seu filho por ata lavrada perante Sr Jacquier e seu confrade, notário na referida Lons le Saunier, em treze de julho passado.
O comparecido declarou afirmativamente, assim como suas testemunhas abaixo denominadas, que na ata de óbito de seu pai, o nome deste último estava escrito lá incorretamente Baubillet ao invés de Bobillier, que na mesma ata o nome de sua mãe estava escrito lá incorretamente Rolet ao invés de Rollet e que o pré-nome desta última havia sido omitido.
E senhorita Pome Idalie Pavier, sem profissão, domiciliada nesta cidade, aqui nascida em doze de outubro de mil oitocentos e doze, filha maior e legítima do senhor Louis Joseph Pavier recebedor municipal desta cidade e da senhora Eléonore Louvrignat, domiciliada nesta cidade, os quais presentes deram seu consentimento ao casamento de sua filha.
Os referidos comparecidos nos requisitaram proceder a celebração do casamento projetado entre eles e cujos proclames foram feitos nesta cidade nos domingos treze e vinte de julho passado; nenhuma oposição ao referido casamento nos foi sinalizada, dando direito à sua requisição após as leituras feitas das atas de nascimento das partes contratuais, da ata de consentimento acima enunciada, da ata de falecimento do pai do pretendente, das atas de publicação do presente casamento, bem como do capítulo seis do código civil intitulado do casamento;
Tendo perguntado ao futuro esposo e à futura esposa se eles querem se tomar por marido e por mulher; cada um deles tendo respondido separada e afirmativamente, declaramos em nome da lei que Étienne Bobillier & Pome Idalie Pavier estão unidos pelo matrimônio.
Para o que foi lavrada a presente ata em presença dos senhores Jean Antoine Aza Vincent, engenheiro da marinha, diretor da escola real de artes e ofícios desta cidade, oficial da legião de honra, idade de quarenta e quatro anos; Louis Camarat, inspetor honorário da Universidade desta cidade, idade de quarenta e dois anos, amigo do esposo; Nicolas Elizabeth Louvrignat, comerciante de couros, idade de cinquenta e quatro anos, tio materno da esposa, estas três testemunhas domiciliadas nesta cidade e Charlen Jean Baptiste Landry Cordiel de Marville, recebedor de registro em Montmirail, lá domiciliado, tio postiço materno da esposa. Leitura feita, os esposos, o pai e mãe da esposa e as testemunhas assinaram conosco.
Assinaturas: P I Pavier, E E Bobillier, E Louvrignat, Pavier, Louvrignat, E Nicolas, Camarat; e dois outros nomes que não consegui identificar.

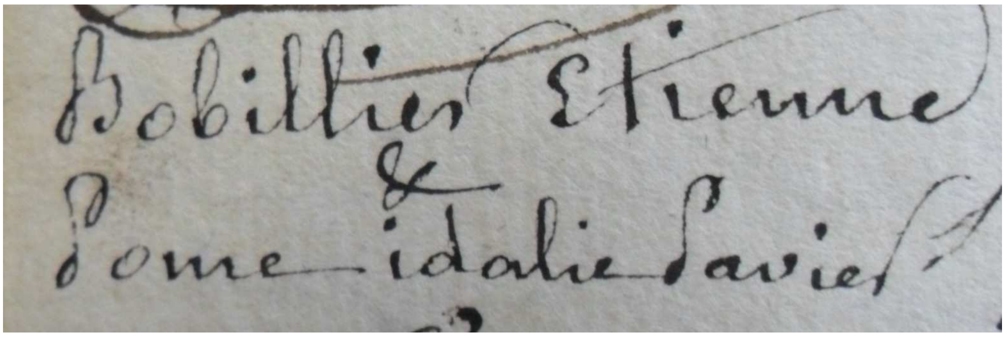


Figura J.2: Nome dos noivos no registro de casamento de 03 de agosto de 1837.

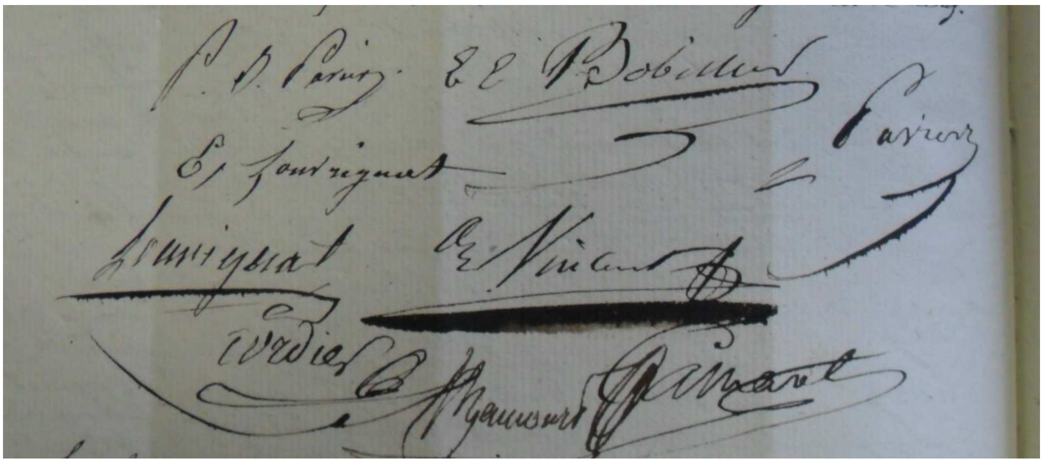


Figura J.3: Assinaturas no registro de casamento de 03 de agosto de 1837.

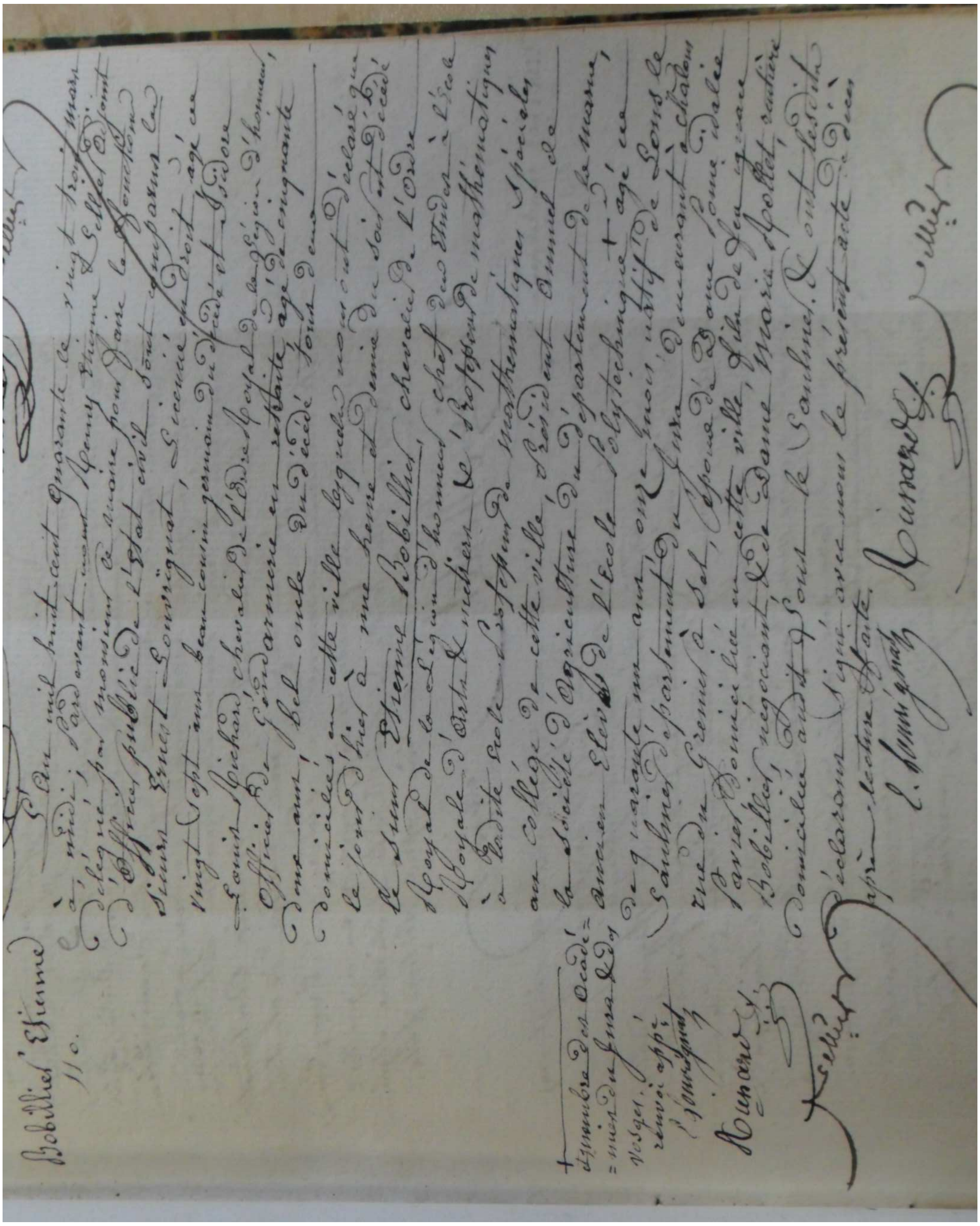


Figura J.4: Registro de óbito de Bobillier (1840).

Declaração de óbito (1840).

O óbito de Bobillier é o registro de número 110 feito em 23 de março de 1840. Este registro de 26 linhas e três signatários ocupa parcialmente uma página do livro *Óbitos em Châlons 1840* (*Décès à Châlons 1840*) que está depositado nos Arquivos Municipais de Châlons-en-Champagne sob a cota [E/1/156]. Na margem esquerda da página com o texto há um pequeno acréscimo entre as linhas 17 e 22, enquanto que no texto mesmo há uma marca indicando onde a pequena frase de acréscimo deve ser inserida. Na transcrição a seguir, esse acréscimo já aparece inserido na posição indicada e está escrito entre colchetes. A figura J.4 é uma fotografia deste registro.

Transcrição

L'an mil huit cent quarante, le vingt trois mars à midi ; par devant nous, Remy Etienne Sellier, adjoint délégué par monsieur la maire pour faire les fonctions d'officier public de l'état civil, sont comparus les sieurs Ernest Louvrignat, licencé en droite, agé de vingt sept ans, beau cousin germain du décédé et Isidore Louis Richard, chevalier de l'ordre royal de la légion d'honneur, officier de gendarmerie retraité, agé de cinquante deux ans, bel oncle du décédé, tous deux domiciliés en cette ville, lesquels nous ont déclaré que le jour d'hier, à une heure et demie du soir, est décédé le sieur Etienne Bobillier, chevalier de l'ordre royal de la légion d'honneur, chef des etudes à l'école royale d'arts et métiers et professeur de mathématiques à la dite école. Professeur de mathématiques speciales au collége de cette ville, président annuel de la société d'agriculture du département de la Marne, ancien élève de l'école polytechnique [et membre des académies du Jura et des Vosgues], agé de quarante un ans, onze moins, natif de Lons le Saunier, département du Jura, demeurant à Chlons, rue du grenier à sel, épouse da dame Pome Idalie Pavier, domicilieé en cette ville, fils de feu Ignace Bobillier, négociant, et de dame Marie Rollet, rentière, domiciliée au dit Lons le Saulnier. et ont les dits déclarons signé avec nous le présent acte de décès aprés lecture faite.
Signatures: E Louvrignat, Richard, Sellier.

Tradução

No ano de mil oitocentos e quarenta, dia vinte e três de março, ao meio dia; perante nós, Remy Etienne Sellier, adjunto delegado pelo senhor subprefeito para exercer as funções de oficial público de estado civil, compareceram os senhores Ernest Louvrignat, licenciado em direito, idade de vinte e sete anos, primo postiço e vizinho do falecido e Isidore Louis Richard, cavaleiro da ordem real da legião de honra, oficial de polícia aposentado, idade de cinquenta e dois anos, tio postiço do falecido, ambos os dois domiciliados nesta cidade, os quais nos declararam que no dia de ontem, à uma hora e meia da madrugada, faleceu o senhor Etienne Bobillier, cavaleiro da ordem real da legião de honra, chefe de estudos na escola real de artes e ofícios e professor de matemáticas na referida escola. Professor de matemáticas especiais no colégio desta cidade, presidente anual da sociedade de agricultura do departamento de Marne, ex-aluno da Escola Politécnica [e membro das academias do Jura e de Vosges], idade de quarenta e um anos e onze meses, nativo de Lons le Saunier, departamento do Jura, residente em Châlons, Rua do Grenier à Sel, esposo da senhora Pome Idalie Pavier, domiciliada nesta cidade, filho do falecido Ignace Bobillier, negociante, e da senhora Marie Rollet, possuidora de bens de capital, domiciliada na referida Lons le Saulnier. Os referidos acima assinam conosco a presente ata de falecimento, após leitura feita.
Assinaturas: E Louvrignat, Richard, Sellier.

Apêndice K

Bibliografia Geral da Tese.

K.1 Manuscritos e documentos de arquivos.

ARCHIVES DÉPARTEMENTALES DE LA MARNE serie 1 T (Fonds de l'école)

[1/T/2043] Pièces diverses intéressant l'école. 1806-1839.

[1/T/2044], [1/T/2045], [1/T/2046] Ordres publiés par le directeur de l'école [d'arts et métiers]. 1830-1858.

[1/T/2052] Correspondance ministérielle reçue. 1809-1857.

[1/T/2081], [1/T/2083], [1/T/2084], [1/T/2085], [1/T/2089], [1/T/2090] Correspondance ministérielle. 1828-1839.

ARCHIVES DÉPARTEMENTALES DE LA MARNE (Registres d'état civil)

[2E119/284] Châlons-en-Champagne. Mariages (1837). Bobillier (Étienne), registro n. 62 em 03 de agosto de 1837.

[2E119/407] Châlons-en-Champagne. Décès (1840). Bobillier (Étienne), registro n. 110 em 23 de março de 1840.

ARCHIVES DÉPARTEMENTALES DE LA MARNE (Bibliothèque)

[H/BIB/10711] BOBILLIER (Étienne). *Cours de géométrie à l'usage des élèves de l'École royale d'arts et métiers d'Angers*. Angers, edição manuscrita (1832).

[H/BIB/2249] BOBILLIER (Étienne). *Theorie de la Chaleur*. Châlons-sur-Marne, edição manuscrita (1835).

[SA/BIB/15083] GASCHEAU (Jules). *Cours de géométrie descriptive*. Châlons-sur-Marne, edição manuscrita (1844).

[H/BIB/10702] GICQUEL (O. M.). *Cours de Géométrie*. Châlons-sur-Marne, edição manuscrita (1834).

ARCHIVES DÉPARTEMENTALES DU JURA (Registres d'état civil)

[5Mi599] Registro em 16 Frimaire ano IV, isto é, 07 de dezembro de 1795, do nascimento de Bobillier (André Marie).

[5Mi600], [3/E/4663] Registro em 29 Germinal Ano VI, isto é, 18 de abril de 1798, do nascimento de Bobillier (Étienne).

[5Mi616] Registro em 1º de abril de 1807 do falecimento de Bobillier (Ignace).

ARCHIVES MUNICIPALES À CHALONS-EN-CHAMPAGNE

[E/1/146] Mariages à Châlons (1837). Bobillier (Etienne), registro n. 62 em 03 de agosto de 1837.

[E/1/156] Décès à Châlons (1840). Bobillier (Etienne), registro n. 110 em 23 de março de 1840.

[2/1/R/25] École des Arts et Métiers. Transfert de Compiègne à Chalôns-sur-Marne. An XII.

ARCHIVES NATIONALES DE FRANCE cote BB (Ministère de la Justice)

[BB/25/45] Pensions et secours. Dossiers de pensions accordées. 1814-1822.

ARCHIVES NATIONALES DE FRANCE cote F 12 (Commerce et industrie)

[F/12/1084] Écoles d'arts et métiers (personnel, contrôle, discipline, demandes de places non accueillies, documents communs aux différentes écoles) An XII-1826.

[F/12/1085] Écoles d'arts et métiers (personnel, contrôle, discipline, demandes de places non accueillies, documents communs aux différentes écoles) An XII-1826.

[F/12/1133], [F/12/1134], [F/12/1167], [F/12/1168] Écoles d'arts et métiers: École de Châlons, d'abord à Compiègne. An X-1841.

[F/12/4867], [F/12/4869], [F/12/4871], [F/12/4875], [F/12/4877], [F/12/4878], [F/12/4879] Écoles d'arts et métiers. Aix, Angers, Chalons. Personnel, inspection, discipline. 1806-1881.

[F/12/5092] Légion d'honneur accordée à des négociants, à des industriels, à des inventeurs, à des médecins (services d'hygiène rattachés à l'Intérieur), dossiers individuels (Bo... - Bom...) 1815-1916.

[F/12/5778], [F/12/5779], [F/12/5781] Écoles d'arts et métiers, personnel. 1820-1850.

ARCHIVES NATIONALES DE FRANCE cote F 14 (Travaux publics)

[F/14/2334/1] Ingénieurs des Ponts et Chaussées: dossiers individuels. XVIIIe - XIXe siècles (Vallès à Vallot).

[F/14/3069] Liquidation des pensions du personnel des Ponts et Chaussées, de la Navigation, des Mines et des commissaires à la surveillance des chemins de fer: dossiers individuels. XIXe siècle (Troude à Vallet).

ARCHIVES NATIONALES DE FRANCE cote F 17 (Instruction publique)

[F/17/1143], [F/17/1144], [F/17/1381] Arrêtés du Ministre de l'instruction publique: originaux et répertoires. 1827-1901.

[F/17/14317] Écoles d'arts et métiers. Géneralités: origines, réorganisation de 1817, notices historiques. 1814-1894.

[F/17/14318] Écoles d'arts et métiers. Réorganisation de 1827 (Angers et Châlons). 1826-1827.

[F/17/14327] École nationale d'arts et métiers de Châlons. École de Compiègne, transfert à Châlons, aménagement, réglement. An XII-1812.

[F/17/14328] École nationale d'arts et métiers de Chalons. Bàtiments. 1810-1895.

[F/17/14333] École nationale d'arts et métiers de Beaupréau puis d'Angers. Transfert à Angers, bâtiments et travaux. 1815-1851.

[F/17/20800] Anciens fonctionnaires des enseignements primaire, secondaire et supérieur. XIXe siècle.

BIBLIOTHÈQUE DE L'ÉCOLE POLYTECHNIQUE

[1813] Cours de calcul différentiel et integral par Ampère (André Marie), 1811, 1812 et 1813. Notes prises par l'éléve Olivier (Théodore), promotion 1811.

[1816] Projets de programmes d'enseignement scientifique. Proposés au Conseil d'Instruction en décembre et adoptés pour l'année scolaire 1816/1817.

[1816] Conseil de perfectionement da l'école polytechnique le 12 décembre. Quelques reflexions sur la Géométrie Déscriptive et sur le professorat de cette partie.

[1816] A propos de l'établissement d'une Chaire de Technologie, avril à juin.

[1818] Lista de alunos classificados para a segunda divisão ao fim do ano escolar. Registro de graus por disciplina e avaliações de aplicação e conduta.

BIBLIOTHÈQUE DE L'ENSAM (CHALONS-EN-CHAMPAGNE)

Registre du personnels. XIXe siècle.

K.2 Fontes primárias: Textos impressos de Étienne Bobillier.

BOBILLIER (Étienne)

[01] Note sur les puits à bascule. *Séance Publique de la Société d'Agriculture, Commerce, Sciences et Arts du Département de la Marne*, (1826), pp. 67-78.

[03] Questions résolues. Note sur le problème de géométrie résolu à la page 166 du présent volume. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 17 (1826-1827), pp. 254-255.

[04] Questions résolues. Solution d'un cas particulier du premier des deux problèmes de géométrie proposés à la page 172 du présent volume. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 17 (1826-1827), pp. 277-282.

[05] Questions résolues. Solution de l'un des deux problèmes de géométrie énoncés à la page 232 du XVI.e volume des Annales. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 17 (1826-1827), pp. 335-338.

[07] Questions résolues. Démonstration des deux théorèmes de géométrie énoncés à la page 200 du présent volume. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 17 (1826-1827), pp. 360-366.

[09] Questions résolues. Démonstration des quatre théorèmes de géométrie proposés à la page 255 du précédent volume. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 18 (1827-1828), pp. 25-28.

[10] Géométrie transcendante. Recherches sur les courbes à double courbure dont les développantes sont sphériques. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 18 (1827-1828), pp. 57-67.

[11] Géométrie de situation. Démonstration de quelques théorèmes sur les lignes et surfaces algébriques de tous les ordres. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 18 (1827-1828), pp. 89-98.

[12] Questions résolues. Solution du dernier des deux problèmes de géométrie énoncés à la page 232 du XVI.e volume des Annales. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 18 (1827-1828), pp. 98-100.

[14] Géométrie de situation. Recherches sur les lignes et surfaces algébriques de tous les ordres. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 18 (1827-1828), pp. 157-166.

[15] Questions résolues. Solution des deux problèmes de géométrie énoncés à la pag. 348 du précédent volume. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 18 (1827-1828), pp. 172-174.

[18] Mathématiques élémentaires. Géométrie. Tout plan qui passe par la droite que déterminent les milieux des arêtes opposées d'un tétraèdre, le divise en deux parties équivalentes. *Correspondance mathématique et physique*, 3 (1827), pp. 181-182.

[19] Géométrie analitique. Extrait d'une lettre (...) concernant des propriétés des sections coniques, considérées dans le solide. *Correspondance mathématique et physique*, 3 (1827), pp. 270-274.

[20] Analise appliquée a la géométrie. Sur les propriétés des foyers dans les surfaces du second ordre. *Correspondance mathématique et physique*, 3 (1827), pp. 281-285.

[21] Géométrie pure. Démonstration de divers théorèmes de géométrie. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 18 (1827-1828), pp. 185-202.

[22] Géométrie analytique. Recherche de quelques lieux géométriques, dans l'espace. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 18 (1827-1828), pp. 230-248.

[23] Questions résolues. Note sur le problème de géométrie proposé à la pag. 87 du présent volume. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 18 (1827-1828), p. 249.

[24] Géométrie de situation. Recherche sur les lois générales qui régissent les lignes et surfaces algébriques. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 18 (1827-1828), pp. 253-269.

[25] Philosophie mathématique. Essai sur un nouveau mode de recherche des propriétés de l'étendue. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 18 (1827-1828), pp. 320-339.

[26] Philosophie mathématique. Démonstration nouvelle de quelques propriétés des lignes du second ordre. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 18 (1827-1828), pp. 359-367.

[27] Géométrie de situation. Recherches sur les lois générales qui régissent les courbes algébriques. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 19 (1828-1829), pp. 106-114.

[28] Géométrie de situation. Recherches sur les lois générales qui régissent les surfaces algébriques. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 19 (1828-1829), pp. 138-150.

[29] Questions proposées. Théorèmes de géométrie proposés à démontrer. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 19 (1828-1829), p. 156.

[30] On donne dans un plan un angle et un point, et l'on demande de faire passer par le point une droite qui coupe les côtés de l'angle, de manière que l'aire interceptée soit de grandeur donnée. Problème proposé page 180 du III.^{e} volume. *Correspondance mathématique et physique*, 4 (1828), pp. 2-3.

[31] Recherches sur les surfaces de second degreé. *Correspondance mathématique et physique*, 4 (1828), pp. 27-37.

[32] Sur les propriétés projectives dans les surfaces du second ordre. *Correspondance mathématique et physique*, 4 (1828), pp. 152-153.

[33] Sur la question II de la page 315. *Correspondance mathématique et physique*, 4 (1828), pp. 154-155.

[34] Mathématiques transcendantes. Géométrie analitique. Sur les foyers dans les surfaces du second ordre. *Correspondance mathématique et physique*, 4 (1828), pp. 157-163.

[36] Géométrie Analitique. Détermination des axes principaux dans les lignes et les surfaces du second ordre, rapportées à des axes obliques. *Correspondance mathématique et physique*, 4 (1828), pp. 216-225.

[37] Géométrie. Note sur deux théorèmes de géométrie démontrés dans le XVIII.me volume du présent recueil. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 19 (1828-1829), pp. 249-251.

[38] Géométrie de situation. Théorèmes sur les polaires successives. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 19 (1828-1829), pp. 302-307.

[39] Géométrie analytique. Démonstration de deux théorèmes sur les lignes et surfaces du second ordre. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 19 (1828-1829), pp. 317-333.

[40] Géométrie des courbes. Mémoire sur l'hyperbole équilatère. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 19 (1828-1829), pp. 349-359.

[42] Arithmétique. Abréviation de l'extraction des racines numériques. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 20 (1829-1830), pp. 125-127.

[43] Statique. De l'équilibre de la chaînette sur une surface courbe. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 20 (1829-1830), pp.153-175.

[44] Statique. Démonstration du principe des vitesses virtuelles dans les machines en équilibre. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 20 (1829-1830), pp. 285-287.

[45] Note sur une description mécanique de la Chaînette. *Mémoires de la Société d'Agriculture, Sciences et Arts d'Angers*, (1831), pp. 41-45.

[46] Note sur le principe de Roberval. *Séance Publique de la Société d'Agriculture, Commerce, Sciences et Arts du Département de la Marne*, (1834), pp. 75-87.

[A] *Principes d'Algèbre*, 5ª edição. Paris: Hachette (1861).

[G] *Cours de Géométrie*, 14ª edição. Paris: Hachette et Gauthier-Villars (1870).

BOBILLIER e FINCK

[02] Questions résolues. Solution des deux problèmes de statique proposés à la page 296 du précédent volume. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 17 (1826-1827), pp. 59-68.

BOBILLIER e GARBINSKI

[17] Solution du problème de géométrie descriptive énoncé à la pag. 83 du présent volume. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 18 (1827-1828), pp. 182-184.

BOBILLIER e LENTHÉRIC

[06] Démonstration du théorème de statique énoncé à la page 199 du présent volume. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 17 (1826-1827), pp. 338-347.

[41] Solution d'un problème de géométrie énoncé à la pag. 87 du précédent volume. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 20 (1829-1830), pp. 34-36.

BOBILLIER; LENTHÉRIC e VALLÈS

[08] Démonstration du dernier des deux théorèmes de géométrie énoncé à la page 283 du présent volume. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 17 (1826-1827), pp. 377-380.

BOBILLIER e LOBATTO

[35] Si n nombres ne sont pas tous égaux entre eux, la puissance $m^{\text{ième}}$ de leur moyenne arithmétique, sera plus petite que la moyenne arithmétique des puissances $m^{\text{ième}}$ des mêmes nombres ; 2^o Si n nombres ne sont pas tous égaux entre eux, la moyenne arithmétique de leur puissances $m^{\text{ième}}$ sera plus grande que la moyenne géométrique de ces mêmes puissances. Problème proposé à la page 76 de ce volume. *Correspondance mathématique et physique*, 4 (1828), pp. 169-173.

BOBILLIER; ROCHE e REYNARD

[13] Démonstration du théorème de géométrie énoncé à la page 28 du présent volume. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 18 (1827-1828), pp. 111-113.

BOBILLIER; ROCHE e VALLÈS

[16] Solution des quatre problèmes de géométrie énoncés à la pag. 56 du présent volume. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 18 (1827-1828), pp. 175-182.

K.3 Fontes primárias: Textos impressos de outros autores.

ALASIA (Cristofora)

[1902] Réponse 2138. *L'Intermédiaire des Mathématiciens*, 9, (1902), p. 163.

AMÉDÉE MOREL.

[1823] Géométrie élémentaire. Démonstration d'un théorème de géométrie. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 13 (1822-1823), pp. 267-269.

ANÔNIMO (textos autorais não assinados ou assinados por pseudônimos)

[1814 a] M.B.***, abonné. Questions résolues. Démonstration du premier des deux théorèmes énoncés à la page 196 de ce volume. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 4 (1813-1814), pp. 379-381.

[1814 b] un ABONNÉ. Questions résolues. Démonstration des deux théorèmes de géométrie énoncés à la page 384 du 4.^{e} volume de ce recueil. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 5 (1814-1815), pp. 88-92.

[1816] un ABONNÉ. Questions résolues. Solution des deux problèmes de géométrie proposés à la page 60 de ce volume. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 6 (1815-1816), pp. 221-228.

[1819 a] un ABONNÉ. Géométrie élémentaire. Démonstration de quelques propriétés de l'angle plan, du triangle, de l'angle trièdre et du tétraèdre. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 9 (1818-1819), pp. 271-276.

[1819 b] un ABONNÉ. Géométrie élémentaire. Recherches sur les polyèdres, renfermant em particulier un commencement de solution du problème proposé à la page 256 du VII.^{e} volume des Annales. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 9 (1818-1819), pp. 321-344.

[1822] un ABONNÉ. Géométrie élémentaire. Sur la construction du cercle tangent à trois cercles donnés. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 13 (1822-1823), pp. 193-200.

[1823] M.C.G. Solution de deux des problèmes de géométrie, proposés à la page 304 du XIII.^{e} volume des Annales. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 14 (1823-1824), pp. 24-27.

[1826] un ABONNÉ. Solution du dexième problème. [Questions résolues. Solutions des deux premiers problémes de géométrie proposés à la page 327 du précedent volume.] *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 17 (1826-1827), pp. 166-171.

[1828] un ABONNÉ. Géométrie des lignes et surfaces courbes. Démonstration de deux théorèmes. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 18 (1827-1828), pp. 368-371.

[1829] M. L. P. F. R. Géométrie élémentaire. Sur les quatre cercles qui touchent les trois côtés d'un même triangle, et sur les huit sphères qui touchent les quatre faces d'un même tétraèdre. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 19 (1828-1829), pp. 211-218.

[1830] un ABONNÉ. Géométrie analytique. Sur les nombres des conditions nécessaires pour déterminer une ligne ou une surface du seconde ordre. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 20 (1829-1830), pp. 185-195.

BARTET (G.)

[1862] Solution des questions 622, 621. *Nouvelles annales de mathématiques*, 2^e série, tome 1 (1862), pp. 312-315.

BÉRARD

[1812] Géométrie analitique. Application de la méthode de maximis et minimis à la recherche des grandeur et direction des diamètres principaux, dans les lignes et surfaces du second ordre qui ont un centre ; ces lignes et surfaces etánt rapportées à des axes de directions quelconques, passant par ce centre. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 3 (1812-1813), pp. 105-113.

[1815] Géométrie analitique. Construction géométrique des équations du deuxième degré à deux et à trois variables. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 6 (1815-1816), pp. 157-169.

BERTRAND (Joseph)

[1899] Compte rendus de "La Vie d'Evariste Galois", par Dupuy. *Journal des Savants* (juillet de 1899), pp. 389-400.

BOURDON (Louis Pierre Marie)

[1825] *Application de l'algèbre à la géométrie.* Paris: Bachelier (1825).

du BOURGUET

[1815] Géométrie transcendante. Théorie géométrique de la cycloide. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 6 (1815-1816), pp. 29-45.

BRET (Jean Jacques)

[1811 a] Géométrie analitique. Détermination de la longueur des axes principaux dans les surfaces du second ordre qui ont un centre. *Annales de mathémati-ques pures et appliqueés*, 2 (1811-1812), pp. 33-37.

[1811 b] Géométrie analitique. Recherche de la position des axes principaux dans les surfaces du second ordre. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 2 (1811-1812), pp. 144-152.

[1813] Géométrie analitique. Mémoire sur les surfaces du second ordre. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 4 (1813-1814), pp. 93-114.

[1815 a] Géométrie analitique. Théorie analitique de la ligne droite et du plan. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 5 (1814-1815), pp. 329-341.

[1815 b] Géométrie des courbes. Essai sur la recherches des grandeur et direction des diamètres principaux, dans les lignes et surfaces du second ordre qui ont un centre. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 5 (1814-1815), pp. 357-362.

[1818] Géométrie analytique. Sur une méthode analitique pour la recherche des foyers des sections coniques. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 8 (1817-1818), pp. 317-321.

BRIANCHON (Charles Julien)

[1806] Mémoire sur les surfaces courbes du second degré. *Journal de l'École Polytechnique*, Cahier XIII, Tome 6, pp. 297-311 (avril 1806).

[1807] Des courbes du second degré (Lettre de M. Brianchon, officier d'artillerie, ancien élève de l'École Impériale Polytechnique). *Correspondance sur l'École Impériale Polytechnique (rédigée par M. Hachette)*, n. 7 pp. 307-310 (janvier 1807).

[1817] *Mémoire sur les lignes du second ordre.* Paris: Bachelier (1817).

BRIANCHON (Charles Julien) e PONCELET (Jean Victor)

[1821] Géométrie de courbes. Recherches sur la détermination d'une hyperbole équilatère, au moyen de quatre conditions données. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 11 (1820-1821), pp. 205-220.

BROCARD (Henri)

[1885] Question 1500. Note de M. H. Brocard. *Nouvelles annales de mathématiques*, 3^e série, tome 4 (1885), pp. 524-525.

[1901] Réponse 2138. *L'Intermédiaire des Mathématiciens*, 8, (1901), pp. 329-330.

[1902] Réponse 2138. *L'Intermédiaire des Mathématiciens*, 9, (1902), pp. 163-164.

BULLETIN de FERUSSAC (textos de editores e redatores)

[1826 a] Annales de mathématiques pures et appliquées; par Gergonne. Tom. XVI, n^{os} 6 et 7, déc. 1825 et janv. 1826. *Bulletin des sciences mathématiques, astronomiques, physiques et chimiques*, 5 (1826), pp. 108-115.

[1826 b] Annales de mathématiques pures et appliquées; par M. Gergonne. Tom. XVI, n^o 10, avril 1826. *Bulletin des sciences mathématiques, astronomiques, physiques et chimiques*, 6 (1826), pp. 25-28.

[1826 c] Annales de mathématiques pures et appliquées; par M. Gergonne. Tom. 17, n^{os} 2 et 3; août et septemb. 1826. *Bulletin des sciences mathématiques, astronomiques, physiques et chimiques*, 6 (1826), pp. 271-274.

[1827 a] Annales de mathématiques pures et appliquées; par M. Gergonne. Tom. XVII, n^o 8; fév 1827. *Bulletin des sciences mathématiques, astronomiques, physiques et chimiques*, 7 (1827), pp. 221-223.

[1827 b] Annales de mathématiques pures et appliquées; par M. Gergonne. Tom. XVII, n^{os} 9 et 10; mars et avril 1827. *Bulletin des sciences mathématiques, astronomiques, physiques et chimiques*, 7 (1827), pp. 273-280.

[1827 c] Annales de mathématiques pures et appliquées; par M. Gergonne. Tom. XVII, n^o 11; mai 1827. *Bulletin des sciences mathématiques, astronomiques, physiques et chimiques*, 7 (1827), pp. 355-357.

[1827 d] Observation sur un passage de l'article 216 du *Bulletin* de mai 1827 (par Augoyat). *Bulletin des sciences mathématiques, astronomiques, physiques et chimiques*, 7 (1827), p. 383.

[1827 e] Annales de mathématiques pures et appliquées; par M. Gergonne. Tom. XVII, n^o 12, juin 1827. *Bulletin des sciences mathématiques, astronomiques, physiques et chimiques*, 8 (1827), pp. 104-106.

[1827 f] Annales de mathématiques pures et appliquées; par M. Gergonne. Tom. XVIII, n^{os} 1 et 2, juill. et août 1827. *Bulletin des sciences mathématiques, astronomiques, physiques et chimiques*, 8 (1827), pp. 172-174.

[1827 g] Annales de mathématiques pures et appliquées; par M. Gergonne. Tom. XVIII, n^o 3; septembre 1827. *Bulletin des sciences mathématiques, astronomiques, physiques et chimiques*, 8 (1827), pp. 237-239.

[1827 h] Annales de mathématiques pures et appliquées; par M. Gergonne. Tom. XVIII, n^o 4; octobre 1827. *Bulletin des sciences mathématiques, astronomiques, physiques et chimiques*, 8 (1827), pp. 303-306.

[1828 a] Principes d'Algèbre par M. Bobilier. *Bulletin des sciences mathématiques, astronomiques, physiques et chimiques*, 9 (1828), p. 7.

[1828 b] Annales de mathématiques pures et appliquées; par M. Gergonne. Tom. XVIII, cah. 5; novembre 1827. *Bulletin des sciences mathématiques, astronomiques, physiques et chimiques*, 9 (1828), pp. 23-26.

[1828 c] Annales de mathématiques pures et appliquées; par M. Gergonne. Tome XVIII, n^o 6; décembre 1827. *Bulletin des sciences mathématiques, astronomiques, physiques et chimiques*, 9 (1828), pp. 80-83.

[1828 d] Annales de mathématiques pures et appliquées; par M. Gergonne; Tom. XVIII, n^o 7; janvier 1828. *Bulletin des sciences mathématiques, astronomiques, physiques et chimiques*, 9 (1828), pp. 229-232.

[1828 e] Annales de mathématiques pures et appliquées; par M. Gergonne; Tom. XVIII, n^o 9 et 10; mars et avril 1828. *Bulletin des sciences mathématiques, astronomiques, physiques et chimiques*, 9 (1828), pp. 302-308.

[1828 f] Correspondance mathématique et physique; par M. Quetelet. Tom III, n^o 6. *Bulletin des sciences mathématiques, astronomiques, physiques et chimiques*, 10 (1828), pp. 1-2.

[1828 g] Annales de mathématiques pures et appliquées; par M. Gergonne. Tome XVIII, n^o 11, mai 1828. *Bulletin des sciences mathématiques, astronomiques, physiques et chimiques*, 10 (1828), pp. 14-17.

[1828 h] Correspondance mathématique et physique; par M. Quetelet; To. IV, n^{os} 1 et 2. *Bulletin des sciences mathématiques, astronomiques, physiques et chimiques*, 10 (1828), pp. 108-110.

[1828 i] Annales de mathématiques pures et appliquées; par M. Gergonne. Tom. XVIII, n^o 8; février 1828. *Bulletin des sciences mathématiques, astronomiques, physiques et chimiques*, 10 (1828), pp. 120-122.

[1828 j] Analytisch Geometrische Entwicklungen. – Développements de Géométrie analytique; par le Dr J. Plüker. Tome I^{er}. *Bulletin des sciences mathématiques, astronomiques, physiques et chimiques*, 10 (1828), pp. 178-179.

[1828 k] Journal für die reine und angewandte mathematik. – Journal de mathématiques pures et appliquées; publié par M. Crelle. Tom. III, cah. 2^e. *Bulletin des sciences mathématiques, astronomiques, physiques et chimiques*, 10 (1828), pp. 180-183.

[1828 l] Annales de mathématiques pures et appliquées; par M. Gergonne. Tom. XVIII, n^{o} 12, juin 1828. *Bulletin des sciences mathématiques, astronomiques, physiques et chimiques*, 10 (1828), pp. 185-187.

[1828 m] Correspondance mathématique et physique; Tom IV, n^{os} 3, 4 et 5; par M. Quetelet. *Bulletin des sciences mathématiques, astronomiques, physiques et chimiques*, 10 (1828), pp. 233-235.

[1828 n] Annales de mathématiques pures et appliquées; par M. Gergonne. Tom. XIX, n^{o} 3 et 4; sept. Et oct. 1828. *Bulletin des sciences mathématiques, astronomiques, physiques et chimiques*, 10 (1828), pp. 281-286.

[1828 o] Annales de mathématiques pures et appliquées; par M. Gergonne; Tom. XIX, n^{os} 5 et 6. Nov. Et déc. 1828. *Bulletin des sciences mathématiques, astronomiques, physiques et chimiques*, 10 (1828), pp. 325-330.

[1829 a] Traité des surfaces réglées; par G. Gascheau. *Bulletin des sciences mathématiques, astronomiques, physiques et chimiques*, 11 (1829), pp. 89.

[1829 b] Annales de mathématiques pures et appliquées; par M. Gergonne. Tom. XIX, n^{o} 7, janvier 1829. *Bulletin des sciences mathématiques, astronomiques, physiques et chimiques*, 11 (1829), pp. 90-92.

[1829 c] Annales de mathématiques pures et appliquées; par M. Gergonne. Tom. XIX, n^{os} 8 et 9; février et mars 1829. *Bulletin des sciences mathématiques, astronomiques, physiques et chimiques*, 11 (1829), pp. 157-162.

[1829 d] Annales de mathématiques pures et appliquées; par M. Gergonne. Tom. XIX, n^{o} 10; avril 1829. *Bulletin des sciences mathématiques, astronomiques, physiques et chimiques*, 11 (1829), pp. 253-256.

[1829 e] Annales de mathématiques pures et appliquées; par M. Gergonne; Tom. XIX, n^{o} 11, mai 1829. *Bulletin des sciences mathématiques, astronomiques, physiques et chimiques*, 11 (1829), pp. 321-324.

[1829 f] Annales de mathématiques pures et appliquées; par M. Gergonne. T. XIX, n^{o} 12, juin 1829. *Bulletin des sciences mathématiques, astronomiques, physiques et chimiques*, 12 (1829), pp. 1-3.

[1829 g] Annales de mathématiques pures et appliquées; par M. Gergonne. Tom. XX, n^{o} I^{er}, juillet 1829. *Bulletin des sciences mathématiques, astronomiques, physiques et chimiques*, 12 (1829), pp. 3-8.

[1829 h] Annales de mathématiques pures et appliquées; par M. Gergonne. Tom. XX, n^{o} 5; novembre 1829. *Bulletin des sciences mathématiques, astronomiques, physiques et chimiques*, 12 (1829), pp. 380-381.

[1830 a] Annales de mathématiques pures et appliquées; par M. Gergonne. Tom. XX, n^{o} 6, décembre 1829. *Bulletin des sciences mathématiques, astronomiques, physiques et chimiques*, 13 (1830), pp. 4-7.

[1830 b] Annales de mathématiques pures et appliquées; par M. Gergonne. Tom. XX, n^{os} 10 et 11, avril et mai 1830. *Bulletin des sciences mathématiques, astronomiques, physiques et chimiques*, 13 (1830), pp. 241-246.

CARNOT (Lazare Nicolas Marguerite)

[1806] *Mémoire sur la relation qui existe entre les distances respectives de cinq points quelconques pris dans l'espace; suivi d'un essai sur la théorie des tranversales.* Paris: Courcier (1806).

CATALAN (Eugène Charles)

[1858] Extraction abrégée de la racine carrée. *Nouvelles annales de mathématiques*, 1^{re} série, tome 17 (1858), pp. 232-233.

CAUCHY (Augustin Louis)

[1820] Géométrie des courbes. Rapport à l'académie royale des sciences; par Cauchy ; Sur un mémoire relatif aux propriétés projectives des sections coniques ; par Poncelet. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 11 (1820-1821), pp. 69-83.

[1826] Rapport à l'Académie royale des sciences, par Cauchy; sur un mémoire relatif aux propriétés des centres de moyennes hamoniques; par Poncelet. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 16 (1825-1826), pp. 349-360.

[1828] Rapport sur un mémoire de M. Poncelet, relatif à la théorie des polaires réciproques, présenté à l'Académie des sciences, le 8 février 1828. *Bulletin des sciences mathématiques, astronomiques, physiques et chimiques*, 9 (1828), pp. 225-229.

CHARBONIER (Dr)

[1910] Réponse 1104. *L'Intermédiaire des Mathématiciens*, 17, (1910), pp. 125-126.

CHASLES (Michel)

[1828 a] Géométrie pure. Théorèmes sur les sections coniques confocales. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 18 (1827-1828), pp. 269-276.

[1828 b] Géométrie de situation. Mémoire sur les propriétés des systèmes de sections coniques, situées dans um même plan. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 18 (1827-1828), pp. 277-301.

[1828 c] Géométrie pure. Mémoire sur les projections stéréographiques, et sur les coniques homothétiques. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 18 (1827-1828), pp. 305-320.

[1828 d] Mathématiques transcendantes. Géométrie. Extrait d'une lettre de M. Chasles, sur les surfaces du second degré. *Correspondance mathématique et physique*, 4 (1828), pp. 294-295.

[1828 e] Géométrie de situation. Additions et corrections au mémoire sur les propriétés des systèmes de coniques, inséré à la pag. 277 du précédent volume. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 19 (1828-1829), pp. 26-32.

[1828 f] Géométrie de situation. Démontration de quelques propriétés du triangle, de l'angle trièdre et du tétraèdre, considérés par rapport aux lignes et surfaces du second ordre. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 19 (1828-1829), pp. 65-85.

[1828 g] Géométrie de situation. Recherches sur les projections stéréographiques, et sur diverses propriétés générales des surfaces du second ordre. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 19 (1828-1829), pp. 157-175.

[1829] Propriété générales des coniques. *Correspondance mathématique et physique*, 5 (1829), pp. 6-22.

[1830] Propriétés générales des surfaces du second degré. *Correspondance mathématique et physique*, 6 (1830), pp. 312-315.

[1837 a] *Aperçu historique sur l'origine et le développement des méthodes en géométrie, particulièrement de celles qui se rapportent a la géométrie moderne.* Primeira edição, Bruxelles: Hayez Imprimeur de l'Académie Royale (1837). Segunda edição conforme a primeira, Paris: Gauthier-Villars (1875).

[1837 b] *La dualité et l'homographie (memoire faisant suite à l'Aperçu historique sur l'origine et le développement des méthodes en géométrie).* Primeira edição, Bruxelles: Hayez Imprimeur de l'Académie Royale (1837). Reimpressão integral, Paris: Éditions Jacques Gabay (1993).

[1852] *Traité de géométrie supérieure.* Primeira edição (1852). Segunda edição, Paris: Gauthier-Villars (1880).

[1870] *Rapport sur les progrès de la géométrie.* Paris: Imprimierie Nationale (1870). Reimpressão integral, Paris: Éditions Jacques Gabay (2007).

[1871] Propriétés de diamètres des courbes géométriques. *Nouvelles annales de mathématiques*, 2e série, tome 10 (1871), pp. 529-537.

CORRESPONDANCE MATHÉMATIQUE et PHYSIQUE (textos de editores)

[1826] Revue Scientifique. Géométrie et Mécanique des arts et métiers et des beaux arts; par Dupin. *Correspondance mathématique et physique*, 02 (1826), pp. 62; 302-304.

[1827 a] Questions. *Correspondance mathématique et physique*, 03 (1827), p. 180.

[1827 b] Revue Scientifique. Principes d'Algèbre; par E. E. Bobillier. *Correspondance mathématique et physique*, 3 (1827), pp. 257-259.

[1827 c] Questions *Correspondance mathématique et physique*, 03 (1827), p. 315.

[1828] Questions. *Correspondance mathématique et physique*, 04 (1828), pp. 76-77.

COSTE

[1817] Géométrie descriptive. Application de la méthode des projections à la resolution de quelques problèmes de géométrie plane. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 7 (1816-1817), pp. 304-310.

[1818] Géométrie des courbes. Propriétés peu connues de la parabole, et construction de cette courbe, au moyen de quatre conditions données. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 8 (1817-1818), pp. 261-284.

CREMONA (Luigi)

[1873] *Elements of Projective Geometry.* Tradução de *Elementi di geometria projettiva*, de 1873, para o inglês por Charles Leudesdorf. Oxford: Claredon Press (1885).

DANDELIN (Germinal Pierre)

[1825] Géométrie pure. Recherches nouvelles sur les sections du cone et sur les hexagones inscrits et circonscrites à ces sections. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 15 (1824-1825), pp. 387-396.

[1826] Géométrie pure. Usages de la projection stéréographique en géométrie (extrait; par Gergonne). *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 16 (1825-1826), pp. 322-327.

[1827] Géométrie. Propriétés projectives des courbes du second degré. *Correspondance mathématique et physique*, 3 (1827), pp. 9-12.

DEWULF (Eugène Edouard Désiré)

[1859] Mémoire sur les polaires inclinées. *Nouvelles annales de mathématiques*, 1^{re} série, tomo 18 (1859), pp. 322-333; tome 19 (1860), pp. 175-180.

[1878] Essai d'une théorie géométrique des polaires inclinées. *Bulletin des sciences mathématiques et astronomiques*, 2^{e} série, tome 2, n.1 (1878), pp. 41-48.

DUPIN (Pierre Charles)

[1828] *Géométrie et méchanique des arts et métiers et des beaux arts. Tome I : Géométrie.* Segunda edição, Paris: Bachelier (1828).

DURRANDE (Jean Baptiste)

[1815] Questions résolues. Démonstration du théorème de géométrie énoncé à la page 384 du V.^{e} volume de ce recueil. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 6 (1815-1816), pp. 49-54.

[1816] Géométrie descriptive. Recherche de la ligne de second ordre qui en touche trois autres données, sur une surface du même ordre. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 7 (1816-1817), pp. 27-30.

[1817] Questions résolues. Observations sur les deux théorèmes de géométrie énoncés aux pages 250 et 320 du IV.^{e} volume des Annales. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 7 (1816-1817), pp. 253-255.

[1820] Géométrie élémentaire. Théorie élémentaire des contacts des cercles, des sphères, des cylindres et des cônes. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 11 (1820-1821), pp. 1-67.

[1823 a] Questions résolues. Démonstration du théorème de géomé-trie énoncé à la page 260 du XII.^{e} volume de ce recueil. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 13 (1822-1823), pp. 305-313.

[1823 b] Géométrie. Démonstration élémentaire des principales propriétés des hexagones inscrits et circonscrites au cercle, suivi de la solution de divers problèmes de géométrie. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 14 (1823-1824), pp. 29-62.

[1824 a] Géométrie élémentaire. Démonstration d'un théorème de géométrie. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 14 (1823-1824), pp. 309-313.

[1824 b] Géométrie élémentaire. Démonstration des propriétés des quadrilatères à la fois inscriptible et circonscriptible au cercle. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 15 (1824-1825), pp. 133-145.

[1825] Questions résolues. Solution de deux des quatre problè-mes de géométrie proposés à la page 68 du XI^e volume des Annales, et de deux autres problèmes analogues. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 16 (1825-1826), pp. 112-117.

ÉCOLE POLYTECHNIQUE

[1895] *Livre du Centenaire, 1794-1894, tome 1. L'École et la Science.* Paris: Gauthier-Villars (1895).

ENCONTRE (D.)

[1810] Questions résolues. Solution du problème I da la page 17 de ce volume, pris dans son énoncé le plus général. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 1 (1810-1811), pp. 122-124.

ENCONTRE (fils)

[1814] Démonstration du théorème énoncé à la page 160 de ce volume. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 4 (1813-1814), pp. 294-295.

ESTIENNE (Jean Baptiste Eugène)

[1885] Quelques réflexions sur l'étude géométrique des courbes géométriques et théorèmes pouvant y etre utiles. *Nouvelles annales de mathématiques*, 3^e série, tome 4 (1885), pp. 87-98, 131-138, 297-315.

EUVRARD (F.)

[1895] *Historique de l'école nationale des arts & métiers de Châlons-sur-Marne depuis sa fondation jusque'à nos jours (1780-1895).* Châlons-sur-Marne. Imprimerie de l'Union Républicaine (1895).

FANO (Gino)

[1915] Exposé parallèle du développement de la géométrie synthétique et de la géométrie analytique pendant le 19ième siècle; tradução e notas de Carrus; em Molk (Jules), ed., *Encyclopédie des sciences mathématiques pures et appliquées. Tome III (premier volume), Fondements de la géométrie*, pp. 185-259.

FERRIOT

[1812] Géométrie. Application de la doctrine des projections à la recherche des principales propriétés de l'ellipse. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 2 (1811-1812), pp. 240-248.

[1826 a] Géométrie des courbes. Théorèmes sur l'ellipse. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 16 (1825-1826), pp. 373-376.

[1826 b] Géométrie de la règle. Note sur la théorie des transversales. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 17 (1826-1827), pp. 141-148.

FERRY (Claude Joseph)

[1828] Ouvrages périodiques. Rapport sur les Annales de mathématiques pures et appliquées, tome 18. *Revue encyclopédique*, 31 (1828), pp. 233-235.

FINCK (Pierre Joseph Étienne)

[1844 a] Note sur une nouvelle méthode de géométrie analytique. *Nouvelles annales de mathématiques*, 1re série, tome 3 (1844), pp. 147-154.

[1844 b] Réponse aux notes des pages 148, 149. *Nouvelles annales de mathématiques*, 1re série, tome 3 (1844), pp. 401-404.

FOURCY (Ambroise)

[1828] *Histoire de L'École Polytechnique*. Paris (1828). Reimpressão integral na coleção "Bicentenaire de la révolution", com apresentação de Dhombres (Jean), Paris: Belin (1987).

FRÉGIER (Paul Félix)

[1816 a] Géométrie analitique. Théorèmes nouveaux sur les lignes et surfaces du second ordre. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 6 (1815-1816), pp. 229-241.

[1816 b] Géométrie analitique. Théorèmes nouveaux sur les lignes et surfaces du second ordre. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 6 (1815-1816), pp. 321-326.

[1816 c] Géométrie analitique. Théorèmes nouveaux, sur les lignes et surfaces du second ordre. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 7 (1816-1817), pp. 95-98.

FRICKER (M.)

[1901] Question 2138. *L'Intermédiaire des Mathématiciens*, 8, (1901), p. 189.

GARNIER

[1813] Géométrie. Recherche de la distance entre les centres des cercles inscrit et circonscrite à un même triangle. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 3 (1812-1813), pp. 346-347.

GASCHEAU (Gabriel)

[1828] *Géométrie Descriptive. Traité des surfaces réglées.* Paris: Bachelier (1828).

[1841] Remarques sur la théorie géométrique des axes permanents de rotation. *Journal de mathématiques pures et appliqueés*, 6 (1841), pp. 241-266.

GARBINSKI (H.)

[1829] Quelques observations sur les quatre droites données dans l'espace et non comprises deus à deux dans un même plan. *Journal für die reine und angewandte mathematik*, 5 (1829), pp. 174-180.

GERGONNE (Joseph Diaz)

[1811 a] Solution du dernier des deux problèmes proposés à la page 196 de ce volume. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 1 (1810-1811), pp. 343-348.

[1811 b] Géométrie. Note sur le problème de l'inscription de trois cercles à un triangle, traité à la page 343 du premier volume des Annales. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 2 (1811-1812), pp. 60-64.

[1812] Addition au précédent mémoire. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 2 (1811-1812), pp. 335-338.

[1813 a] Géométrie analitique. Théorie analitique des pôles des lignes et des surfaces du second ordre.*Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 3 (1812-1813), pp. 293-302.

[1813 b] Trigonométrie. Démonstration de quelques formules de trigonométrie rectiligne et de trigonométrie sphérique. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 3 (1812-1813), pp. 348-352.

[1813 c] Géométrie transcendante. Recherche des lignes et surfaces qui em touchent une infinité d'autres, se succédant suivant une loi uniforme. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 3 (1812-1813), pp. 361-368.

[1813 d] Géométrie de la règle. Application de la doctrine des projections à la démonstration des propriétés des hexagones inscrits et circonscrites aux sections coniques. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 4 (1813-1814), pp. 78-84.

[1814 a] Géométrie. Recherche du cercle qui en touche trois autres sur une sphère. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 4 (1813-1814), pp. 349-359.

[1814 b] Géométrie transcendante. Démonstration des principaux théorèmes de M. Dupin sur la courbure des surfaces. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 4 (1813-1814), pp. 368-378.

[1814 c] Démonstration de la propriéte des hexagones inscrits et circonscrits à une section conique. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 4 (1813-1814), pp. 381-384.

[1814 d] Géométrie des courbes. Description des sections coniques, par les intersections continuelles de leurs tangentes. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 5 (1814-1815), pp. 49-51.

[1814 e] Géométrie analitique. Essai d'un nouveau mode de discussion de l'équation générale des lignes et de celles des surfaces du second ordre. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 5 (1814-1815), pp. 61-87.

[1817 a] Géométrie analitique. Recherche du cercle qui en touche trois autres sur un plan. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 7 (1816-1817), pp. 289-303.

[1817 b] Géométrie de la règle. Solution et construction, par la géométrie analitique, de deux problèmes dependant de la géométrie de la règle. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 7 (1816-1817), pp. 325-334.

[1817 c] Philosophie mathématique. De l'analise et de la synthèse, dans les sciences mathématiques. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 7 (1816-1817), pp. 345-372.

[1817 d] Réflexions sur l'article précédent. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 8 (1817-1818), pp. 156-161.

[1818] Géométrie analitique. Théorie élémentaire de la courbure des lignes et des surfaces courbes. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 9 (1818-1819), pp. 127-195.

[1820] Géométrie analitique. Solutions analitiques des mêmes problèmes. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 11 (1820-1821), pp. 153-162.

[1821 a] Questions résolues. Démonstration des deux théorèmes de géométrie énoncés à la page 289 du IX.^{e} volume de ce recueil. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 11 (1820-1821), pp. 326-336.

[1821 b] Questions résolues. Solution du premier des problèmes de géométrie proposés à la page 228 de ce volume. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 11 (1820-1821), pp. 379-400.

[1821 c] Géométrie analitique. Recherches sur le nombre, la grandeur et la situation des systèmes de diamètres conjugués égaux, dans l'ellipsoïde. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 12 (1821-1822), pp. 157-167.

[1824] Géométrie élémentaire. Recherche de quelques-unes des lois générales qui régissent les polyèdres. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 15 (1824-1825), pp. 157-164.

[1826 a] Philosophie mathématique. Considérations philosophiques sur les élémens de la science de l'étendu. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 16 (1825-1826), pp. 209-231.

[1826 b] Géométrie analitique. De la nature et des propriétés principales des sections planes de toute surface conique du second ordre. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 16 (1825-1826), pp. 361-372.

[1827 a] Géométrie de situation. Recherches sur quelques lois générales qui régissent les lignes et surfaces algébriques de tous les ordres. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 17 (1826-1827), pp. 214-252.

[1827 b] Réflexion sur le précédent article. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 17 (1826-1827), pp. 272-276.

[1827 c] [Nota de rodapé]. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 17 (1826-1827), p. 383.

[1827 d] Questions resolues. Démonstrations d'un théorème relatif aux lignes du second ordre circonscrite à une même quadrilatère, renfermant la solution du premier des trois problèmes de géométrie énoncés à la page 284 du précédent volume. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 18 (1827-1828), pp. 100-110.

[1827 e] Géométrie de situation. Rectification de quelques théorèmes énoncés dans les Annales. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 18 (1827-1828), pp. 149-154.

[1828 a] Géométrie de situation. Notes sur une inadvertance grave, commise à la pag 336 du précédent volume. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 19 (1828-1829), pp. 32-35.

[1828 b] Géométrie de situation. Double théorème de géométrie à trois dimensions. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 19 (1828-1829), pp. 114-119.

[1828 c] Géométrie de situation. Rectifications de divers propositions énoncées dans les Annales. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 19 (1828-1829), pp. 120-123.

[1829 a] Géométrie de situation. Sur le degré de la polaire réciproque d'une courbe proposée. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 19 (1828-1829), pp. 218-220.

[1829 b] Géométrie analytique. Note sur un article de la Revue Encyclopédique. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 19 (1828-1829), pp. 220-223.

[1829 c] Géométrie de situation. Note sur le nombre des conditions nécessaires pour que quatre droites appartiennent à une même surface de second ordre. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 19 (1828-1829), pp. 241-245.

[1829 d] Géométrie de situation. Sur le théorème d'Euler relatif aux polyèdres. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 19 (1828-1829), pp. 333-339.

GUETTIER (André)

[1865] *Histoire des Écoles Imperiales d'Arts et Métiers.* Paris (1865).

LACROIX (Sylvestre François)

[1805] *Ensaios sobre o ensino em geral e o de matemática em particular.* Tradução de Karina Rodrigues. Revisão, posfácio e notas de Antonio Vicente Marafioti Garnica e Maria Laura Magalhães Gomes. São Paulo: Editora UNESP (2013).

LAMÉ (Gabriel)

[1817] Géométrie analitique. Sur les intersections des lignes et des surfaces. Extrait d'un mémoire présenté à l'académie royale des sciences, en décembre 1816. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 7 (1816-1817), pp. 229-240.

[1818] *Examen des différentes méthodes employées pour résoudre les problèmes de géométrie.* Paris: Courcier (1818). Reimpresso integral, Paris: ditions Jacques Gabay (2008).

LECHMUTZ

[1820] Géométrie mixte. Solution du problème où il s'agit d'inscrire à un triangle donne quelconque trois cercles tels que chacun d'eux touche les deux autres et deux côtes du triangle. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 10 (1819-1820), pp. 289-298.

LEGENDRE (Adrien Marie)

[1794] *Éléments de Géométrie, avec des notes.* 11ª edição. Paris: Firmin Didot (1817).

LEMOINE (Émile)

[1892] Application d'une méthode d'evaluation de la simplicité des constructions à la comparaison de quelques solutions du probléme d'Apollonius. *Nouvelles annales de mathématiques*, 3ᵉ série, tome 11 (1892), pp. 453-474.

LENTHÉRIC

[1825] Démonstration des deux théorèmes d'analise et de géométrie énoncés à la page 64 du present volume, et du théorème de géométrie énoncé à la page 344 du volume précédent. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 16 (1825-1826), pp. 120-132.

LHUILLIER

[1810] Théorèmes sur les triangles, relatifs à la page 64 de ces Annales. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 1 (1810-1811), pp. 149-158.

[1812] Géométrie. Mémoire sur la polyédrométrie ; contenant une démonstration directe du Théorème d'Euler sur les polyèdres, et une examen des diverses exceptions auxquelles ce théorème est assujetti ; extrait par Gergonne. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 3 (1812-1813), pp. 169-189.

[1813] Géométrie. Mémoire sur les solides réguliers. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 3 (1812-1813), pp. 233-237.

LOBATTO

[1828] Addition à la solution du probleme sur les valeurs moyennes des nombres, donnée dans le numéro précédent. *Correspondance mathématique et physique*, 04 (1828), pp. 233-234.

MAGNUS (L. F.)

[1825 a] Géométrie des surfaces courbes. Théorèmes sur l'hyperboloide à une nappe et sur la surface conique du second ordre. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 16 (1825-1826), pp. 33-39.

[1825 b] Géométrie transcendante. Démonstration de quelques théorèmes sur les enveloppes. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 16 (1825-1826), pp. 80-91.

MANNHEIM (Amédée)

[1901] Réponse 2138. *L'Intermédiaire des Mathématiciens*, 8, (1901), p. 330.

MANSION (Paul)

[1873] Notice sur les travaux de Jules Plücker. *Bulletin des sciences mathématiques et astronomiques*, tome 5 (1873), pp. 313-319.

MEHMKE (R.)

[1897] Question 1104. *L'Intermédiaire des Mathématiciens*, 4, (1897), p. 169.

[1907] Question 1104. *L'Intermédiaire des Mathématiciens*, 14, (1897), p. 265.

MENTION (Jules Alexandre)

[1865] Sur l'hyperbole équilatère. *Nouvelles annales de mathématiques*, 2e série, tome 4 (1865), pp. 30-39.

MERCADIER (Ernest Jules Pierre)

[1894] Histoire de l'enseignement de l'École Polytechnique; em École Polytechnique, *Livre du Centenaire, 1794-1894, tome 1. L'École et la Science*, pp. 1-88.

MOLK (Jules), ed.

[1916] *Encyclopédie des sciences mathématiques pures et appliquées. Tome III (premier volume), Fondements de la géométrie.* Primeira edição, Paris: Gauthier-Villars (1904-1916). Reimpressão integral, Paris: Éditions Jacques Gabay (1991).

MONGE (Gaspard)

[1799] *Géométrie Descriptive.* Leçnos données aux Écoles Normales, l'An 3 de la République. Paris: Baudouin (An VII, isto é, 1799).

[1801 a] *Application de l'Analyse à la Géométrie. Première partie: Des surfaces du premier et second degré.* Originalmente publicada em co-autoria com Hachette no *Journal de l'École Polytechnique* (1801).

[1801 b] *Application de l'Analyse à la Géométrie. Second partie: Théorie des surfaces courbes et des courbes a double courbure.* Originalmente publicada sob o título *Feuilles d'Analyse appliquée à la Géométrie* (1795 e 1801).

[1807] *Application de l'Analyse à la Géométrie.* Edição aumentada, definitiva, reunindo as duas partes e editada por Hachette, Paris: Bernard (1807). Reimpressão integral desta edição na coleção "Les cours historiques de l'École Polytecnique", Paris: Ellipses (1994).

NOEL

[1829] De quelques propriétés résultantes des cercles qui touchent les directions des côtés d'un triangle. *Correspondance mathématique et physique*, 5 (1829), pp. 22-30.

NOUVELLES ANNALES de MATHÉMATIQUES

(textos de editores e redatores)

[1859] Bulletin de bibliographie, d'histoire et de biographie mathématiques. *Nouvelles annales de mathématiques*, 1re série, tome 18 (1859), pp. 1-96.

[1862] Questions. *Nouvelles annales de mathématiques*, 2re série, tome 1 (1862), p. 169-172.

OLIVIER (Théodore)

[1829] Mémoire sur les propriétés des hyperboles et des paraboles, considérées comme le lieu des pôles d'un cercle mobile et variable de rayon, assujetti à passer par un point fixe, et dont le centre se meut en ligne droite. *Correspondance mathématique et physique*, 5 (1829), pp. 51-57.

PLÜCKER (Julius)

[1826 a] Géométrie de la règle. Théorèmes et problèmes, sur les contacts des sections coniques. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 17 (1826-1827), pp. 37-59.

[1826 b] Géométrie analytique. Recherche graphique du cercle osculateur, pour les lignes du second ordre. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 17 (1826-1827), pp. 69-72.

[1827] Géométrie analytique. Mémoire sur les contacts et sur les intersections des cercles. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 18 (1827-1828), pp. 29-47.

[1828 a] *Analytisch Geometrisch Entwicklungen*, vol 1. Essen: Baedeker (1828).

[1828 b] Géométrie analytique. Recherches sur les courbes algébriques de tous les degrés. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 19 (1828-1829), pp. 97-106.

[1828 c] Géométrie analytique. Recherches sur les surfaces algébriques de tous les degrés. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 19 (1828-1829), pp. 129-137.

[1828 d] Réclamation. *Bulletin des sciences mathématiques, astronomiques, physiques et chimiques*, 10 (1828), pp. 330-332.

[1829] Übe rein neues Princip der Geometrie und den Gebrauch allgemeiner Symbole und unbestimmter Coëfficienten. *Journal für die reine und angewandte mathematik*, 5 (1829), pp. 268-286.

[1831] *Analytisch Geometrisch Entwicklungen*, vol 2. Essen: Baedeker (1831).

[1834] Solution d'une question fondamentale concernant la théorie générale des courbes. *Journal für die reine und angewandte mathematik*, 12 (1834), pp. 105-108.

[1836] Théorèmes généraux concernant les équations d'un degré quelconque entre un nombre quelconque d'inconnues. *Journal für die reine und angewandte mathematik*, 16 (1837), pp. 47-57.

[1847] Note sur le théorème de Pascal. *Journal für die reine und angewandte mathematik*, 34 (1847), pp. 337-340.

PONCELET (Jean Victor)

[1817 a] Géométrie des courbes. Théorèmes nouveaux sur les lignes du second ordre. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 8 (1817-1818), pp. 1-13.

[1817 b] Correspondance. Lettre de Poncelet, capitaine du génie, ancien élève de l'école polytechnique au Redacteur des Annales. *Annales de mathéma-tiques pures et appliqueés*, 8 (1817-1818), pp. 68-71.

[1817 c] Philosophie mathématique. Reflexions sur l'usage de l'analise algèbrique dans la géométrie ; suivies de la solution de quelques problèmes dépendant de la géométrie de la règle. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 8 (1817-1818), pp. 141-155.

[1818] Questions résolues. Solution du dernier des deux problèmes de géométrie proposés à la page 36 de ce volume; Suivi d'une théorie des *pôlaires réciproques*, et de réflexions sur l'élimination. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 8 (1817-1818), pp. 201-232.

[1821 a] Géométrie élémentaire. Construction géométrique d'un cercle qui en touche trois autres donnes sur un plan ou sur une sphère, d'un cône droit qui en touche trois autres de même sommet, et d'une sphère qui en touche quatre autres dans l'espace. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 11 (1820-1821), pp. 317-322.

[1821 b] Géométrie des courbes. Démonstration du théorème de Newton, sur les quadrilatères circonscrits à une même section conique. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 12 (1821-1822), pp. 109-112.

[1822 a] *Traité des propriétés projectives des figures.* Paris: Bachelier (1822).

[1822 b] Géométrie des courbes. Recherches diverses sur le lieu des centres des sections coniques, assujeties à moins de conditions que n'en exige leur détermination complète; renfermant, en particulier, la solution des deux problèmes de géométrie proposés à la page 372 du XI.^{e} volume de ce recueil. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 12 (1821-1822), pp. 233-248.

[1827 a] Philosophie mathématique. Analyse d'un memoire présenté à l'Academie Royale des Sciences (extrait d'une lettre de l'Auteur au Redateur des Annales). *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 17 (1826-1827), pp. 265-272.

[1827 b] Note sur divers articles du *Bulletin des sciences* de 1826 et de 1827, relatifs à la théorie des polaires réciproques, à la dualité des proprietes de situation de l'étendu, etc. *Bulletin des sciences mathématiques, astronomiques, physiques et chimiques*, 8 (1827), pp. 109-117.

[1827 c] Polémique mathématique. Reclamation de M. le Capitaine Poncelet avec des notes par Gergonne. Note sur divers articles du Bulletin des sciences de 1826 et de 1827, relatifs à la théorie des polaires réciproques, à la dualité des propriétés de situation de l'étendue, etc. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 18 (1827-1828), pp. 125-149.

[1828 a] Sur la dualité de situation et sur la théorie des polaires réciproques, 2^{e} article en réponse aux observations de M. Gergonne, mentionnes pag. 23, cahier de janvier du présent *Bulletin des Sciences*, et insérées dans le tome XVIII des *Annales de Mathématiques*, p. 125 et suiv. *Bulletin des sciences mathématiques, astronomiques, physiques et chimiques*, 9 (1828), pp. 292-302.

[1828 b] Mémoire sur les centres moyennes harmoniques; pour faire suite au traité des propriétés projectives des figures, et servir d'introduction à la Théorie générale des propriétés projectives de courbes et surfaces géométriques. *Journal für die reine und angewandte mathematik*, 3 (1828), pp. 213-272.

[1829 a] Réponse de M. Poncelet aux réclamations de M. Plücker. *Bulletin des sciences mathématiques, astronomiques, physiques et chimiques*, 11 (1829), pp. 330-333.

[1829 b] Mémoire sur la théorie générale des polaires réciproques; pour faire suite au Mémoire sur les centres moyennes harmoniques. *Journal für die reine und angewandte mathematik*, 4 (1829), pp. 1-71.

[1862] *Applications d'analyse et de géométrie qui ont servi de principal fondement au traité des propriétés projectives des figures*, tome I. Paris: Mallet-Bachelier (1862).

[1864] *Applications d'analyse et de géométrie qui ont servi de principal fondement au traité des propriétés projectives des figures*, tome II. Paris: Gauthier-Villars (1864).

[1866] *Traité des propriétés projectives des figures*, tome II. Segunda edição revista e aumentada pelo autor. Paris: Gauthier-Villars (1866).

QUERRET

[1823] [Démonstrations diverses du théorème de géométrie énoncé à la page 212 du présent volume]. Démonstration de M.Querret. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 13 (1822-1823), pp. 321-328.

QUERRET e GERGONNE

[1824] Géométrie élémentaire. Démonstration de deux théorèmes de géométrie, desquels on peut déduire, comme cas particulier, le théorème de M. Hamett, mentionné aux pages 334 et 374 du précédent volume. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 15 (1824-1825), pp. 84-89.

QUESTIONS PROPOSÉES (textos não autorais nos *Annales de Gergonne*)

[1810 a] Questions proposées. Problèmes de géométrie. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 1 (1810-1811), p. 17.

[1810 b] Questions proposées. Théorème de géométrie. Porismes. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 1 (1810-1811), pp. 62-64.

[1810 c] Questions proposées. Problèmes de géométrie. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 1 (1810-1811), pp. 126-128.

[1810 d] Questions proposées. Problèmes de géométrie. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 1 (1810-1811), p. 196.

[1811] Questions proposées. Problèmes de géométrie. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 1 (1810-1811), pp. 259-260.

[1812] Questions proposées. Problème de géométrie. Probléme d'Alliage. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 2 (1811-1812), p. 287.

[1813 a] Questions proposées. Théorème de géométrie. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 4 (1813-1814), p. 160.

[1813 b] Questions proposées. Théorèmes appartenant à la géométrie de la règle. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 4 (1813-1814), p. 195.

[1814] Questions proposées. Problème de dynamique. Théorème de géométrie. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 4 (1813-1814), p. 320.

[1815 a] Questions proposées. Problèmes de géométrie. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 5 (1814-1815), p. 356.

[1815 b] Questions proposées. Problème de géométrie. Théorèmes de géométrie. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 5 (1814-1815), p. 384.

[1815 c] Questions proposées. Problèmes de géométrie. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 6 (1815-1816), p. 60.

[1816 a] Questions proposées. Problème de géométrie. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 6 (1815-1816), p. 280.

[1816 b] Questions proposées. Problèmes de géométrie. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 6 (1815-1816), pp. 347-348.

[1817 a] Questions proposées. Polyèdrographie. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 7 (1816-1817), p. 256.

[1817 b] Questions proposées. Problèmes de géométrie. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 8 (1817-1818), p. 36.

[1818 a] Questions proposées. Problèmes de dynamique. Problème de situation. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 8 (1817-1818), p. 380.

[1818 b] Questions proposées. Théorèmes de géométrie. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 9 (1818-1819), p. 116.

[1819 a] Questions proposées. Théorèmes appartenant à la géométrie de la règle. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 9 (1818-1819), pp. 289-291.

[1819 b] Questions proposées. Problèmes de géométrie. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 9 (1818-1819), p. 396.

[1820] Questions proposées. Problèmes de géométrie. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 11 (1820-1821), p. 68.

[1821 a] Questions proposées. Problèmes de géométrie. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 11 (1820-1821), p. 228.

[1821 b] Questions proposées. Problèmes de géométrie. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 11 (1820-1821), p. 372.

[1821 c] Questions proposées. Problèmes de géométrie. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 12 (1821-1822), p. 40.

[1822 a] Questions proposées. Théorème de géométrie. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 12 (1821-1822), p. 260.

[1822 b] Questions proposées. Problèmes de géométrie. Théorèmes de géométrie. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 12 (1821-1822), p. 232.

[1822 c] Questions proposées. Problème d'Acoustique. Théorème de géométrie. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 13 (1822-1823), p. 212.

[1823 a] Questions proposées. Problèmes de géométrie. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 13 (1822-1823), p. 304.

[1823 b] Questions proposées. Problèmes de géométrie. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 13 (1822-1823), p. 360.

[1824] Questions proposées. Théorèmes sur l'hyperbole. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 14 (1823-1824), p. 268.

[1825] Questions proposées. Problèmes de géométrie. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 16 (1825-1826), p. 32.

[1826 a] Questions proposées. Théorèmes de géométrie. Problèmes de géométrie. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 16 (1825-1826), p. 232.

[1826 b] Questions proposées. Problèmes de statique. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 16 (1825-1826), p. 296.

[1826 c] Questions proposées. Problème de dynamique. Problèmes de géométrie. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 16 (1825-1826), pp. 327-328.

[1826 d] Questions proposées. Théorèmes de géométrie. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 17 (1826-1827), pp. 35-36.

[1826 e] Questions proposées. Problème de géométrie descriptive. Problème de statique. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 17 (1826-1827), p. 83.

[1826 f] Questions proposées. Problème d'analyse. Problèmes de géométrie. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 17 (1826-1827), p. 172.

[1826 g] Questions proposées. Théorème de statique. Théorèmes de géométrie. Problèmes de géométrie. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 17 (1826-1827), pp. 199-200.

[1827 a] Questions proposées. Théorèmes de géométrie. Problèmes. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 17 (1826-1827), pp. 255-256.

[1827 b] Questions proposées. Théorèmes de géométrie. Problème de statique. Problèmes de géométrie. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 17 (1826-1827), pp. 283-284.

[1827 c] Questions proposées. Problèmes de géométrie. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 17 (1826-1827), p. 348.

[1827 d] Questions proposées. Problème d'optique. Théorème de géométrie. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 18 (1827-1828), p. 28.

[1827 e] Questions proposées. Problèmes de géométrie. Théorème de géométrie. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 18 (1827-1828), p. 56.

[1827 f] Questions proposées. Problèmes de statique. Problèmes de géométrie. Théorème de géométrie. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 18 (1827-1828), pp. 87-88.

[1827 g] Questions proposées. Problèmes de géométrie. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 18 (1827-1828), p. 124.

[1827 h] Questions proposées. Problèmes de géométrie. Autres problèmes. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 18 (1827-1828), pp. 154-156.

[1827 i] Questions proposées. Problèmes de géométrie. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 18 (1827-1828), p. 184.

QUETELET (Lambert Adolphe Jacques)

[1867] *Sciences mathématiques et physiques au commecement du XIX^{e} siècle.* Bruxelles: Librairie européenne de Muquardt (1867).

RICHARD (Charles)

[1863] Second solution de la question (Bobillier). *Nouvelles annales de mathématiques*, 2re série, tome 2 (1863), pp. 325-326.

ROCHAT

[1811 a] Autre solution du même problème. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 1 (1810-1811), pp. 336-337.

[1811 b] Autre solution du même problème. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 1 (1810-1811), p. 342.

[1813] Géométrie analitique. Démonstration de quelques propriétés des pôles des lignes et surfaces du second ordre. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 3 (1812-1813), pp. 302-307.

SALMON (George)

[1852] *A treatise on the higher plane curves: intended as a sequel to a treatise on conic sections.* Dublin: Hodges and Smith, Grafton Street (1852).

[1855] *A treatise on conic sections: containing an account of some of most important modern algebraic and geometric methods.* 3^a edição, revisada e aumentada. London: Longman, Brown, Green and Longmans (1855).

[1862] *A treatise on the analytic geometry of three dimensions.* Dublin: Hodges, Smith and Co, Grafton Street (1862).

[1897] *Traité de géométrie analytique a deux dimensions (sections coniques). Contenant un exposé des méthodes les plus importantes de la géométrie et de l'algèbre moderne.* Terceira edição francesa conforme a segunda. Tradução francesa por Resal e Vaucheret a partir da 6^a edição em inglês. Paris: Gauthier-Villars (1897).

SARRUS (Frédéric)

[1821] Trigonométrie. Exposition des principes fondamentaux de la théorie des fonctions circulaires. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 11 (1820-1821), pp. 323-325.

[1826] Géométrie élémentaire. Note sur les axes, plans et centres radicaux. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 16 (1825-1826), pp. 378-380.

SCHNÉE (Abraham)

[1862] Solution de la question 623 (Bobillier). *Nouvelles annales de mathématiques*, 2re série, tome 1 (1862), pp. 318-320.

SÉANCE PUBLIQUE da la MARNE (textos de editores e redatores)

[1826] Compte rendu des travaux de la Société pendant l'année 1826. *Séance publique de la société d'agriculture, commerce, sciences et arts du Département de la Marne* (1826), pp 19-35.

[1840 a] [Trechos que referem-se à Bobillier]. *Séance publique de la société d'agriculture, commerce, sciences et arts du Département de la Marne* (1840), pp. 104-106; 115.

[1840 b] Membres Décédés. M. Bobillier. *Séance publique de la société d'agriculture, commerce, sciences et arts du Département de la Marne* (1840), pp. 118-123.

[1840 c] Ouvrages publiés par M. Bobillier. *Séance publique de la société d'agriculture, commerce, sciences et arts du Département de la Marne* (1840), pp. 148-150.

[1841] [Trechos que referem-se à Bobillier]. *Séance publique de la société d'agriculture, commerce, sciences et arts du Département de la Marne* (1841), pp. 61-62.

SERRET (Paul)

[1869] *Géométrie de direction*. Paris: Gauthier-Villars (1869).

SERVOIS (François Joseph)

[1811 a] Questions résolues. Solution, avec la règle seulement, du dernier des deux problèmes proposés à la page 259 de ce volume. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 1 (1810-1811), pp. 332-335.

[1811 b] Solution du premier des deux problèmes proposés à la page 259 de ce volume, et du problème proposé à la page 126 du même volume. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 1 (1810-1811), pp. 337-341.

[1814] Géométrie pratique. Problème. Prolonger une droite accessible au-dela d'un obstacle qui borne la vue, en n'employant que l'équerre d'arpenteur, et sans faire aucun chaînage. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 4 (1813-1814), pp. 250-253.

SOCIÉTÉ d'ÉMULATION du JURA (textos de editores e redatores)

[1840] [Trechos que referem-se à Bobillier]. *Travaux de la Société d'Émutation du Département du Jura* (1840), pp. 221-222.

SORLIN

[1825] Trigonométrie. Recherches de trigonométrie sphérique ; par Sorlin ; extrait ; par Gergonne. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 15 (1824-1825), pp. 273-304.

St VENANT (Adhémar Jean Claude Barré de)

[1848] Biographie [de Wantzel]. *Nouvelle Annales de Mathématiques*, 1er série, tome 7 (1848), pp 321-331.

STEINER (Jakob)

[1827] Géométrie pure. Théorie générale des contacts et des intersections des cercles. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 17 (1826-1827), pp. 285-315.

[1828 a] Géométrie de situation. Démonstration de quelques théorèmes. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 19 (1828-1829), pp. 1-8.

[1828 b] Géométrie pure. Développement d'une série de théorèmes relatifs aux sections coniques. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 19 (1828-1829), pp. 37-64.

[1828 c] Géométrie élémentaire. Recherche des relations entre les rayons des cercles qui touchent trois droites données sur un plan et entre les rayons des sphères qui touchent quatre plans donnés dans l'espace. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 19 (1828-1829), pp. 85-96.

[1828 d] Questions proposées. Théorèmes de géométrie proposées à démontrer. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 19 (1828-1829), p. 128.

STURM (Charles François Jacques)

[1826 a] Géométrie analytique. Mémoire sur les lignes du seconde ordre (première partie). *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 16 (1825-1826), pp. 265-293.

[1826 b] Géométrie analytique. Mémoire sur les lignes du seconde ordre (deuxième partie). *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 17 (1826-1827), pp. 173-198.

STURM; VECTEN e QUERRET

[1824]. Démonstration des quatre théorèmes sur l'hyperbole énoncés à la page 268 du précédent volume. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 15 (1824-1825), pp. 100-104.

TALBOT (W. H.)

[1823] [Questions résolues. Solutions du premier des deux problèmes de géométrie énoncés à la page 366 du XIII.^{e} volume des Annales]. Seconde solution, présentant la démonstration d'un théorème. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 14 (1823-1824), pp. 123-128.

TÉDENAT

[1811] Lettre aux rédacteurs des Annales, renfermant quelques remarques sur le problème de l'inscription de trois cercles à un triangle. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 2 (1811-1812), pp. 165-170.

[1815] Solution des deux problèmes de géométrie proposés à la page 356 du V.^{e} volume des Annales. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 6 (1815-1816), pp. 129-132.

[1824] Solution des deux problèmes de dynamique, et réflexions sur le problème de situation proposés à la page 380 du VIII.^{e} volume des Annales. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 15 (1824-1825), pp. 124-129.

TRÉBERT (Arcas)

[1844] De la sphère tangente à quatre sphères données. *Nouvelles annales de mathématiques*, 1re série, tome 3 (1844), pp. 101-111.

VALLÈS (François de Paule François Xavier Hégesippe)

[1826 a] Géométrie des surfaces courbes. Démonstration d'une propriété générale des lignes de contact des surfaces courbes avec les surfaces coniques circonscrites. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 16 (1825-1826), pp. 315-322.

[1826 b] Solution des deux problèmes de géométrie proposés à la page 31 du present volume. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 16 (1825-1826), pp. 385-388.

[1827] Géométrie des courbes. Recherches sur les développantes des courbes tracées sur la surface d'un cone droit. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 17 (1826-1827), pp. 349-356.

[1829 a] Questions résolues. Solution du problème de géométrie énoncé à la page 96 du présent volume. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 19 (1828-1829), pp. 252-255.

[1829 b] Questions résolues. Démonstration du théorème de géométrie énoncé à la pag 315 du précédent volume, et d'un autre théorème analogue. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 20 (1829-1830), pp. 128-133.

VECTEN

[1817] Géométrie élémentaire. Extrait d'une lettre au Rédacteur des Annales. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 7 (1816-1817), pp. 321-324.

[1821] Géométrie de la règle. Lettre au Redacteur des Annales, sur la démonstration, donnée à la page 326 du XI.^{e} volume de ce recueil, des deux théorèmes énoncés à la page 289 du IX.^{e} volume du même recueil. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 12 (1821-1822), pp. 69-72.

VECTEN; DURRANDE; FRÉGIER; FABRY e GERGONNE

[1819] Questions résolues. Démonstration de deux théorèmes de géométrie énoncés à la page 116 de ce volume. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 9 (1818-1819), pp. 277-284.

VERHULST

[1827] Géométrie. On donne dans un plan un angle et un point, et l'on demande de faire passer par le point une droite qui coupe les côtés de l'angle, de manière que l'aire interceptée soit de grandeur donée. Question proposée la page 180 du III^e vol. *Correspondance mathématique et physique*, 04 (1827), pp. 269-270.

K.4 Estudos e referências.

AEBISCHER (Anne Marie) e LANGUEREAU (Hombeline)

[2013] Géométrie et artillerie au debut du XIX^e siècle : François Joseph Servois dans son temps ; em Barbin e Moyon, eds. *Les ouvrages de mathématiques dans l'Histoire. Entre recherche, enseignement et culture*, pp. 305-317.

ALFONSI (Liliane)

[2012] Un “savant” du siècle des Lumières : Étienne Bézout (1730-1783), mathématicien, académicien et enseignant; em Rollet e Nabonnand, eds. *Les uns et les autres... Biographies et prosopographies en historie des sciences*, pp. 29-48.

AMADEO (Marcello Santos) e SCHUBRING (Gert)

[2012] A *École Polytechnique* de Paris – mitos, fontes e fatos. 13º Seminário Nacional de História da Ciência e da Tecnologia, USP / São Paulo (03 a 06 de setembro de 2012).

AMADO (Janaína) e FERREIRA (Marieta de Moraes), eds.

[1996] *Usos & abusos da história oral.* 2ª edição. Rio de Janeiro: Editora da Fundação Getúlio Vargas (1998).

ARBOLEYA (Arilda)

[2013] Agência e estrutura em Bourdieu e Giddens pela superação da antinomia “objetivismo-subjetivismo”. *Sociologias Plurais* (Revista Discente do Programa de Pós-graduação em Sociologia da UFPR), v. 1 n. 1 (2013), pp. 6-27.

AUSEJO (Elena) e HORMIGON (Mariano), eds.

[1993] *Messengers of mathematics: European mathematical journals (1800-1946).* Madrid: Siglo XXI de España Editores (1993).

AUVINET (Jérôme)

[2011] *Charles-Ange Laisant. Itinéraires et engagements d’un mathématicien, d’un siècle à l’autre (1841-1920).* Tese de doutorado, EDSCE. Université de Nantes, Nantes, 2011.

[2013] *Charles-Ange Laisant. Itinéraires et engagements d’un mathématicien de la Troisième République.* Collection “Histoires de sciences”. Paris: Hermann Éditeurs (2013).

BARBIN (Évelyne)

[2008] Voir des figures, des raisonnements et des équations : une approche sémiotique de la démonstration; em Barbin (Evelyne) e Lombard (Philippe), eds., *La Figure et la Lettre (Actes du 17eme Colloque organisé les 23 et 24 mai 2008)*, pp. 189-211.

[2009] L’association créatrice de l’analyse et de la géométrie selon Gabriel Lamé. *Bulletin de la Sabix*, 44 (2009), pp. 101-111.

BARBIN (Évelyne) e LOMBARD (Philippe), eds.

[2008] *La Figure et la Lettre (Actes du 17eme Colloque organisé les 23 et 24 mai 2008).* Collection "Histoires de Géométries". Nancy: Presses Universitaires de Nancy (2011).

BARBIN (Évelyne) e MOYON (Marc), eds.

[2013] *Les ouvrages de mathématiques dans l'Histoire. Entre recherche, enseignement et culture.* Collection "Savoirs scientifiques & Pratiques d'enseignement". Limoges: Presses Universitaires de Limoges (2013).

BEAUD (Michel)

[2006] *L'art de la thèse. Comment préparer et rédiger un mémoire de master, une thèse de doctorat ou tout autre travail universitaire à l'ère du Net.* Nouvelle Édition. Collection Grands Repères Guides. Paris: La Découverte (2006).

BELHOSTE (Bruno)

[1989] Les caractères généraux de l'enseignement secondaire scientifique de la fin de l'Ancien Régime à la Première Guerre mondiale. *Histoire de l'Education*, n. 41 (janvier 1989), pp. 3-45.

[1995] *Les sciences dans l'enseignement secondaire français. Textes officiels. (Tome 1: 1789-1914).* Réunis et présentés par Bruno Belhoste avec la collaboration de Claudette Balpe et de Thierry Laporte. Paris: Institut national de recherche pédagogique. Éditions Économica (1995).

[1998] Pour une réévaluation du rôle de l'enseignement dans l'histoire des mathématiques. *Revue d'histoire des mathématiques*, tome 4, n. 2 (1998), pp. 289-304.

[2001] La préparation aux grandes écoles scientifiques au XIXe siècle : établissements publics et institutions privées. *Histoire de l'Éducation*, n. 90, (mai 2001), pp. 101-130.

[2002] *La formation d'une technocratie. L'École Polytechnique et sés élèves de la Revolution au Second Empire.* Collection "Histoire de l'Éducation". Paris: Belin (2002).

[s/d] Historique des classes préparatoires (conférence prononcé à l'École Normale Supérieure). Disponível em ⟨ `ftp://trf.education.gouv.fr/pub/edutel/sup/cpge/historique.pdf` ⟩ Acessado em julho de 2015.

BIOESMAT MARTAGON (Lise), ed.

[2010] *Eléments d'une biographie de l'Espace projectif.* Collection "Histoires de Géométries". Nancy: Presses Universitaires de Nancy (2010).

BOURBAKI (Nicolas)

[1960] *Elements of the History of Mathematics.* Tradução de John Meldrum, a partir da edição francesa de 1984. 2^{a} reimpressão. Springer Verlag (1999).

BOURDIEU (Pierre)

[1984] *Questões de sociologia.* Tradução portuguesa de Miguel Serras Pereira para o livro *Questions de sociologie.* Lisboa: Editora Fim de Século (2003).

[1986] L'illusion biographique. *Actes de la recherche en sciences sociales*, n. 62/63 (1986), pp. 69-72. Uma tradução brasileira deste artigo, intitulada *A ilusão biográfica*, pode ser encontrada em Amado e Ferreira eds., *Usos & abusos da história oral*, pp. 183-191.

[1987] *Coisas ditas.* Tradução brasileira de Cássia da Silveira e Denise Pegorim para o livro *Choses dites.* São Paulo: Brasiliense (2004).

[1994] *Razões práticas. Sobre a teoria da ação.* Tradução brasileira de Marisa Corrêa para o livro *Raisons pratiques. Sur la théorie de l'action.* 9ª edição. Campinas: Papirus Editora (2008).

[2001] *Para uma sociologia da ciência.* Tradução portuguesa de Pedro Elói Duarte para o livro *Science de la science et réflexivité. Cours au Collège de France 2000-2001.* Lisboa: Edições 70 (2004).

[2009] *A economia das trocas simbólicas.* Coletânea de artigos de Bourdieu selecionados, traduzidos e organizados por Sergio Miceli. 2ª reimpressão da 6ª edição (2005). São Paulo: Perspectiva (2009).

BOYÉ (Anne)

[2008] Autour de la géométrie analytique; em Barbin (Évelyne) e Lombard (Philippe), eds., *La Figure et la Lettre (Actes du 17eme Colloque organisé les 23 et 24 mai 2008)*, pp. 279-297.

BOYER (Carl B.)

[1956] *History of Analytic Geometry.* New York: Scripta Mathematica Studies (1956). Reimpressão integral, New York: Dover (2004).

[1996] *História da Matemática.* 2^{a} edição. Traduzido por Elza Gomide. São Paulo: Editora Edgar Blucher (1996).

BRECHENMACHER (Frédéric)

[2007] La controverse de 1874 entre Camille Jordan et Leopold Kronecker. *Revue d'histoire des mathématiques*, tome 13, n. 2 (2007), pp. 187-257.

[2010] Une histoire de l'universatilé des matrices mathématiques. *Revue de synthèse*, tome 131, 6ᵉ série, n. 4 (2010), pp. 569-603.

[2013] *Constructing networks of texts: a heuristical method for discovering some collective dimensions of mathematics.* Intervenção na École du GDR 3398 "Histoire de mathématiques"/*Des sources en histoire des mathématiques.* Luminy, Marselha (05 de novembro de 2013).

BRU (B.) e MARTIN (Th.)

[2005] Le Baron de Ferussac, la couleur de la statistique et la topologie des sciences. *Journ@l éléctronique d'Histoire des Probabilités et de la Statistique*, vol.1, n. 2, pp. 1-43 (novembre 2005).

BRUNEAU (Olivier)

[2011] *Colin Maclaurin ou l'obstination mathématicienne d'un newtonien.* Collection "Histoires de Géométries". Nancy: Presses Universitaires de Nancy (2011).

BURAU (Werner)

[1970] Plücker; em Gillispie (Charles Coulston), ed., *Biographical Dictionary of Mathematicians*, volume IV (1970), pp. 2011-2013.

BURCKHARDT (Johann Jakob)

[1970] Steiner; em Gillispie (Charles Coulston), ed., *Biographical Dictionary of Mathematicians*, volume IV (1970), pp. 2318-2327.

CALLOT (Jean Pierre)

[1957] *Histoire de L'École Polytechnique. Ses légendes, ses traditions, sa gloire.* Paris: Les presses modernes (1957).

CHARMASSON (Thérèse); LELORRAIN (Anne Marie); RIPA (Yannick); eds.

[1987] *L'enseignement technique de la Révolution à nos jours. Textes officiels avec introduction, notes et annexes. (Tome 1: De la Révolution 1926).* Paris: Institut national de recherche pédagogique. Éditions Économica (1987).

CHEMLA (Karine)

[1998] Lazare Carnot et la génératité en géométrie. Variations sur le théorème dit de Menelaus. *Revue d'histoire des mathématiques*, tome 4, n. 2 (1998), pp. 163-190.

CHRISTEN (Carole) e VATIN (François) (eds.)

[2009] *Charles Dupin (1784-1873).* Rennes: Presses Universitaires de Rennes (2009).

COLLINOT (Anne)

[2012] L'enquête biographique pour comprendre l'émergence d'une discipline universitaire; em Rollet e Nabonnand, eds. *Les uns et les autres... Biographies et prosopographies en historie des sciences*, pp. 411-425.

CONDETTE (Jean François)

[2006] *Les recteurs d'académie en France de 1808 à 1940. (Tome II : Dictionnaire biographique).* Collection "Histoire biographique de l'enseignement". Lyon: Institut national de recherche pédagogique. (2006).

COOLIDGE (Julian Lowell)

[1934] The Rise and Fall of Projective Geometry. *The American Mathematical Monthly*, vol. 41, n. 4 (april 1934), pp. 217-228.

[1940] *A history of geometrical methods.* Oxford: Claredon Press (1940). Reimpressão integral, New York: Dover (2003).

[1945] *A history of the conic sections and quadric surfaces.* Oxford: Oxford University Press (1945). Reimpressão integral, New York: Dover (1968).

CORBIN (Alain)

[1998] *Le monde retrouvé de Louis François Pinagot : Sur les traces d'un inconnu (1798-1876).* Collection "Champs (Histoire)". Paris: Flammarion (1998).

DARBOUX (Gaston)

[1904] The development of geometrical methods. *The mathematical gazette*, vol. 3; n. 48 (Dec 1904), pp. 100-106; n. 49 (Jan 1905), pp. 121-128; n. 50 (Mar 1905), pp. 157-161 and n. 51 (May 1905), pp. 169-173.

[1917] *Principes de Géométrie Analytique.* Paris: Gauthier-Villars (1917).

DAY (Charles R.)

[1991] *Les écoles d'arts et métiers. L'enseignement technique en France: XIX^{e}-XX^{e} siècle.* Paris: Belin (1991).

[2001] *Schools and work. Technical and vocational education in France since the Third Republic.* Québec: McGill Queen's University Press (2001).

DHOMBRES (Jean)

[1987 a] L'École polytechnique et ses historiens; em Fourcy (Ambroise), *Histoire de L'École Polytechnique* (Reimpressão integral fac-similar do livro de 1828 na coleção "Bicentenaire de la révolution"), pp.7-69.

[1987 b] Anexxes; em Fourcy (Ambroise), *Histoire de L'École Polytechnique* (Reimpressão integral fac-similar do livro de 1828 na coleção "Bicentenaire de la révolution"), pp.71-198.

DHOMBRES (Jean) e OTERO (Mario)

[1993] Les *Annales de Mathématiques Pures et Appliquées*: le journal d'un homme seul au profite d'une communauté enseignante; em Ausejo e Hormigon , eds., *Messengers of mathematics: European mathematical journals (1800-1946)*, pp. 3-70.

DOSSE (François)

[2005] *O desafio biográfico: Escrever uma vida.* Tradução de Gilson César Cardoso de Souza. São Paulo: Editora da Universidade de São Paulo (2009).

EHRHARDT (Caroline)

[2008] Évariste Galois, un candidat à l'École préparatoire en 1829. *Revue d'histoire des mathématiques*, tome 14, n. 2 (2008), pp. 289-328.

[2010] Histoire sociale des mathématiques (Présentation). *Revue de synthèse*, tome 131, 6e serie, n. 4 (2010), pp. 489-493.

[2011 a] Évariste Galois and the Social Time of Mathematics. *Revue d'histoire des mathématiques*, tome 17, n. 2 (2011), pp. 175-210.

[2011 b] How mathematicians remember. *International Social Science Journal*, n. 203/204 (2011), pp. 104-120.

[2012] Approche biographique et biographie en histoire des mathématiques : le cas d'Évariste Galois; em Rollet e Nabonnand, eds. *Les uns et les autres... Biographies et prosopographies en historie des sciences*, pp. 95-117.

ELIAS (Norbert)

[1991] *Mozart: Sociologia de um gênio.* Organizado por Michael Schröter. Tradução de Sergio Goes de Paula. Revisão técnica de Renato Janine Ribeiro. Rio de Janeiro: Zahar (1995).

ELKHADEM (Hossam)

[1978] Histoire de la *Correspondance mathématique et physique* d'après les lettres de Jean Guillaume Garnier et Adolphe Quetelet. *Bulletin de la Classe des Lettres et des Sciences Morales et Politiques de l'Académie royale de Belgique*, tome 64 (1978), pp. 316-366.

d'ENFERT (Renaud)

[2003] Inventer une géométrie pour l'école primaire au XIXe siècle. Tréma, Revue de l'UFM de Montpellier, n. 22 (septembre 2003), pp 41-49.

[2004] Uma nova forma de ensino de desenho na França no início do século XIX: o desenho linear. Tradução de Maria Helena Camara Bastos. *História da Educação* (Revista da Faculdade de Educação da UFPel, Pelotas), n. 22 (maio a agosto de 2007), pp. 31-60.

[2012 a] Pour une histoire "par en bas" de l'enseignement des sciences (XIX^e-XX^e siècles) : le cas des mathématiques. Memória para a habilitação para dirigir pesquisas, Paris Sud, 2012.

[2012 b] Mathematics teaching in French *écoles normales primaries*, 1830-1848: social and cultural challenges to the training of primary school teachers. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik. The International Journal on Mathematics Education*, vol. 44, n. 4 (2012), pp. 513-524.

EVES (Howard)

[2004] *Introdução à História da Matemática.* Traduzido por Higyno Domingues. 2^a edição. Campinas: Editora Unicamp (2004).

FAUQUE (Danielle); ILIC (Myriana); HALLEUX (Robert); eds.

[2000] *René Taton. Études d'histoire des sciences. Recueillies pour son 85^e anniversaire.* Turnhout, Belgiun: Brepols Publishers (2000).

FIELD (Judith) e GRAY (Jeremy)

[1987] *The geometrical work of Girard Desargues.* New York: Springer-Verlag (1987).

FIGUEIRÔA (Silvia F. de M.)

[2007] A propósito dos estudos biográficos na história das ciências e das tecnologias. *Fênix. Revista de história e estudos culturais*, vol. 4, ano IV, n. 3 (julho/agosto/setembro de 2007).

FLAMENT (Dominique) e NABONNAND (Philippe), eds.

[2011] *Justifier en mathématiques.* Paris: Éditions de la Maison des sciences de l'homme (2011).

FOUCAULT (Michel)

[1969] *A arqueologia do saber.* Tradução de Luiz Felipe Baeta Neves. 8^a edição. Rio de Janeiro: Forense Universitária (2012).

FOX (Robert)

[2012] *The Savant and the State. Science and cultural politics in nineteenth-century France.* Baltimore: The Johns Hopkins University Press (2012).

FREUDENTHAL (Hans)

[1970] Quetelet; em Gillispie (Charles Coulston), ed., *Biographical Dictionary of Mathematicians*, volume IV (1970), pp. 2084-2086.

FRIEDELMEYER (Jean Pierre)

[2010] L'impulsion originelle de Poncelet dans l'invention de la géométrie projective; em Bioesmat Martagon, ed. *Eléments d'une biographie de l'Espace projectif*, pp. 55-158.

GANDILHON (René)

[1972] Introduction. *Archives départementales de la Marne. Repertoire numerique detaillé de la série T (enseignement, affaires culturelles, sports)*, dressé par René Gandilhon, conservateur en chef, directeur des services d'archives du département de la Marne (1972), pp. vii-lxi.

GARNICA (Antonio Vicente Marafioti) e GOMES (Maria Laura Magalhães)

[2013] Lacroix, sua obra e a instrução pública na França revolucionária; Posfácio em Lacroix, *Ensaios sobre o ensino em geral e o de matemática em particular*, pp. 291-326.

GAUTHIER (Sebástien)

[2009] La géométrie dans la géométrie des nombres: histoire de discipline ou histoire de pratiques à partir des exemples de Minkowski, Mordell et Davenport. *Revue d'histoire des mathématiques*, tome 15, n. 2 (2009), pp. 183-230.

GERINI (Christian)

[2000] *Les "Annales" de Gergonne: apport scientifique et epistemologique dans l'histoire des mathématiques.* Tese de doutorado, UFR Lettres. Université Aix-Marseille I. Université de Provance, 2000.

GILLISPIE (Charles Coulston), ed.

[1970] *Biographical Dictionary of Mathematicians*; Reference Biographies from the Dictionary of Scientific Biography. New York: Charles Scribner's Sons. Primeira edição (1970). Edição atualizada (1991).

GISPERT (Hélène)

[1999] Les débuts de l'histoire des mathématiques sur les scènes internationales et le cas de l'entreprise encyclopédique de Felix Klein et Jules Molk. *Historia Mathematica*, vol. 26, n. 4 (1999), pp. 344-360.

[2012] L'enterprise biographique à l'épreuve : écueils, défis, atouts du cas d'Émile Borel; em Rollet e Nabonnand, eds. *Les uns et les autres... Biographies et prosopographies en historie des sciences*, pp. 139-175.

GOLDSTEIN (Catherine)

[1999] Sur la question des méthodes quantitatives en histoire des mathématiques: le cas de la théorie des nombres em France (1870-1914). *Acta historiae rerum naturalium technicarum*, new series, vol 3 (1999), pp. 187-214.

[2012] Les autres de l'un : deux enquêtes prosopographiques sur Charles Hermite; em Rollet e Nabonnand, eds. *Les uns et les autres... Biographies et prosopographies en historie des sciences*, pp. 509-540.

GOLDSTEIN (Catherine) e SCHAPPACHER (Norbert)

[2007 a] A book in search of a discipline (1801-1860); em Goldstein (Catherine) et al. eds., *The shaping of Arithmetic after C. F. Gauss's* Disquisitiones Arithmeticae, pp. 3-65.

[2007 b] Several disciplines and a book (1860-1901); em Goldstein (Catherine) et al. eds., *The shaping of Arithmetic after C. F. Gauss's* Disquisitiones Arithmeticae, pp. 67-103.

GOLDSTEIN (C.); SCHAPPACHER (N.); SCHWERMER (J.); eds.

[2007] *The shaping of Arithmetic after C. F. Gauss's* Disquisitiones Arithmeticae. Berlin: Springer (2007).

GRATTAN-GUINESS (Ivor)

[1990] *Convolutions in French Mathematics, 1800-1840. From the calculus and mechanics to mathematical analysis and mathematical physics* (em 3 volumes). Berlin: Birkhäuser Verlarg (1990).

[2005] The "École Polytechnique", 1794-1850: differences over educational purpose and teaching practice. *The American Mathematical Monthly*, vol. 112, n. 3 (2005), pp. 233-250.

GRAY (Jeremy J.)

[1997] Algebraic geometry between Noether and Noether: a forgotten chapter in the history of algebraic geometry. *Revue d'histoire des mathématiques*, 3 (1997), pp. 1-48.

[2007] *Worlds Out of Nothing. A Course in the History of Geometry in the 19th Century.* London: Springer (2007).

[2013] *Henri Poincaré: A scientific biography.* Princeton University Press (2013).

GREITZER (Samuel L.)

[1970] Lamé; em Gillispie (Charles Coulston), ed., *Biographical Dictionary of Mathematicians*, volume III (1970), pp. 1328-1330.

HANKINS (Thomas L.)

[1979] In defence of biography: the use of biography in the history of science. *History of Science*, 17 (1979), pp.1-16.

HARTSHORNE (Robin)

[1977] *Algebraic Geometry*. New York: Springer (1977).

ITARD (Jean)

[1970] Bobillier; em Gillispie (Charles Coulston), ed., *Biographical Dictionary of Mathematicians*, volume I (1970), pp. 278-281.

JULAUD (Jean Joseph)

[2005] *L'histoire de France de 1789 à nos jours*. Paris: Éditions First Gründ (2005).

KAESER (Marc Antoine)

[2003] La science vécue. Les potentialités de la biographie en histoire des sciences. *Revue d'histoire des sciences humaines*, 13 (2003), pp. 139-160.

KLEIN (Felix Christian)

[1928] *Development of mathematics in the 19th century*. Berlin (1928). Reimpressão na coleção "Lie groups: history, frontiers and applications", vol IX, editada por Robert Hermann. Tradução de Michel Ackerman. Brookline, Massachusetts: Math Sci Press (1979).

KNITTEL (Fabien)

[2012] L'écriture biographique en histoire des sciences et des techniques : réflexions à partir du cas de l'agronome Mathieu de Dombasle (1777-1843) ; em Rollet e Nabonnand, eds. *Les uns et les autres... Biographies et prosopographies en historie des sciences*, pp. 177-188.

KOPPELMAN (Elaine)

[1970] Chasles; em Gillispie (Charles Coulston), ed., *Biographical Dictionary of Mathematicians*, volume I (1970), pp. 466-468.

LÊ (François)

[2013] The "geometrical equations": forgotten premises of Felix Klein's *Erlanger Programm.* (Por aparecer).

LEBÉDEL (Claude)

[2003] *Histoire de la France. La construction et l'evolution d'une nation.* Rennes: Éditions Ouest-France (2003).

LELOUP (Juliette)

[2009] *L'entre-deux-guerres mathématiques à travers les thèses soutenues en France.* Tese de doutorado, Université Pierre et Marie Curie, Paris, 2009.

LEMERCIER (Claire) e PICARD (Emmanuelle)

[2012] Quelle approche prosopographique ? ; em Rollet e Nabonnand, eds. *Les uns et les autres... Biographies et prosopographies en historie des sciences*, pp. 605-630.

LEVI (Giovanni)

[1989] Les usages de la biographie. *Annales. Économies, Sociétés, Civilisations.*, 44e année, n. 6 (1989), pp. 1325-1336. Uma tradução brasileira deste artigo, intitulada *Os usos da biografia*, pode ser encontrada em Amado e Ferreira eds., *Usos & abusos da história oral*, pp. 167-182.

LORIA (Gino)

[1902] Sketch of the origin and development of geometry prior to 1850. *The Monist*, vol. 13, n. 1 (October 1902), pp. 80-102; vol. 13, n. 2 (January 1903), pp. 218-234.

[1948] Perfectionnements, évolutions, métamorphoses du concept de "coordonées": contribuition à l'histoire de la géométrie analytique. *Osíris*, 8 (1948), pp. 218-288.

LORIGA (Sabrina)

[1996] A biografia como problema; em Revel (Jacques), ed., *Jogos de Escala. A experiência da microanálise*, pp. 225-249.

[2011] Entretien avec Sabina Loriga: la biographie comme un problème. Entrevista concedida aos pesquisadores Adriana Barreto de Souza e Fábio Henrique Lopes, em recente visita de Loriga à Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro, no município de Seropédica (Rio de Janeiro, Brasil). *História da historiografia (Ouro Preto)*, n. 9 (agosto de 2012), pp. 14-25.

LUTZEN (Jesper)

[1990] *Joseph Liouville (1809-1882): Master of pure and applied mathematics.* New York: Springer-Verlag (1990).

MANSO de ALMEIDA (Regina Cassia)

[2010] Éléments de Géométrie, avec Notes, par Adrien Marie Legendre. O que afirma o próprio autor sobre sua obra? *Bolema* (Boletim de Educação Matemática da Unesp de Rio Claro, SP), vol. 23 n. 35B (abril de 2010), pp 425-434.

McCONNELL (A. J.)

[1970] Salmon; em Gillispie (Charles Coulston), ed., *Biographical Dictionary of Mathematicians*, volume IV (1970), pp. 2201-2202.

NABONNAND (Philippe)

[2006] *Contributions à l'histoire da la géométrie projective au 19e siècle.* (por aparecer).

[2008] Une géométrie sans figure?; em Barbin (Evelyne) e Lombard (Philippe), eds., *La Figure et la Lettre (Actes du 17eme Colloque organisé les 23 et 24 mai 2008)*, pp. 99-119.

[2010] "Deux droites coplanaires sont sécantes"; em Bioesmat Martagon, ed. *Eléments d'une biographie de l'Espace projectif*, pp. 159-195.

[2011] L'argument de la generalité chez Carnot, Poncelet et Chasles; em Flament e Nabonnand, eds. *Justifier en mathématiques*, pp. 17-47.

PARSHALL (Karen Hunger)

[1999] Telling the life of a mathematician: The case of J.J. Sylvester. *Revue d'histoire des mathématiques*, tome 5, n. 2 (1999), pp. 285-302.

PEDOE (Dan)

[1975] Notes on the history of geometrical ideas I. Homogeneous coordinates. *Mathematics magazine*, vol. 48, n.4 (1975), pp. 215-217.

REVEL (Jacques)

[1996] Introdução; em Revel (Jacques), ed., *Jogos de Escala. A experiência da microanálise*, pp. 7-14.

[2010] Micro-história, macro-história: o que as variações de escala ajudam a pensar em um mundo globalizado. Tradução de Anne Marie Milon de Oliveira. Revisão técnica de José Gondra. *Revista Brasileira de Educação*, v. 15, n. 45 (setembro a dezembro de 2010), pp. 434-444.

REVEL (Jacques), ed.

[1996] *Jogos de Escala. A experiência da microanálise.* Tradução de Dora Rocha. 1^a edição. Rio de Janeiro: Editora Fundação Getúlio Vargas (1998).

ROLLET (Laurent) e NABONNAND (Philippe)

[2012 a] Pour une biographie d'Henri Poincaré. Le problème des sources. *Gazette des mathématiciens*, n.133 (juillet 2012), pp. 78-93.

[2012 b] Définir, classer, compter : biographie et prosopographie en histoire des sciences; em Rollet e Nabonnand, eds. *Les uns et les autres... Biographies et prosopographies en historie des sciences*, pp. 11-25.

ROLLET (Laurent) e NABONNAND (Philippe), eds.

[2012] *Les uns et les autres... Biographies et prosopographies en histoire des sciences.* Collection "Histoire des Institutions Scientifiques". Nancy: Presses Universitaires de Nancy. Éditions Universitaires de Lorraine (2012).

ROQUE (Tatiana)

[2012] *História da matemática: Uma visão crítica desfazendo mitos e lendas.* Rio de Janeiro: Zahar (2012).

[2015] L'originalité de Poincaré en mécanique céleste : pratique des solutions périodiques dans un réseau de textes. *Revue d'histoire des mathématiques*, tome 21, n. 1 (2015), pp. 41-109.

SCARTEZINI (Natalia)

[2012] Introdução ao método de Pierre Bourdieu. *Cadernos de Campo* (UNESP), v. 14/15 (2012), pp. 25-37.

SCHUBRING (Gert)

[1985] Essais sur l'histoire de l'enseignement des mathématiques, particulièrement en France et en Prusse. *Recherches en Didactiques des Mathématiques*, vol. 5, n. 3, pp. 343-385.

[2001] Production mathématique, enseignement et communication. Remarques sur la note de Bruno Belhoste, 'Pour une réévaluation du rôle de l'enseignement dans l'histoire des mathématiques' parue dans la RHM 4 (1998) : 289-304. *Revue d'histoire des mathématiques*, tome 7, n. 2 (2001), pp. 295-305.

[2003] *Análise histórica de livros de matemática. Notas de aula.* Tradução de Maria Laura Magalhães Gomes. Campinas, SP: Editora Autores Associados (2003).

[2005] *Conflicts between Generalization, Rigor and Intuition. Number Concepts Underlying the Development of Analysis in 17-19th Century France and Germany.* Springer (2005).

[2010] How to relate regional history to general patterns of history? The case of mathematics teaching in Westphalia. *Bolema* (Boletim de Educação Matemática da Unesp de Rio Claro, SP), vol. 23 n. 35A (abril de 2010), pp 101-122.

STÖHR (Karl Otto)

[2000] *Curvas algébricas.* Notas de aula do curso ministrado no IMPA, Rio de Janeiro, 1º semestre de 2000 (não publicado).

STILLWELL (John)

[1989] *Mathematics and Its History.* New York: Springer-Verlag (1989).

[2005] *The four pillars of geometry.* New York: Springer (2005).

STRUIK (Dirk J.)

[1970] Gergonne; em Gillispie (Charles Coulston), ed., *Biographical Dictionary of Mathematicians*, volume II (1970), pp. 887-889.

SWINDEN (B.)

[1950] Geometry and Girard Desargues. *The mathematical gazette*, vol. 34, n. 310 (1950), pp. 253-260.

TATON (René)

[1952] Monge créateur des coordonnées axiales de la droite, dites de Plücker; em Fauque (Danielle) et al. eds., *René Taton. Études d'histoire des sciences. Recueillies pour son 85e anniversaire*, pp. 335-339.

[1953] Laplace et Sylvester Franois Lacroix; em Fauque (Danielle) et al. eds., *René Taton. Études d'histoire des sciences. Recueillies pour son 85e anniversaire*, pp. 341-350.

[1959] Book review: Carl B. Boyer, History of Analytic Geometry. *Isis*, 50 (1959), pp. 489-492.

[1964] L'École Polytechnique et le renouveau de la géométrie analytique; em Fauque (Danielle) et al. eds., *René Taton. Études d'histoire des sciences. Recueillies pour son 85e anniversaire*, pp. 351-360.

[1970] Poncelet; em Gillispie (Charles Coulston), ed., *Biographical Dictionary of Mathematicians*, volume IV (1970), pp. 2036-2042.

[1982] Les biographies scientifiques et leur importance pour l'histoire des sciences; em Fauque (Danielle) et al. eds., *René Taton. Études d'histoire des sciences. Recueillies pour son 85e anniversaire*, pp. 521-535.

VAINSENCHER (Israel)

[1996] *Introdução às Curvas Algébricas Planas.* Coleção Matemática Universitária. Rio de Janeiro: IMPA (1996).

VALENTE (Wagner Rodrigues)

[2008] Livro didático e educação matemática: uma história inseparável. *Zetetiké* (Revista do CEMPEM: Centro de estudos, memória e pesquisa em educação matemática da Unicamp, Campinas), vol. 16, n. 30 (julho a dezembro de 2008), pp. 139-161.

VERNUS (Michel) e LEROY (Bernard)

[1995] *Lons-le-Saunier au coeur du Jura*. Lons-le-Saunier: Centre Jurassien du patrimoine (1995).

VIANNA (Rubem Nunes Galvarro)

[2010] *Um estudo do* Cours d'analyse algébrique *de Cauchy em face das demandas do ensino superior científico na* École Polytechnique. Dissertação de mestrado, IM/PEMAT (Programa de pós-graduação em Ensino da Matemática), UFRJ, Rio de Janeiro, 2010.

VOELKE (Jean Daniel)

[2010] Le développement historique du concept d'espace projectif; em Bioesmat Martagon, ed. *Eléments d'une biographie de l'Espace projectif*, pp. 207-286.

K.5 Websites, portais e bancos de dados *on line*.

Archives Départementales de la Marne

`http://archives.marne.fr`

O site disponibiliza consultas a documentos de nascimento, casamento ou óbitos antigos (em particular, do século XIX), registrados na região de Marne no link *fonds numérisés*.

Archives Nationales de France

`http://www.archivesnationales.culture.gouv.fr`

O site disponibiliza consultas ao inventário da maioria das cotas referentes a documentos públicos franceses a partir de 1789 no link *fonds d'archives*.

BiblioSHS

`http://biblioshs.inist.fr`

Portal de informação científica das unidades CNRS em ciências humanas e sociais.

Bibliothèque Centrale de l'École Polytechnique

`https://bibli-aleph.polytechnique.fr`

O site disponibiliza imagens das fichas originais de matrícula e outras informações sobre ex-alunos da Escola Politécnica entre 1794 e 1893 no link *la famille polytechnienne.*

Gallica. Bibliothèque Numérique. BnF (Bibliothèque Nacional de France)

`http://gallica.bnf.fr`

Portal da Biblioteca Nacional da França, que disponibiliza acesso a uma parte do seu acervo que já é de domínio público como, por exemplo, periódicos e livros franceses do século XIX.

GDZ. Göttinger Digitalisierungszentrum

`http://gdz.sub.uni-goettingen.de`

Portal que disponibiliza acesso a diversas coleções (completas ou parciais) de periódicos científicos antigos ou contemporâneos, entre eles, o *Journal Für Die Reine Und Angewandte Mathematik* (apelidado de *Journal de Crelle*) e o *The Quarterly Journal of Pure and Applied Mathematics* (*Cambridge and Dublin Mathematical Journal*).

Leonore (Légion d'Honneur)

`http://www.culture.gouv.fr/documentation/leonore/pres.htm`

Base de dados *on line* de dossiês de titulares da Ordem da Legião de Honra desde a criação da ordem, falecidos antes de 1954, conservados nos Arquivos Nacionais da França.

Nouveles Annales de Mathématiques / Les Auteurs

`http://nouvelles-annales-poincare.univ-nancy2.fr`

Base de dados *on line* dos autores que contribuíram no *Nouvelles Annales de Mathématiques*, periódico cuja publicação se estendeu de 1842 a 1927.

NUMDAM. Recherche et téléchargement de revues mathématiques numérisées

`http://www.numdam.org`

Portal que disponibiliza acesso a diversas coleções (completas ou parciais) de periódicos franceses antigos ou contemporâneos de matemática, entre eles, o *Annales de Mathématiques Pures et Appliqueés* (apelidado de *Annales de Gergonne*) e o *Nouvelles Annales de Mathématiques.*

The MacTutor History of Mathematics Archive

http://www-history.mcs.st-andrews.ac.uk/Biographies/Bobillier.html

Verbete "Bobillier" postado por J J O'Connor e E F Robertson. Acessado em 26 de novembro de 2010.

Wikipédia, l'encyclopédie libre

http://fr.wikipedia.org/wiki

Verbete "Étienne Bobillier". Acessado em 10 de outubro de 2011.

Índice

En passant par la Lorraine avec mes sabots

En passant par la Lorraine avec mes sabots

Rencontrai trois capitaines avec mes sabots Dondaine

Oh oh oh, avec mes sabots

(Une très ancienne chanson populaire française pour les enfants)

Abra um parêntesis

Não esqueça

Que independente disso

Eu não passo

De um malandro

De um moleque do Brasil

(Uma canção dos Novos Baianos)